

## ROZKŁAD PARĆ MASY FORMIERSKIEJ PRASOWANEJ W FORMIE WNĘKOWEJ

STANISŁAW W A S Z K I E W I C Z (WARSZAWA)

W artykule zaproponowano model matematyczno-fizyczny rozkładu parć masy formierskiej, prasowanej w formie wnekowej, czyli z modelem odlewniczym. Wychodząc z warunku równowagi sił działających na elementarną warstewkę masy wyprowadzono dwa równania parcia pionowego zagęszczonej i obciążonej masy, słuszne dla formy bezwnękowej lub wnekowej. W celu sprawdzenia prawidłowości modelu matematycznego wykonano pomiary tensometryczne parcia pionowego i poziomego masy zagęszczonej w stanie obciążonym i odciążonym.

### 1. WSTĘP

W mechanice gruntów od dawna znane jest zjawisko zanikania naprężeń ściskających w obciążonym statycznie gruncie, w miarę wzrostu jego głębokości. Do wyznaczania wartości tych naprężeń służą liczne, uproszczone wzory lub monogramy [1,2].

Niejednorodne rozkłady naprężeń i spowodowane nimi niejednorodne gęstości materiałów w ich przekrojach poprzecznych i wzdłużnych stwierdzono również podczas prasowania wyrobów z proszków metalicznych [3], mas ceramicznych [4] i innych materiałów rozdrobnionych [5] oraz prasowania form odlewniczych [6,7,8]. W przypadku prasowania statycznego masy formierskiej szczególnie niejednorodne naprężenia występują w szczelinach formy, czyli przestrzeniach formy ograniczonych pionowymi ścianami modelu i skrzynki [10]. Niejednorodność naprężeń jest spowodowana tarciem materiału zagęszczanego o ścianki matrycy lub skrzynki.

Dotychczasowy dorobek teorii prasowania statycznego masy formierskiej jest stosunkowo skromny. Wzorując się na metodyce, stosowanej

w mechanice gruntów i wykorzystanej m.in. do obliczania parcia materiałów ziarnistych w zbiornikach [9], opracowano wzory różnej postaci, które pozwalają na określenie przybliżonej wartości parcia pionowego obciążonej i zagęszczonej masy formierskiej w określonym, poziomym przekroju czyli formy bez modelu odlewniczego. Przyjęcie zbyt daleko idących uproszczeń w geometrii formy spowodowało, że niewielka jest praktyczna przydatność podawanych w literaturze [6, 7, 8, 10] zależności dla oceny rozkładu parcia masy w rzeczywistej formie wnekowej.

## 2. ANALIZA STANU NAPRĘŻENIA W MASIE FORMIERSKIEJ PRASOWANEJ STATYCZNIE W FORMIE WNĘKOWEJ

W celu opracowania i opisu modelu przyjęto następujące założenia [5]:

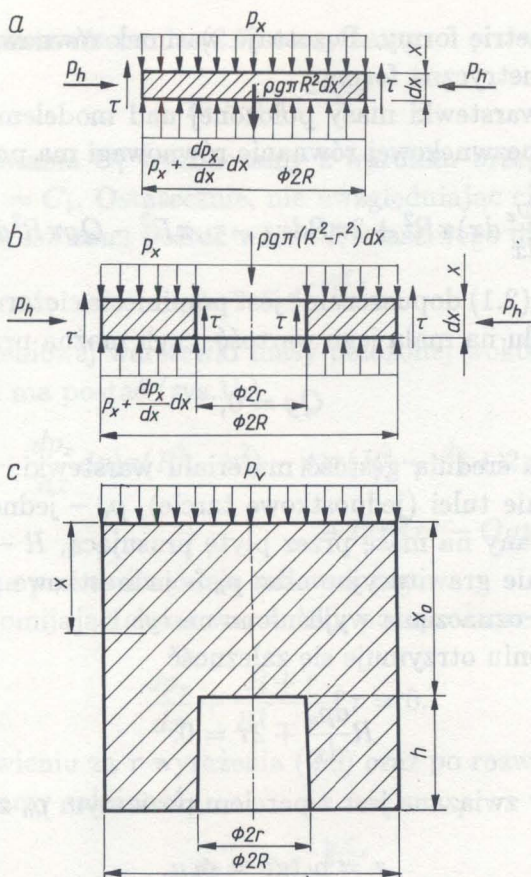
1. Masa formierska jest materiałem ciągłym w każdej fazie kształtowania formy odlewniczej, więc również w fazie jej prasowania. Założenie takie jest dopuszczalne ze względu na niewielkie wymiary ziarn w stosunku do wymiarów formy oraz występowanie więzów między cząstkami zagęszczonej masy.

2. Masa formierska jest materiałem jednorodnym oraz izotropowym. Założenie jednorodności masy wynika ze zbliżonej wielkości ziarn i podobnego ich kształtu (powierzchni właściwej). Natomiast założenie izotropowości własności masy wynika z przypadkowego rozłożenia jej składników: ziarn piasku i cząstek bentonitu - w przestrzeni formy.

3. W masie występuje trójosiowy, obrotowo-symetryczny stan naprężeń i jednoosiowy stan odkształceń. Założenie to wynika z zastosowanej metody pomiarowej - przyrządu tulejowego typu edometru oraz dużej sztywności (nieodkształcalności) tulei.

4. Rozkład nacisków jednostkowych, wywieranych na masę przez płytę prasującą, przyjęto jako stały na całej powierzchni. Takie upraszczające założenie jest powszechnie przyjmowane [m.in.5] do analizy matematycznej i opisu modelu.

5. W modelu matematyczno-fizycznym procesu prasowania masy formierskiej uwzględniono tarcie zewnętrzne masy o powierzchnię tulei, zaś pominięto tarcie masy o powierzchnię płyty prasującej i modelowej oraz tarcie wewnętrzne w masie. Założenie o pominięciu tarcia na powierzchniach poziomych płyty prasującej i modelowej jest dopuszczalne



Rys. 1. Stan obciążenia masy podczas jej prasowania: a) równowaga warstwy w formie bez modelu; b) równowaga warstwy w formie z modelem; c) zależności geometryczne formy

ze względu na minimalne przemieszczenia promieniowe masy. Natomiast nieuwzględnienie tarcia wewnętrznego w masie, prowadzące do znacznego uproszczenia przyjętego modelu matematycznego, wynika z zachowania dotychczasowego podejścia i pewnych trudności z uwzględnieniem tego członu w równaniu.

Na prasowaną statycznie masę podczas kształtowania formy działają siły zewnętrzne pochodzące od płyty prasującej i tulei. Zależność parcia pionowego  $p_x$  obciążonej masy wyznaczono z analizy równowagi sił, działających na elementarną, wydzieloną warstewkę masy o grubości  $dx$  oddaloną o  $x$  od płyty prasującej (rys.1). Suma sił działających na rozważaną warstewkę w kierunku promieniowym jest równa zeru ze

względem na symetrię formy. Pozostaje warunek równowagi sił rzutowanych na oś geometryczną formy.

Dla ciągłej warstewki masy położonej nad modelem lub warstewki masy w formie bezwnękowej równanie równowagi ma postać (rys.1a)

$$(2.1) \quad \left(p_x + \frac{dp_x}{dx} dx\right) \pi R^2 + 2\pi R dx \tau - p_x \pi R^2 - Qg\pi R^2 dx = 0.$$

W równaniu (2.1) dopuszczalne jest pominięcie ciężaru własnego warstewki ze względu na małą jego wartość, czyli można przyjąć

$$(2.2) \quad Qg = 0,$$

gdzie  $Q$  oznacza średnią gęstość materiału warstewki,  $\tau$  – napężenie styczne na ścianie tulei (jednostkowe tarcie),  $p_v$  – jednostkowy nacisk pionowy wywierany na masę przez płytę prasującą,  $R$  – promień tulei,  $g$  – przyspieszenie grawitacyjne oraz  $p_h$  – jednostkowe parcie poziome masy. Pozostałe oznaczenia wyjaśniono na rys.1.

Po uproszczeniu otrzymuje się zależność

$$(2.3) \quad R \frac{dp_x}{dx} + 2\tau = 0.$$

Napężenie  $\tau$  związane jest z parciem poziomym  $p_h$  związkiem

$$(2.4) \quad \tau = p_h \operatorname{tg} \nu = p_h \mu,$$

gdzie  $\mu$  oznacza współczynnik tarcia zewnętrznego masy.

Przyjmując założenie JANSSENA [9] o stałości stosunku

$$(2.5) \quad \frac{p_h}{p_x} = K = \operatorname{const}$$

na całej wysokości tulei, otrzyma się

$$(2.6) \quad \tau = \mu K p_x,$$

gdzie  $K$  oznacza współczynnik parcia poziomego masy obciążonej.

Po podstawieniu (2.6) do (2.3) i uproszczeniu będzie

$$(2.7) \quad \frac{dp_x}{dx} + \frac{2\mu K p_x}{R} = 0.$$

Po rozwiązaniu równania (2.7) otrzymamy

$$(2.8) \quad p_x = C_1 e^{-\frac{2\mu K}{R}x}.$$

Stałą całkowania  $C_1$  wyznaczamy z warunku brzegowego, tzn. dla  $x = 0$ ;  $p_x = p_v = C_1$ . Ostatecznie, nie uwzględniając ciężaru warstewki, otrzymamy uproszczoną postać wzoru I, właściwego dla  $x \leq x_0$

$$(2.9) \quad p_x = p_v e^{-\frac{2\mu K}{R}x}.$$

Dla pierścieniowej warstewki masy położonej wokół modelu, równanie równowagi ma postać (rys.1b)

$$(2.10) \quad (p_x + \frac{dp_x}{dx}dx)\pi(R^2 - r^2) - p_x\pi(R^2 - r^2) + 2\pi Rdx + \\ + 2\pi rdx\tau - Qg\pi(R^2 - r^2)dx = 0,$$

gdzie  $r$  oznacza promień modelu odlewniczego.

Również pomijając ciężar warstewki, po uproszczeniu otrzymuje się zależność

$$(2.11) \quad \frac{dp_x}{dx} + \frac{R+r}{R^2 - r^2}2\tau = 0.$$

Po podstawieniu za  $\tau$  wyrażenia (2.6) oraz po rozwiązaniu równania (2.11) otrzymamy zależność

$$(2.12) \quad p_x = c_2 e^{-\frac{2\mu K}{R-r}x}.$$

Z warunku ciągłości ciśnień pionowych  $p_x$  dla  $x = x_0$  liczonych wg wzorów (2.9) i (2.12) po wielu przekształceniach rachunkowych wyznacza się stałą  $C_2$

$$(2.13) \quad C_2 = p_v e^{\frac{2\mu Kr}{R(R-r)}x_0}.$$

Dla warstewki pierścieniowej, przy pominiętych ciężarze, wzór II właściwy dla  $x > x_0$  przyjmie uproszczoną ostateczną postać

$$(2.14) \quad p_x = p_v e^{-\frac{2\mu K}{R(R-r)}(Rx - rx_0)}.$$

Zakres zastosowań wyznaczonych wzorów:

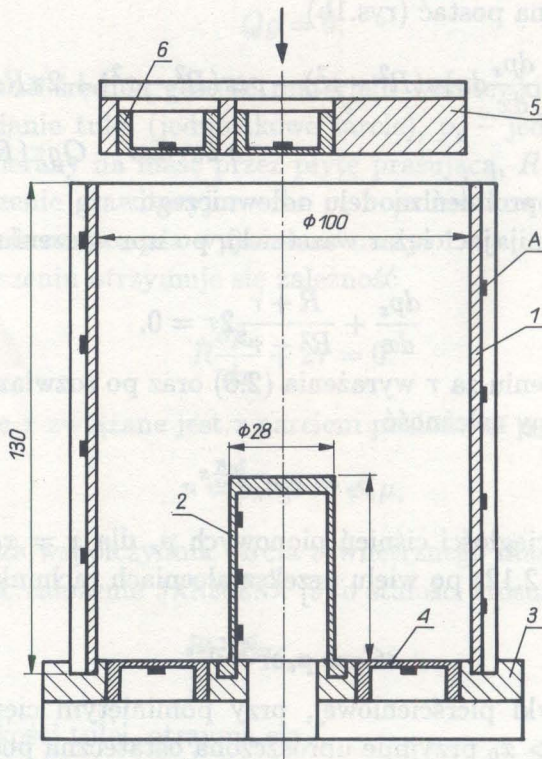
a) wzór I w postaci (2.9) stosuje się w przypadku form bezwnękowych oraz form wnąkowych, dla  $x \leq x_0$ ,

b) wzór II w postaci (2.14) stosuje się w przypadku form wnąkowych, dla  $x > x_0$ .

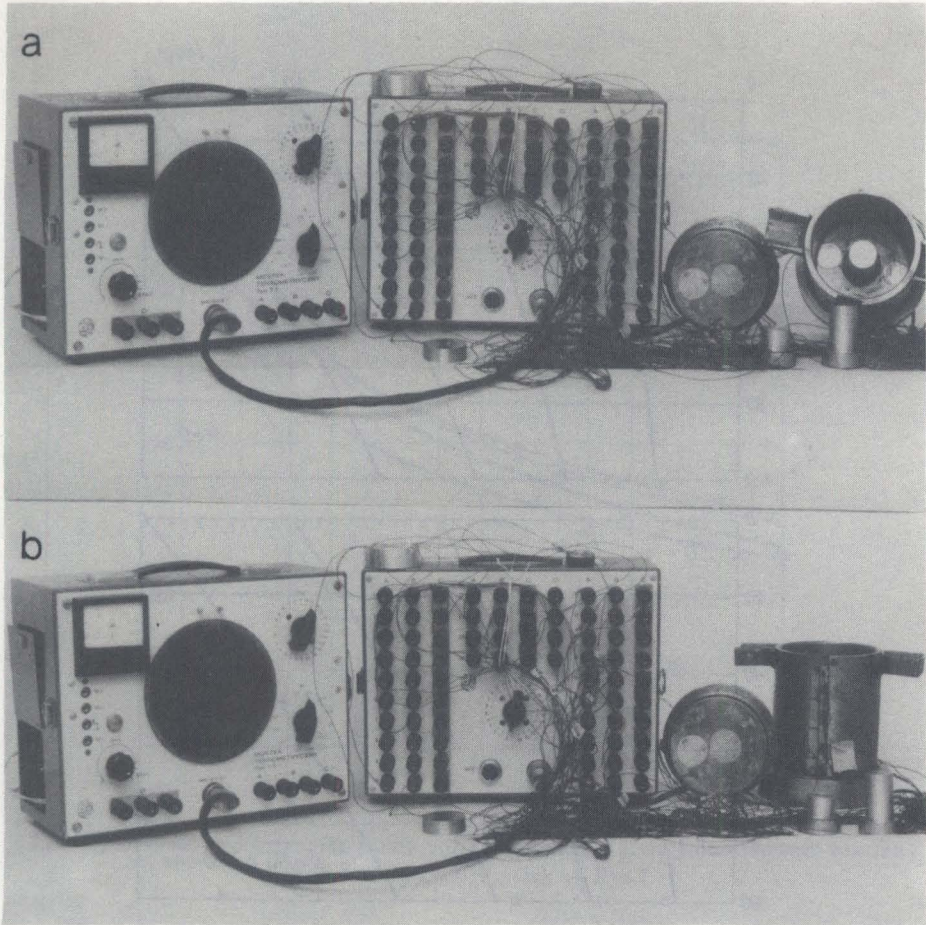
Przedstawione wzory wyrażają funkcje typu wykładniczego.

### 3. METODYKA POMIARU PARĆ MASY. OMÓWIENIE WYNIKÓW POMIARÓW

Do pomiaru parcia zagęszczonej masy w stanie obciążonym oraz w odciążonym zastosowano technikę tensometryczną. Masę formierską zagęszczono jednostronnie w specjalnym przyrządzie tulejowym w kształcie edometru z naklejonymi tensometrami. Schemat przyrządu pokazano na rys.2, a widok całego zestawu pomiarowego bez maszyny wytrzymałościowej – na rys.3.



Rys. 2. Przyrząd tulejowy z rozmieszczonymi tensometrami: 1-tuleja, 2-model odlewniczy, 3-płyta modelowa, 4-wkładka, 5-płyta prasująca, 6-wkładka; A-miejsce naklejania tensometrów

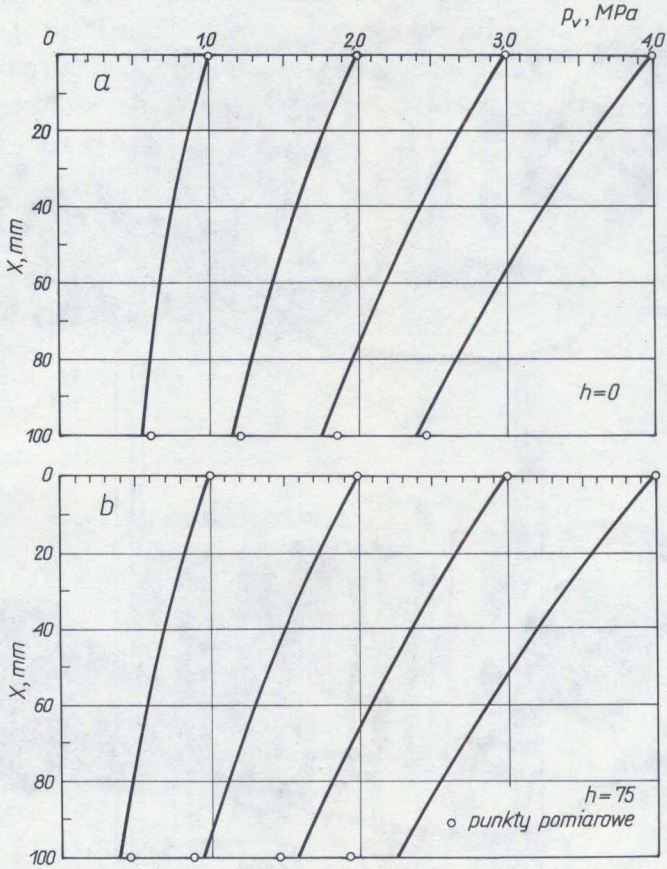


Rys. 3 Widok tensometrycznego zestawu pomiarowego

3. METODYKA POMIARU PARÓ MASY. OMÓWIENIE WYNIKÓW POMIARÓW

Do pomiaru należy zastosować cztery z szeregu płyt o następujących wymiarach:

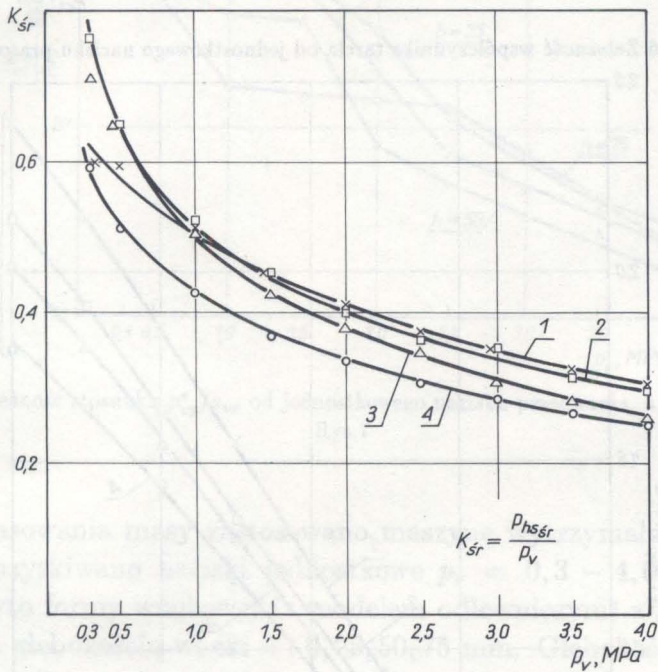
- 1) 100 x 100 mm
- 2) 100 x 150 mm
- 3) 150 x 150 mm
- 4) 150 x 200 mm



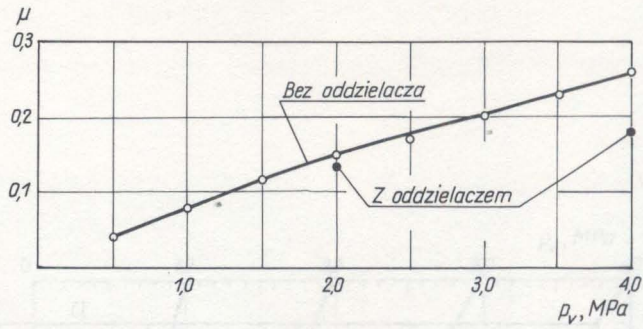
Rys. 4 Teoretyczne zależności i ich weryfikacja doświadczalna

Rys. 2. Przykład układu pomiarowego: 1 - pomiarowy i kontrolny wyciekający ciekły, 2 - model pływający, 3 - płyta modułowa, 4 - skafelka, 5 - płytka przesłona, 6 - zbiornik A miejący sześć jantów testomatów

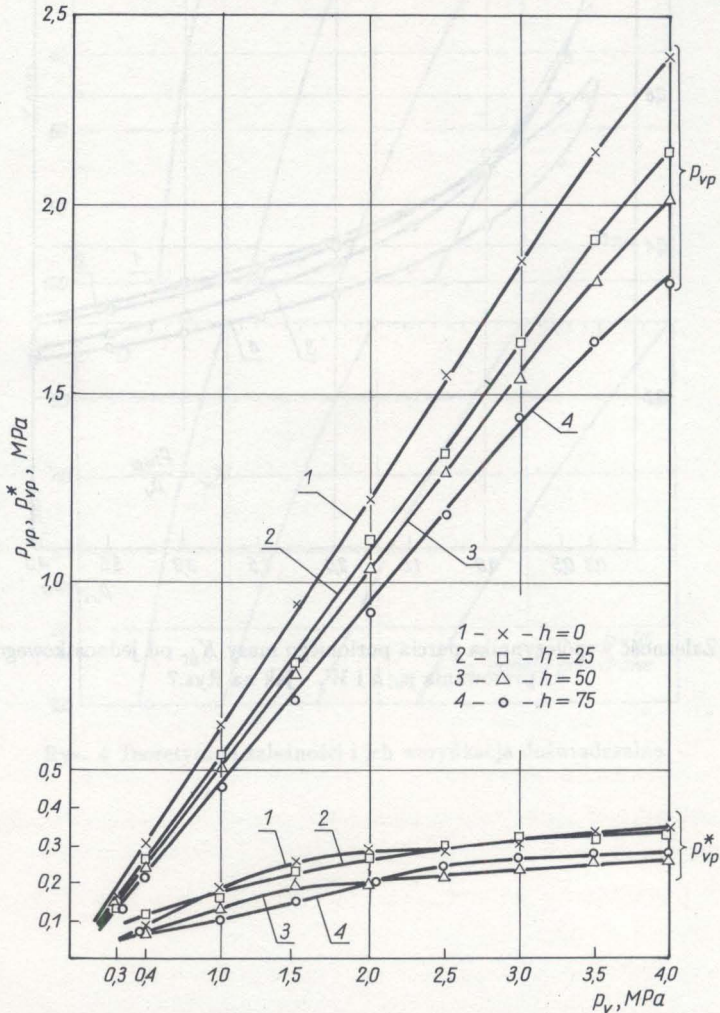




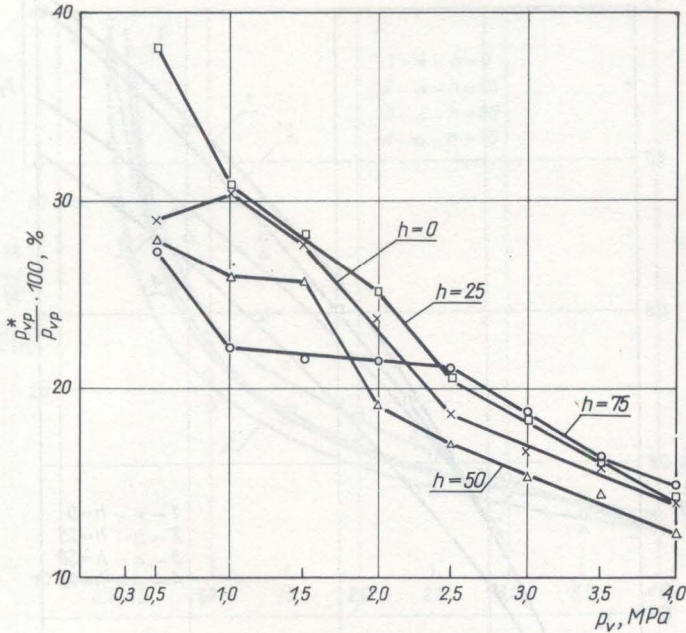
Rys. 5 Zależność współczynnika parcia poziomego masy  $K_{sr}$  od jednostkowego nacisku prasowania  $p_v$ ;  $h$  i  $W_z$  - jak na Rys.7



Rys. 6 Zależność współczynnika tarcia od jednostkowego nacisku prasowania



Rys. 7 Zależność parcia pionowego zagęszczonej masy obciążonej  $p_{vp}$  i odciążonej  $p_{vp}^*$  na płytę modelową od jednostkowego nacisku prasowania;  $h$  - wysokość modelu odlewniczego, prędkość zagęszcz.  $W_z = 5 \text{ mm/min}$  (wartości średnie) [658]



Rys. 8. Zależność stosunku  $p_{vp}^*/p_{vp}$  od jednostkowego nacisku prasowania,  $h$  i  $W_z$  – jak na Rys.7

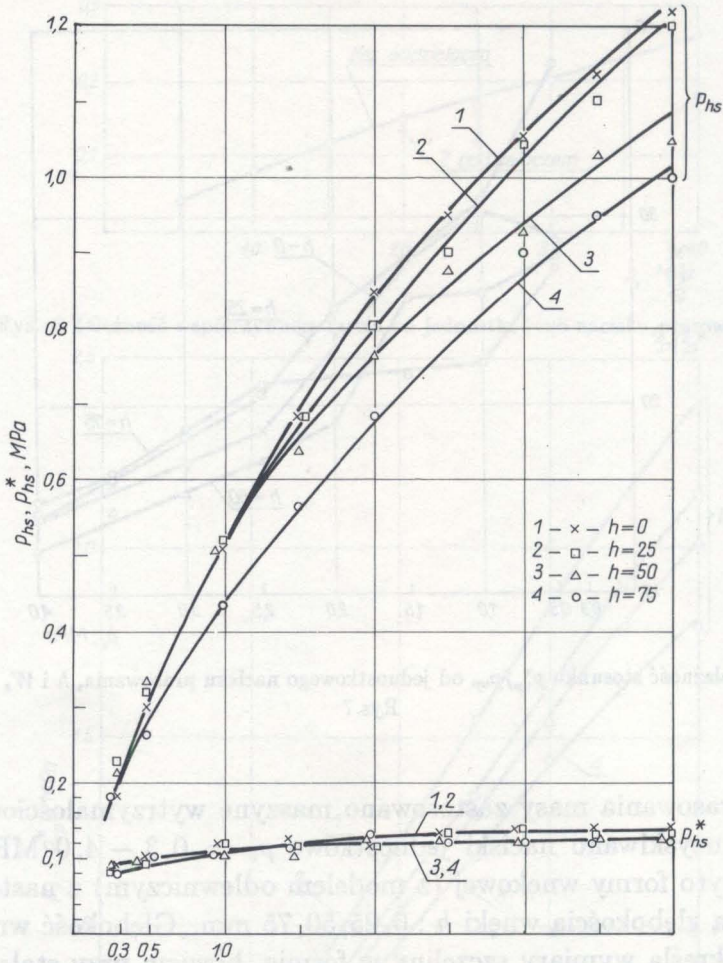
Do prasowania masy zastosowano maszynę wytrzymałościową „Instron” i uzyskiwano naciski jednostkowe  $p_v = 0,3 - 4,0$  MPa. Do badań użyto formy wnekowej (z modelem odlewniczym) z następującą wymienną głębokością wnęki  $h : 0, 25, 50, 75$  mm. Głębokość wnęki pośrednio określa wymiary szczeliny w formie, bowiem przy stałej szerokości szczeliny  $s$  stosunek  $h/s$  przyjmuje następujące wartości: 0; 0,69; 1,38; 2,08.

Stan naprężeń panujący w masie obciążonej powoduje następujące jej parcia jednostkowe:

parcie pionowe na powierzchnię płyty modelowej  $p_{vp}$  oraz na powierzchnię czołową modelu  $p_{vm}$ ,

parcie poziome na powierzchnię pionową modelu  $p_{hm}$  oraz na powierzchnię skrzynki – tulei  $p_{hs}$ .

Wyniki obliczeń i pomiarów parcia pionowego  $p_x$  masy obciążonej, zmienne wzdłuż wysokości formy  $x$ , dla dwóch krańcowych przypadków głębokości wnęki formy przedstawiono na rys.4. Obserwuje się dość dobrą zgodność danych teoretycznych z empirycznymi, co potwierdza

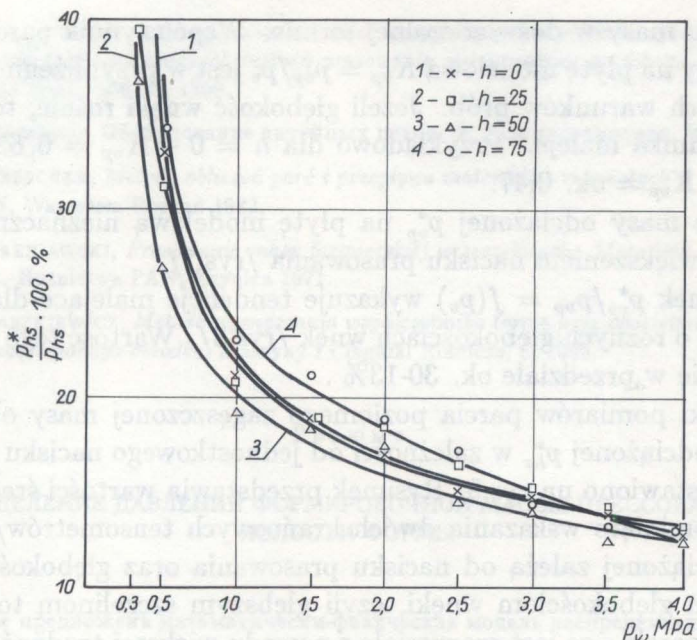


Rys. 9. Zależność parcia poziomego zagęszczonej masy obciążonej  $p_{hs}$  i odciążonej  $p_{hs}^*$  od jednostkowego nacisku prasowania;  $h$  i  $W_z$  - jak na Rys.7 (wartości średnie)

prawidłowość zaproponowanego modelu matematyczno-fizycznego procesu prasowania masy w formie wnąkowej.

Do obliczeń parcia masy wykorzystano wzory (2.9) i (2.14) oraz dane wynikające z prób:  $R = 5\text{cm}$ ,  $r = 1,4\text{cm}$ ,  $x_0 = 2,5\text{cm}$ . Wartości  $K$  i  $\mu$  przyjęto na podstawie własnych badań.

Zależność współczynnika parcia poziomego masy od jednostkowego nacisku prasowania dla różnych wysokości modelu przedstawiono na rys.5. Zależność współczynnika parcia zewnętrznego masy od jednostkowego nacisku prasowania podano na rys.6. Metoda wyznaczania



Rys. 10. Zależność stosunku  $p_{hs}^*/p_{hs}$  od jednostkowego nacisku prasowania;  $h$  i  $W_z$  – jak na Rys.7

współczynnika tarcia masy o powierzchnię tulei została omówiona w pracy [11].

W wyniku odciążenia zagęszczonej masy opory tarcia zewnętrzne i wewnętrzne powodują, że w masie pozostają naprężenia własne o niewielkiej wartości, które wywołują odpowiednio następujące rodzaje parcia jednostkowego:

parcie pionowe na powierzchnię płyty modelowej  $p_{vp}^*$  oraz na powierzchnię czołową modelu  $p_{vm}^*$ ,

parcie poziome na powierzchnię pionową modelu  $p_{hm}^*$  oraz na powierzchnię skrzynki – tulei  $p_{hs}^*$ .

Wyniki pomiarów parcia pionowego zagęszczonej masy obciążonej  $p_{vp}$  i odciążonej  $p_{vp}^*$  na płytę modelową (wartości średnie wskazań) w zależności od jednostkowego nacisku prasowania  $p_v$  przedstawiono na rys.7.

Wraz ze wzrostem głębokości wnęki formy zmniejszają się wartości  $p_{vp}$  przy tym samym nacisku  $p_v$ , co należy tłumaczyć zwiększającą się powierzchnią tarcia, a zatem coraz bardziej intensywnym hamowaniem

przepływu masy w doświadczalnej formie. Współczynnik parcia pionowego masy na płytę modelową  $K_{vp} = p_{vp}/p_v$  jest w przybliżeniu stały dla określonych warunków prób. Jeżeli głębokość wnęki rośnie, to wartość współczynnika maleje. Przykładowo dla  $h = 0 - K_{vp} = 0,62$ , zaś dla  $h = 75 - K_{vp} = \text{ok. } 0,47$ .

Parcie masy odciążonej  $p_{vp}^*$  na płytę modelową nieznacznie rośnie wraz ze zwiększeniem nacisku prasowania /rys.7/.

Stosunek  $p_{vp}^*/p_{vp} = f(p_v)$  wykazuje tendencje malejące dla wszystkich form o różnych głębokościach wnęk /rys.8/. Wartość tego stosunku zmienia się w przedziale ok. 30-13% .

Wyniki pomiarów parcia poziomego zagęszczonej masy obciążonej  $p_{hs}$  oraz odciążonej  $p_{hs}^*$  w zależności od jednostkowego nacisku prasowania przedstawiono na rys.9. Rysunek przedstawia wartości średnie parcia masy /pominięto wskazania dwóch krańcowych tensometrów/. Parcia masy obciążonej zależą od nacisku prasowania oraz głębokości wnęki. Większym głębokościom wnęki, czyli głębszym szczelinom towarzyszą mniejsze parcia - co jest zrozumiałe z powodu większej trudności zagęszczenia masy w głębokich szczelinach.

Parcia poziome masy odciążonej są znikomo małe i nieznacznie zależą od nacisku jednostkowego.

Stosunek  $p_{hs}^*/p_{hs} = f(p_v)$  wynosi ok. 40 - 12%; przebieg tych zależności w postaci funkcji malejących podano na rys.10.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. T.JESKE, T.PRZEDECKI i B.ROSSIŃSKI, *Mechanika gruntów*, PWN, Warszawa - Wrocław 1966.
2. T.W.LAMBE i R.V.WHITMAN, *Mechanika gruntów*, Arkady, Warszawa 1977.
3. D.BIAŁO, *Badania wpływu ruchu obrotowo-zwrotnego matrycy na intensyfikację procesu prasowania elementów z proszków żelaza*, Praca Doktorska, Polit. Warszawska, 1977.
4. E.D.MOKROSZ, *Postęp techniczny w prasowaniu kształtek z proszków ceramicznych*, Szkło i Ceramika, 2, 1972.
5. Z.DRZYMAŁA, *Podstawy inżynierii procesu zagęszczania i prasowania materiałów*, PWN, Warszawa 1988.
6. J.LEMPICKI, *Teoretyczne podstawy prasowania form pod wysokimi naciskami*, Prace Inst. Odlewnictwa, 3-4, Kraków 1964.

7. C. ŻAKOWSKI, *Badanie wybranych zjawisk występujących w procesie wykonywania piaskowych form odlewniczych metodą prasowania pod wysokimi naciskami*, Praca Doktorska, Polit. Łódzka, 1969.
8. П.Н.Аксенов, *Оборудование литейных цехов, 2, Машиностроение, Москва 1977.*
9. A. DRESCHER, *Metody obliczeń parć i przepływu materiałów ziarnistych w zbiornikach*, PWN, Warszawa-Poznań 1983.
10. J. SZRENIAWSKI, *Prasowanie masy formierskiej w szczelinach*, Materiały na Zebranie Kom. Hutnictwa PAN, Krynica 1971.
11. S. WASZKIEWICZ, *Metoda wyznaczania współczynnika tarcia przy oddzielaniu narzędzia od zagęszczonego ośrodka*, Maszyny i Ciągniki Rolnicze, 6, 1989.

### Резюме

#### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ ФОРМИРОВОЧНОЙ МАССЫ ПРЕССОВАННОЙ В ПОЛОСТИ ФОРМЫ

В статье предложена математически-физическая модель распределения давлений формировочной массы, прессованной в полости формы, т. е. литейная модель. Исходя из условия равновесия сил, действующих на элементарный слой массы, выведены два уравнения вертикального давления сгущенной и нагруженной массы, справедливые для безполостной или полостной формы. С целью проверки правильности математической модели, проведены тензометрические измерения вертикального и горизонтального давлений сгущенной массы в нагруженном и разгруженном состояниях.

### SUMMARY

#### SAND MIX PRESSURE DISTRIBUTION IN CAVITY MOULDS

The mathematical model concerning the moulding sand pressure distribution in the cavity mould is presented. Assuming the balance between the forces acting on an elementary moulding sand layer, two equations for vertical and horizontal pressures are derived. The equations are also valid for other types of moulds. The model is verified by extensometric measurements of the vertical and horizontal pressures of the condensed mould sand both in the loaded and unloaded states.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
INSTYTUT TECHNOLOGII BEZWIÓROWYCH, WARSZAWA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 29 grudnia 1988 r.*

---