

UKŁADY WIELOGAŁĘZIOWE I WIELOWĘZŁOWE RUROCIĄGÓW ENERGETYCZNYCH

PIOTR GARDIAS, ANTONI KRECZMAR, MICHAŁ TESSAROWICZ (WARSZAWA)

Wstęp

Zagadnienia obliczania sił, momentów, naprężeń i przemieszczeń rurociągów energetycznych były przedmiotem wielu publikacji (por. np. [1 – 6]). Informacje o zastosowaniu elektronicznych maszyn cyfrowych do obliczeń samokompensacji podaje praca [4].

W kraju korzystano dotychczas z programów opracowanych na maszynę cyfrową ZAM-2 i UMC-1 (w BPE Energoprojekt, Warszawa). Programy te nie pozwalają jednak na obliczanie skomplikowanych układów, z którymi coraz częściej spotykamy się w energetyce. Układy te czasami można obliczać zastępując je układami uproszczonymi tak, jak jest to często stosowane w praktyce. Takie postępowanie może prowadzić do błędów, których wartość trudna jest do określenia i w związku z tym powstają wątpliwości odnośnie poprawności obliczeń. W rozwiązaniach praktycznych taka sytuacja jest nie do przyjęcia. Szukając wyjścia autorzy spróbowali dla dowolnych układów opracować metodę, która byłaby jednocześnie łatwa w użyciu i odpowiednia dla szerokiego grona inżynierów-projektantów.

W opracowanej metodzie wykorzystany jest dorobek różnych autorów, tym niemniej sposób ujęcia oraz przedstawienie całości stanowi pracę oryginalną i samodzielny. Efekt jej jest tym większy, że metodę tę zaprogramowano i już wykorzystuje się do obliczeń na maszynach cyfrowych. Programy te zostały wykonane na maszynę cyfrową GIER w Zakładzie Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego [7]. Według tych programów obliczono np. rurociągi elektrowni parowej 2×120 MW Huai-Nan, zaprojektowane przez Biuro Projektów Zjednoczenia Przemysłu Budowy Maszyn Ciężkich w Warszawie.

1. Oznaczenia i jednostki miary

- E moduł Jounga [10^{-6} KGcm $^{-2}$],
- ε jednostkowe wydłużenie cieplne [cmm $^{-1}$],
- P_{xA}, P_{yA}, P_{zA} przemieszczenia liniowe punktu początkowego A gałęzi rurociągu wzdłuż odpowiedniej osi układu współrzędnych x, y, z [cm],
- P_{xB}, P_{yB}, P_{zB} przemieszczenia liniowe punktu końcowego B gałęzi rurociągu wzdłuż odpowiedniej osi układu współrzędnych x, y, z [cm],
- f_{xA}, f_{yA}, f_{zA} przemieszczenia kątowe punktu początkowego A gałęzi rurociągu wokół odpowiedniej osi układu współrzędnych x, y, z [stopnie],

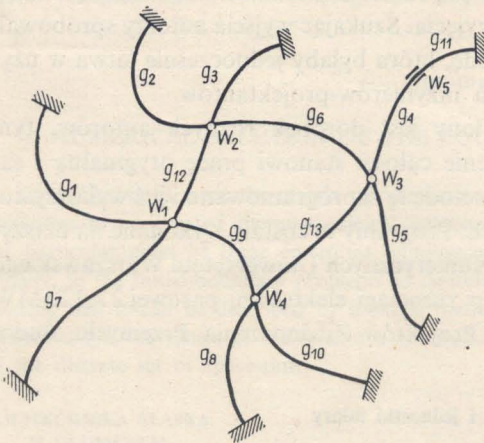
- f_{xB}, f_{yB}, f_{zB} przemieszczenia kątowne punktu końcowego B gałęzi rurociągu wokół odpowiedniej osi układu współrzędnych x, y, z [stopnie],
 g grubość ścianki rurociągu [mm],
 dz średnica zewnętrzna rurociągu [mm],
 R promień łuku [m],
 I osiowy moment bezwładności przekroju poprzecznego rury [cm⁴],
 $k_\tau = \frac{EI \text{ dla rury prostej}}{EI \text{ dla rury zakrzywionej}}$ współczynnik sztywności łuku,
 $k_{pi} = \frac{EI \text{ elementu } i\text{-tego}}{EI \text{ elementu wybranego}}$ współczynnik sztywności prostki,
 L długość prostki [m],
 w kąt rozwarcia łuku $0 \leq w \leq 90$ [stopnie],
 w_{0i} kąt płaski zawarty między normalną wystawioną w punkcie i łuku, a normalną w punkcie sztywności łuku do jednej z osi współrzędnych [stopnie],
 a kąt pochylenia prostki względem osi 1 [stopnie],
 x_i, y_i, z_i współrzędne i -tego punktu gałęzi rurociągu w układzie pierwotnym [m],
 P_x, P_y, P_z siły [kG],
 M_x, M_y, M_z momenty [kGm],
 p ciśnienie [kGcm⁻²].

2. Gałęzie i węzły rurociągu

Rozpatrzmy układ rurociągów podany schematycznie na rys. 1. Traktujemy go jako liniowy, sprężysty układ Clapeyrona, dla którego będzie spełnione twierdzenie Castigliano. W rozważaniach pomija się wpływ sił osiowych i tnących na stan

odkształcenia. Zamocowania końców są idealnie sztywne, mogą jedynie ulegać przemieszczeniom liniowym p_{xB}, p_{yB}, p_{zB} oraz przemieszczeniom kątowym f_{xB}, f_{yB}, f_{zB} .

Przez gałąź rurociągu będziemy rozumieli zespół elementów prostych i łuków wzajemnie powiązanych w odpowiedniej kolejności. W punktach łączenia się elementów spełniony jest warunek istnienia wspólnej stycznej do obu łączonych elementów. Usytuowanie elementów w przestrzeni może być dowolne. Miejsca rurociągów, w których schodzą się przynajmniej trzy gałęzie



Rys. 1

rurociągu (rozumiane jako punkty o sześciu stopniach swobody) oraz miejsca zamocowań ograniczających (punkty o jednym, dwóch itd. lub pięciu stopniach swobody) łączące dwie gałęzie, będziemy nazywali węzłami rurociągu.

Na rys. 1 symbolami g_1, \dots, g_{13} oznaczono gałęzie, natomiast symbolami w_1, \dots, w_5 węzły rurociągu. Węzeł w_5 jest zamocowaniem ograniczającym.

3. Równania równowagi układu rurociągów

Równania równowagi nie uwzględniają wpływu ciężaru własnego rurociągu, ciężaru czynnika wypełniającego rurociąg, ciężaru izolacji, sił tarcia w zamocowaniach ograniczających oraz ewentualnego wpływu sił dynamicznych pochodzących od przyspieszeń czynnika przepływającego przez rurociąg i od przyspieszeń w przypadku istnienia wstrząsów sejsmicznych.

Wpływy te ograniczane są do dopuszczalnych wartości przez ustalenie właściwej konfiguracji rurociągów, doboru średnic, promieni gięcia, zamocowań sprężystych itd.; w związku z tym nie będą dalej rozpatrywane w niniejszej pracy.

W celu zorientowania układu rurociągów wprowadza się prawoskrętne prostokątne układy współrzędnych x, y, z , których początki umieszcza się w poszczególnych węzłach. Układy te jednakowo zorientowane będziemy dalej rozważali jako układy pierwotne. W układach pierwotnych będą określane wszystkie elementy rurociągu leżące w płaszczyznach równoległych do jednej z trzech płaszczyzn układu pierwotnego.

Dla zdefiniowania elementów skośnych, tzn. nie spełniających powyższego warunku, będziemy obierali prostokątne prawoskrętne układy współrzędnych tzw. «układy lokalne» odpowiednio obrócone w stosunku do układu pierwotnego. Wielkość obrotu określają «kąty obrotu», tzn. kąty między odpowiednimi osiami układu lokalnego oraz pierwotnego.

Kąty te bierzemy między osiami 1, 2 i 3 układu lokalnego, a osią 1 układu pierwotnego, następnie osią 2 i 3. Osie dowolnego n -tego układu współrzędnych x, y, z oznaczamy bowiem w zależności od tego, jaką płaszczyznę tworzą. I tak za oś 1 przyjmujemy oś x^n w płaszczyznach $x^n y^n$ i $x^n z^n$ oraz oś y^n , w płaszczyźnie $y^n z^n$. Za oś 2 przyjmujemy oś y^n w płaszczyźnie $x^n y^n$ oraz oś z^n w płaszczyznach $x^n z^n$ i $y^n z^n$. Przez oś 3 rozumiana jest oczywiście oś prostopadła do płaszczyzny wyznaczonej przez osie 1 i 2.

Węzły traktujemy jednocześnie jako punkty początkowe A schodzących się w nich gałęzi, przy czym w przypadku gałęzi łączącej dwa sąsiednie węzły w_k i w_n uważamy, że należy ona do węzła w_k , gdzie $k < n$. Zatem jej punkt początkowy A leży w węźle w_k , a punkt końcowy B w węźle w_n .

Elementy rurociągu leżące w płaszczyznach równoległych przynajmniej do jednej z trzech płaszczyzn danego układu współrzędnych oraz łączące się kolejno ze sobą będziemy dalej nazywali «zestawem» elementów.

Podstawowymi niewiadomymi są siły, momenty i przemieszczenia (liniowe i kątowe) w poszczególnych przekrojach przywęzłowych. Znając je, można już łatwo obliczyć wartości w dowolnym punkcie rurociągu. W celu znalezienia tych podstawowych niewiadomych należy ułożyć tyle równań, ile jest tych niewiadomych, tzn. $6(i_w + i_z + i_g)$, gdzie i_w oznacza liczbę węzłów o sześciu stopniach swobody, i_z liczbę zamocowań ograniczających oraz i_g ilość gałęzi. Są to równania następujące:

a. *Równania zgodności odkształceń gałęzi rurociągu.* Równania te określają siły i momenty w przekrojach przywęzłowych poszczególnych gałęzi, w zależności od przemieszczeń liniowych i kątowych. Dla tych równań możemy napisać symetrycz-

ną macierz współczynników. Ze względu na symetrię podajemy tylko wyrazy ponad przekątną oraz na samej przekątnej (tablica 1). W tablicy 1 wskaźniki k^n , l^n oznaczają kierunki osi współrzędnych w n -tym układzie współrzędnych związanym z n -tym zestawem, przy czym przez s oznaczono ilość zestawów. Wskaźnik o przy wielkościach sił i momentów oznacza, że brane są one w początku układu współrzędnych danej gałęzi. Współczynniki $a_{k^n l^n}$, $b_{k^n l^n}$ i $c_{k^n l^n}$ przybierają wartości:

$$\begin{aligned}
 a_{x^n x^n} &= \sum_{i=1}^k [I_{x^n(x^n z^n)}^{(i)} + I_{x^n(x^n y^n)}^{(i)}], & a_{x^n y^n} &= a_{y^n x^n} = \sum_{i=1}^k [-D_{(x^n y^n)}^{(i)}], \\
 a_{y^n y^n} &= \sum_{i=1}^k [I_{y^n(x^n y^n)}^{(i)} + I_{y^n(y^n z^n)}^{(i)}], & a_{y^n z^n} &= a_{z^n y^n} = \sum_{i=1}^k [-D_{(y^n z^n)}^{(i)}], \\
 a_{z^n z^n} &= \sum_{i=1}^k [I_{z^n(y^n z^n)}^{(i)} + I_{z^n(x^n z^n)}^{(i)}], & a_{z^n x^n} &= a_{x^n z^n} = \sum_{i=1}^k [-D_{(x^n z^n)}^{(i)}], \\
 b_{x^n y^n} &= \sum_{i=1}^k [S_{x^n(x^n z^n)}^{(i)}], & b_{z^n y^n} &= \sum_{i=1}^k [-S_{z^n(x^n z^n)}^{(i)}], \\
 b_{x^n x^n} &= b_{y^n y^n} = b_{z^n z^n} = 0, \\
 b_{y^n x^n} &= \sum_{i=1}^k [-S_{y^n(y^n z^n)}^{(i)}], & b_{z^n x^n} &= \sum_{i=1}^k [S_{z^n(y^n z^n)}^{(i)}], \\
 b_{y^n z^n} &= \sum_{i=1}^k [S_{y^n(x^n y^n)}^{(i)}], & b_{x^n z^n} &= \sum_{i=1}^k [-S_{x^n(x^n y^n)}^{(i)}], \\
 c_{x^n x^n} &= \sum_{i=1}^k [L_{(y^n z^n)}^{(i)}], & c_{y^n y^n} &= \sum_{i=1}^k [L_{(x^n z^n)}^{(i)}], \\
 c_{z^n z^n} &= \sum_{i=1}^k [L_{(x^n y^n)}^{(i)}], & c_{k^n l^n} &= 0 \quad \text{dla} \quad k^n \neq l^n.
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

We wzorach (3.1) k oznacza liczbę elementów w n -tym zestawie. Wskaźnik i oznacza, że wartość ma być liczona dla i -tego elementu danego zestawu. Wzory wyprowadzone zostały przy założeniu, że utwierdzenia gałęzi w węzle są doskonale sztywne, tzn., że przemieszczenia kątowe węzła równają się odpowiednim przemieszczeniom kątowym przekroji przywęzłowych gałęzi.

b. *Równania równowagi sił i momentów w węzle.* Dla węzłów w_n o sześciu stopniach swobody mamy

$$\Sigma P_{k w_n} = 0, \quad \Sigma M_{k w_n} = 0,
 \tag{3.2}$$

gdzie $k = x, y, z$, przy czym sumowanie odbywa się dla wszystkich gałęzi schodzących się w węzle w_n .

Dla węzłów w_n o jednym, dwóch itd. lub pięciu stopniach swobody, tj. dla zamocowań ograniczających, mamy

$$(3.3) \quad \begin{aligned} P_{a_{w_n}} &= -(P_{a_1} + P_{a_2}), & P_{b_2} &= -P_{b_1}, \\ M_{c_{w_n}} &= -(M_{c_1} + M_{c_2}), & M_{d_2} &= -M_{d_1}, \end{aligned}$$

gdzie a przybiera wartości współrzędnej x, y, z , dla której występuje ograniczenie przemieszczenia liniowego węzła; b przybiera wartości współrzędnej x, y, z , dla której nie ma ograniczenia przemieszczenia liniowego węzła; c przybiera wartości współrzędnej x, y, z , dla której występuje ograniczenie przemieszczenia kąowego węzła; wreszcie d przybiera wartości współrzędnej x, y, z , dla której nie ma ograniczenia przemieszczenia kąowego węzła. Wskaźniki 1 i 2 oznaczają numery gałęzi odpowiednio przed i za węzłem.

Ponieważ gałęzie łączące węzły w_k i w_n traktujemy jako należące do układu w węzle w_k , zatem dla węzła następnego w_n ($k < n$) podstawiamy do (3.2) i (3.3) wartości sił i momentów dla gałęzi łączącej znalezione z równań

$$(3.4) \quad \begin{aligned} P_{x_{w_n}} &= -P_{x_{w_k}}, & P_{y_{w_n}} &= -P_{y_{w_k}}, & P_{z_{w_n}} &= -P_{z_{w_k}}, \\ M_{x_{w_n}} &= -P_{y_{w_k}} z_B + P_{z_{w_k}} y_B - M_{x_{w_k}}, & M_{y_{w_n}} &= -P_{z_{w_k}} x_B + P_{x_{w_k}} z_B - M_{y_{w_k}}, \\ & & M_{z_{w_n}} &= -P_{x_{w_k}} y_B + P_{y_{w_k}} x_B - M_{z_{w_k}}. \end{aligned}$$

Rozwiązując układ równań omówionych w punktach a i b , znajdujemy wartości sił i momentów oraz przemieszczeń w poszczególnych węzłach (w układzie pierwotnym).

4. Wyznaczanie momentów

Wielkości momentów w punkcie i dla danej gałęzi rurociągu obliczamy w układzie pierwotnym z następujących równań:

$$(4.1) \quad \begin{aligned} M_{x_i} &= P_{y_A} z_i - P_{z_A} y_i + M_{x_A}, & M_{y_i} &= P_{z_A} x_i - P_{x_A} z_i + M_{y_A}, \\ M_{z_i} &= P_{x_A} y_i - P_{y_A} x_i + M_{z_A}, \end{aligned}$$

gdzie $P_{x_A}, P_{y_A}, P_{z_A}, M_{x_A}, M_{y_A}$ i M_{z_A} oznaczają wartości sił i momentów w przekrojach przywęzłowych węzła, do którego układu dana gałąź należy.

5. Wyznaczanie naprężeń zredukowanych

Naprężenia zredukowane obliczamy stosując wzór M. T. Hubera:

$$(5.1) \quad \sigma_{zr} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma_a - \sigma_t)^2 + \frac{1}{2} (\sigma_t - \sigma_r)^2 + \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_a)^2 + 3\tau}.$$

Rozpatrzmy przy tym dwa przypadki: gdy punkt leży na prostej oraz gdy punkt leży na łuku.

a. *Punkt leży na prostej.* W przypadku prostej mamy dwa charakterystyczne punkty: na średnicy zewnętrznej i wewnętrznej przekroju. Wówczas wykorzystujemy wzory zestawione w tablicy 2 [3 i 4].

W tablicy 2 przyjęliśmy następujące oznaczenie $u = dz/(dz-2g)$. Moment $M_g = \sqrt{M_{g_1}^2 + M_{g_2}^2}$, a M_{g_1} , M_{g_2} i M_s obliczamy w zależności od położenia prostej:

$$(5.2) \quad M_{g_1} = M^{(3)}, \quad M_{g_2} = M^{(1)} \sin a - M^{(2)} \cos a, \quad M_s = M^{(1)} \cos a - M^{(2)} \sin a.$$

Tablica 2

Rodzaj naprężenia	Naprężenia na ścianie zewnętrznej rurociągu w płaszczyźnie zginania	Naprężenia na ścianie wewnętrznej rurociągu w płaszczyźnie zginania
σ_a	$\frac{p}{u^2+1} + \frac{5M_g dz}{I}$	$\frac{p}{u^2-1} + \frac{5M_g (dz-2g)}{I}$
σ_t	$\frac{2p}{u^2-1}$	$\frac{p(u^2+1)}{u^2-1}$
σ_r	0	$-p$
τ	$\frac{2,5M_s dz}{I}$	$\frac{2,5M_s (dz-2g)}{I}$

b. *Punkt leży na łuku.* W przypadku łuku mamy osiem charakterystycznych punktów, w których naprężenia są podane w tablicy 3 [3 i 4]. W tablicy 3 przyjęto następujące oznaczenia:

$$(5.3) \quad u = \frac{dz}{dz-2g}, \quad \lambda = \frac{4000gR}{(dz-g)^2}, \quad I = \frac{\pi}{64} [dz^4 - (dz-2g)^4] 10^{-4}.$$

We wzorach na obliczanie naprężeń założono, że moment zginający M dąży do zmniejszenia promienia krzywizny łuku; w przypadku przeciwnym występuje zmiana znaku przed wzorami zawierającymi czynnik M_{g_1} . Momenty M_{g_1} , M_{g_2} i M_s obliczamy w zależności od położenia łuku z następujących równań:

$$(5.4) \quad M_{g_1} = M^{(3)}.$$

Jeżeli łuk jest styczny do osi pierwszej, to

$$(5.5) \quad M_{g_2} = M^{(1)} \sin w_0 - M^{(2)} \cos w_0, \quad M_s = M^{(1)} \cos w_0 + M^{(2)} \sin w_0.$$

Jeżeli łuk jest styczny do osi drugiej, to

$$(5.6) \quad M_{g_2} = M^{(1)} \cos w_0 - M^{(2)} \sin w_0, \quad M_s = M^{(1)} \sin w_0 + M^{(2)} \cos w_0.$$

We wzorach (5.2) oraz (5.4) – (5.6) wskaźnikami 1, 2 i 3 są wskaźniki pierwszej, drugiej oraz trzeciej osi współrzędnej.

Tablica 3

Miejsce występowania		Rodzaj naprężenia	σ_a	σ_t	σ_r	τ
Płaszczyzna zginania	ścianka zew. nętrzna	I	$\frac{p}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_1}(dz-g)c}{I}$, gdzie $c = \frac{12\lambda^2-2}{12\lambda^2+1}$, jeśli $\lambda \geq 1,472$	$\frac{2p}{u^2-1} - \frac{90M_{\theta_1}(dz-g)\lambda}{I(1+12\lambda^2)}$	0	$\frac{5000M_s(dz-g)R}{I(2000R+dz-g)}$
	ścianka wewnętrzna	II	oraz $c = \frac{2k_t}{3} \sqrt{\frac{5+6\lambda^2}{18}}$, jeśli $\lambda < 1,472$	$\frac{p(u^2+1)}{u^2-1} + \frac{90M_{\theta_1}(dz-g)\lambda}{I(1+12\lambda^2)}$	-p	$\frac{5000M_s(dz-g)R}{I(2000R-dz+g)}$
		III	$\frac{p}{u^2-1} - \frac{5M_{\theta_1}(dz-g)c}{I}$, gdzie $c = \frac{12\lambda^2-2}{12\lambda^2+1}$, jeśli $\lambda \geq 1,472$			
		IV	oraz $c = \frac{2k_t}{3} \sqrt{\frac{5+6\lambda^2}{18}}$, jeśli $\lambda < 1,472$	$\frac{2p}{u^2-1} - \frac{90M_{\theta_1}(dz-g)\lambda}{I(1+12\lambda^2)}$	0	$\frac{5000M_s(dz-g)R}{I(2000R-dz+g)}$
Płaszczyzna prostopadła do płaszczyzny zginania	ścianka zew. nętrzna	V	$\frac{p}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_2} dz}{I}$	$\frac{2p}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_1}(dz-g)}{I} \left[\frac{18\lambda}{1+12\lambda^2} - \frac{(dz-g)(2+12\lambda^2)}{2000R(1+12\lambda^2)} \right]$	0	
	ścianka wewnętrzna	VI	$\frac{p}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_2}(dz-2g)}{I}$	$\frac{p(u^2+1)}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_1}(dz-g)}{I} \left[\frac{18\lambda}{1+12\lambda^2} - \frac{(dz-g)(2+12\lambda^2)}{2000R(1+12\lambda^2)} \right]$	-p	$\frac{2,5M_s(dz-g)}{I}$
		VII	$\frac{p}{u^2-1} - \frac{5M_{\theta_2}(dz-2g)}{I}$			
		VIII	$\frac{p}{u^2-1} - \frac{5M_{\theta_2} dz}{I}$	$\frac{2p}{u^2-1} + \frac{5M_{\theta_1}(dz-g)}{I} \left[\frac{18\lambda}{1+12\lambda^2} - \frac{(dz-g)(2+12\lambda^2)}{2000R(1+12\lambda^2)} \right]$	0	

Momenty w punkcie i gałęzi są obliczone w układzie pierwotnym. Aby z nich skorzystać, w równaniach w punktach a i b należy je sprowadzić do układu lokalnego wg następującego wzoru:

$$(5.7) \quad M_{i^n} = \sum_v \cos(v, l^n) M_v, \quad \text{gdzie } v = x, y, z, \quad l^n = x^n, y^n, z^n,$$

przy czym n oznacza numer obróconego układu.

6. Wyznaczanie przemieszczeń liniowych i kątowych

Znając parametry geometryczne rurociągu oraz wartości sił i momentów w dowolnym punkcie rurociągu łatwo obliczymy przemieszczenia. W tym celu dla dowolnej gałęzi obliczamy przemieszczenia dodając do przemieszczeń punktu końcowego poprzedniego elementu przemieszczenia punktu końcowego elementu [4]. Określają to wzory

$$(6.1) \quad \begin{aligned} P_{x_i^n} &= P_{x_{i-1}^n} + 100 (y_{i-1}^n - y_i^n) f_{z_{i-1}^n} - 100 (z_{i-1}^n - z_i^n) f_{y_{i-1}^n} - (x_{i-1}^n - x_i^n) \varepsilon n w_{z^n} + \frac{1}{EI} [(I_{x^n(x^n y^n)_i} + I_{x^n(x^n z^n)_i}) P_{x^n} - D_{(x^n y^n)_i} P_{y^n} - D_{(x^n z^n)_i} P_{z^n} - S_{x^n(x^n z^n)_i} M_{y_i^n} + S_{x^n(x^n y^n)_i} M_{z_i^n}], \\ P_{y_i^n} &= P_{y_{i-1}^n} + 100 (z_{i-1}^n - z_i^n) f_{x_{i-1}^n} - 100 (x_{i-1}^n - x_i^n) f_{z_{i-1}^n} - (y_{i-1}^n - y_i^n) \varepsilon n w_{y^n} + \frac{1}{EI} [(I_{y^n(x^n y^n)_i} + I_{y^n(y^n z^n)_i}) P_{y^n} - D_{(x^n y^n)_i} P_{x^n} - D_{(y^n z^n)_i} P_{z^n} + S_{y^n(y^n z^n)_i} M_{x_i^n} - S_{y^n(x^n y^n)_i} M_{z_i^n}], \\ P_{z_i^n} &= P_{z_{i-1}^n} + 100 (x_{i-1}^n - x_i^n) f_{y_{i-1}^n} - 100 (y_{i-1}^n - y_i^n) f_{x_{i-1}^n} - (z_{i-1}^n - z_i^n) \varepsilon n w_{z^n} + \frac{1}{EI} [(I_{z^n(x^n z^n)_i} + I_{z^n(y^n z^n)_i}) P_{z^n} - D_{(x^n z^n)_i} P_{x^n} - D_{(y^n z^n)_i} P_{y^n} - S_{z^n(y^n z^n)_i} M_{x_i^n} + S_{z^n(x^n z^n)_i} M_{y_i^n}], \\ f_{x_i^n} &= f_{x_{i-1}^n} + \frac{1}{100EI} [S_{y^n(y^n z^n)_i} P_{y^n} - S_{z^n(y^n z^n)_i} P_{z^n} + L_{(y^n z^n)_i} M_{x_i^n}], \\ f_{y_i^n} &= f_{y_{i-1}^n} + \frac{1}{100EI} [S_{z^n(x^n z^n)_i} P_{z^n} - S_{x^n(x^n z^n)_i} P_{x^n} + L_{(x^n z^n)_i} M_{y_i^n}], \\ f_{z_i^n} &= f_{z_{i-1}^n} + \frac{1}{100EI} [S_{x^n(x^n y^n)_i} P_{x^n} - S_{y^n(x^n y^n)_i} P_{y^n} + L_{(x^n y^n)_i} M_{z_i^n}]. \end{aligned}$$

W wyrażeniach (6.1) podstawiamy wartości przemieszczeń liczone w układach lokalnych. W celu obliczania wartości w układzie pierwotnym korzystamy z następujących wzorów:

$$(6.2) \quad p_k = \sum_{l^n} \cos(l^n, k) p_{l^n}, \quad \text{gdzie } k = x, y, z, \quad \text{oraz } l^n = x^n, y^n, z^n,$$

przy czym n oznacza numer obróconego układu współrzędnych. Wartości nw_x, nw_y, nw_z oznaczają wskaźniki naciągu wstępnego. Dla stanu zimnego rurociągu są to

wielkości naciągu wstępnego brane ze znakiem ujemnym, a dla stanu gorącego pozostałości po naciągu wstępnym brane ze znakiem dodatnim, przy czym liczymy je w procentach całkowitego wydłużenia termicznego gałęzi rurociągu.

7. Obliczenia na maszynie cyfrowej

Programy obliczeń sił, momentów i przemieszczeń w poszczególnych przekrojach przywęzłowych układu rurociągu mają na celu napisanie, a następnie rozwiązanie układu równań podanego w p. 3. Elementy macierzy współczynników tego układu równań są generowane na podstawie informacji zawartej w macierzy incydencji $M = m[i, j]$, gdzie $m[i, j] = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy i -ta gałąź ma koniec lub początek w j -tym węźle; $m[i, j] = 0$ w przeciwnym przypadku.

Jak łatwo zauważyć jeśli $\sum_j m[i, j] = 2$, to i -ta gałąź jest gałęzią łączącą dwa węzły, a gdy $\sum_j m[i, j] = 1$, to jest gałęzią skrajną. Dla węzłów natomiast, jeżeli $\sum_i m[i, j] = k$, to k jest ilością gałęzi schodzących się w j -tym węźle. Zakłada się, że dla $k > 2$ odpowiedni węzeł ma 6 stopni swobody. Przypadek $k = 2$ oznacza węzeł fikcyjny wprowadzony dla uwzględnienia ograniczeń nałożonych na przemieszczenia danego punktu. Rozpoznanie przez program takiego przypadku pozwala na wprowadzenie opisu tych ograniczeń w sposób następujący.

Jednostką informacji dla odpowiedniego węzła jest 6-cio elementowy wektor

$$w = [p_x, p_y, p_z, f_x, f_y, f_z],$$

gdzie $w_i = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy na odpowiednie przemieszczenia (liniowe lub kątowe) nie nakłada się ograniczeń; $w_i = i$ w przeciwnym przypadku. Przebiegając kolejno gałęzie rurociągu zgodnie z porządkiem danym przez macierz incydencji budujemy współczynniki równań tak, jak to podano w p. 3a.

Następnie uzupełniamy naszą macierz równaniami w kolejnych węzłach p. 3b. Tak otrzymany układ rozwiązujemy metodą eliminacji Gaussa z częściowym wyborem elementu głównego. Ze względu na specyfikę problemu częściowy wybór nie wpływa ujemnie na stabilność, a pozwala rozwiązywać większe układy.

Otrzymane w ten sposób wyniki można wykorzystać w innym programie dla obliczania sił, momentów, przemieszczeń i naprężeń w dowolnym punkcie rurociągu.

W obecnej postaci ze względu na pojemność pamięci program można użyć dla rozwiązywania układów, dla których suma ilości gałęzi i węzłów jest mniejsza od 30. Czas rozwiązywania waha się w zależności od ilości elementów rurociągu od kilku do kilkudziesięciu minut.

Zespół programów realizujących powyższe algorytmy został przygotowany w języku Algol 60 w Zakładzie Obliczeń Numerycznych UW i może być realizowany na maszynie GIER. Szczegóły dotyczące programów i przygotowania danych można znaleźć w [7].

Autorzy pragną złożyć tą drogą podziękowanie mgr E. KACZMARSKIEJ za współpracę.

Literatura cytowana w tekście

1. *Design of piping systems*, The M. W. Kellogg Company, New York-London 1957.
2. H. JÜRGENON, *Elastizität und Festigkeit im Rohrleitungsbaum*, Berlin 1953.
3. L. SILBERING, *Obliczanie wytrzymałościowe rurociągów*, PTW, Warszawa 1959.
4. W. BĘCZKOWSKI, *Rurociągi energetyczne. Cz. II. Sprężystość i wytrzymałość układów*, WNT, Warszawa 1965.
5. Cz. WOŹNIAK, *Statyka rozgałęzionych przestrzennych rurociągów samokompensacyjnych*, Rozpr. Inżyn., 1, 11 (1963).
6. M. ŁUKOWIAK, Cz. WOŹNIAK, *Rekurencyjne sposoby obliczania rurociągów samokompensacyjnych*, Arch. Inżyn. Ładow., 2, 11 (1965).
7. P. GARDIAS, A. KRECZMAR, M. TESSAROWICZ, *Obliczanie sił, momentów, naprężeń i przemieszczeń dla rurociągów energetycznych*, z. 11, Sprawozdania, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1968.

Резюме

СИЛЬНО-РАЗВЕТВЛЕННЫЕ И ОБЛАДАЮЩИЕ МНОГИМИ УЗЛАМИ СИСТЕМЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ТРУБОПРОВОДОВ

В работе приводятся теоретические рассуждения, использующие приближенный аналитический метод (не учитывающий влияния составляющих момента, на угловую деформацию дуг, вокруг, перпендикулярных осей соответствующей составляющей) для решения сильно-разветвленных и со многими узлами трубопроводов, с произвольно расположенными в пространстве элементами.

Даются зависимости, решающие эти системы и обсуждается введенное понятие матрицы инцидентности, которая определяет их структуру. Кроме того, приводятся формулы, определяющие величины сил, моментов линейных и угловых перемещений и также приведенных напряжений в произвольной точке трубопровода.

На основе приведенных, в настоящей работе указаний составлено программы для цифровой машины ГЕР (GIER), на основании которых проводятся расчеты энергетических трубопроводов.

Summary

MULTIBRANCH AND MULTINODAL SYSTEMS OF POWER PIPELINES

This paper presents theoretical considerations which utilize the approximate analytical method (the influence of components of the moment on the angular deformation of the arcs around the axis of perpendiculars to the corresponding component being disregarded) for solving systems of multibranch and multinodal pipelines with elements arbitrarily situated in space.

The relationships which solve these systems are presented, and the concepts introduced are discussed in the relation to the matrix of incidence, which defines their structure. Further given are the formulae determining the magnitude of the forces, moments, linear and angular displacements and the reduced stresses at any point of the pipeline.

On the basis of the guidelines presented in this paper, programmes were carried out for the computer GIER, on the basis of which calculations are performed for the power pipelines. These programmes are in the possession of the Design Offices of the United Heavy Machine Construction Industries in Warsaw and the Institute of Numerical Calculations, Warsaw University.

BIURO PROJEKTÓW

ZJEDNOCZENIA PRZEMYSŁU BUDOWY MASZYN CIĘŻKICH

I ZAKŁAD OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

UNIwersytetu WARSZAWSKIEGO

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 października 1967 r.