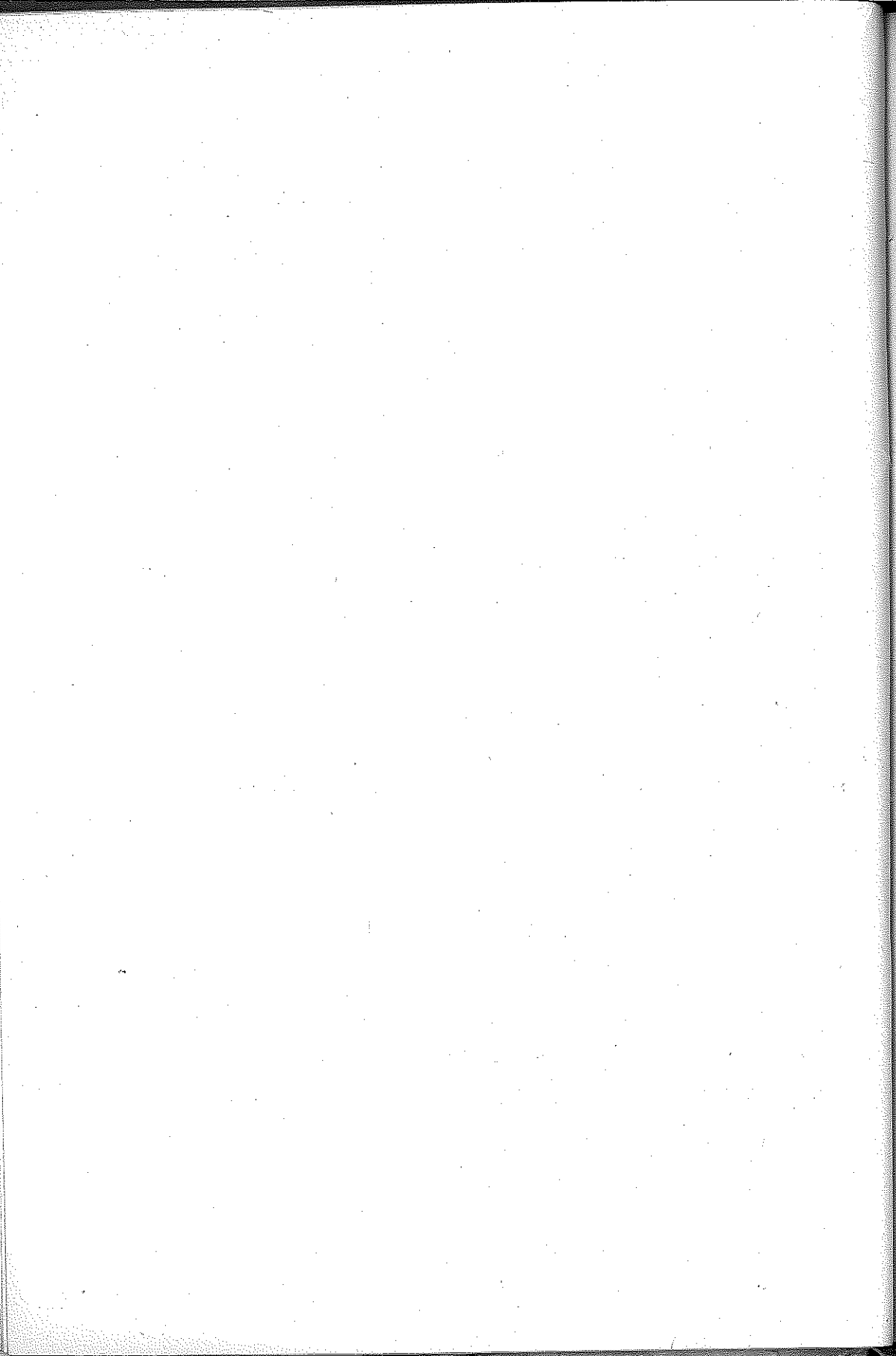


JERZY NOWIŃSKI

SZLAKAMI TEORII SPRĘŻYSTOŚCI

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE

XXV



1. Wypada przyznać, że gdy kierownictwo kursu naukowego w Karpaczu¹⁾ zwróciło się do autora tych uwag z propozycją wygłoszenia kilku uwag o minionych i ewentualnie przyszłych drogach rozwoju teorii sprężystości, to propozycja ta postawiła go przed dość poważnym dylematem. Z jednej bowiem strony dostatecznie pogłębione i wszechstronne rozwinięcie tak poważnego tematu przed gronem wybitnych ludzi nauki przerażało, niewątpliwie, czas pozostający do dyspozycji, z drugiej atoli strony rzeczą pociągającą było przeprowadzenie pewnej, mniej czy więcej doskonałej, syntezy materiału, którego poszczególne, często drobne fragmenty przychodziło piszącemu te słowa analizować w ciągu niemałej części swego życia. Było to zapewne uczucie zbliżone do uczuć szlifierza drogich kamieni, który polerując przez wiele lat poszczególne okruchy wspianego naszyjnika pragnie wreszcie raz w życiu urzrzeć go w całej świetności. Wyjściem z tej sytuacji stało się tutaj przypomnienie niepisanego zwyczaju obserwowanego w najbardziej postępowej dziedzinie techniki, mianowicie w lotnictwie. Wedle tego zwyczaju co jakiś czas ukazują się na łamach prasy światowej indywidualne wypowiedzi fachowców, zawierające bezpretensjonalną ocenę dotychczasowego stanu i próbę odgadnięcia przyszłych dróg rozwoju tej gałęzi techniki.

Otóż niniejsze uwagi mają stanowić taką właśnie na wskroś osobistą wypowiedź. W danym razie jest to wypowiedź naukowca-amatora, nie związanego z żadnym urzędem naukowym i z żadną szkołą naukową. Daje to pewną rękojmię oswobodzenia poglądów od nalotu rutyny, ale równocześnie zmniejsza, być może, zasięg i ogólność tych poglądów. Jakkolwiekby było, w wypowiedzi niniejszej obok stwierdzeń obiektywnych znajdują się na pewno również poglądy subiektywne, płynące z własnych sympatii i niechęci naukowych, z własnych predylekcji i awersji, z własnej znajomości i nieznanomości rzeczy — jednym słowem z tego wszystkiego, co stanowi o ograniczoności sądów ludzkich.

¹⁾ Referat programowy wygłoszony na Kursie Naukowym Zakładu Mechaniki Ośrodków Ciągłych IPPT PAN w Karpaczu w sierpniu 1953 r.

Te zastrzeżenia wypada mieć na względzie przy ocenie zamieszczonych tu luźnych uwag. Zanim do nich przystąpimy, pragnelibyśmy podać pewne założenia porządkujące naszą wypowiedź. Są one następujące.

Po pierwsze, dzieje teorii sprężystości ulegają podziałowi na trzy okresy, z których dwa pierwsze — przedzielone rozprawą N a v i e r a z 1820 r. — kończą się w latach pierwszej wojny światowej. Dzieje tych dwóch okresów: okresu pierwszego (okresu zawiązków podstawowych zasad) i okresu drugiego (okresu budowy teorii ogólnych), zostają potraktowane jako przeszłość teorii sprężystości i omówione na podstawie działalności poszczególnych największych uczonych.

Aby uczynić nasz wykład bardziej swobodnym i zbliżonym do gawędy oraz aby nie utracić równocześnie z oczu głównego celu naszej wypowiedzi, mianowicie poszukiwania przyszłych tendencji rozwojowych teorii sprężystości, zastosujemy tutaj metodę użytą tak mistrzowsko przez S ł o w a c k i e g o w *Beniowskim*. Czyniąc zatem przegląd przeszłości coraz to będziemy sobie pozwalali na dygresje aktualne, rzucające nowe światło na stosunki przeszłe i, wzajemnie, ukazujące w nowym świetle na tle przeszłości przeżywaną przez nas teraźniejszość.

Po drugie, przy omówieniu okresu trzeciego (okresu rozbudowy szczegółowej osiągnięć klasycznych oraz tworzenia nowych uogólnień), przedstawiającego teraźniejszość teorii sprężystości, charakteryzowanie dorobku poszczególnych autorów zastąpimy charakteryzowaniem ważniejszych gałęzi tematyki. Czynimy to nie tylko dlatego, że masowość współczesnej pracy naukowej uniemożliwia przyjęcie innego postępowania, ale również dlatego, że ułatwia to nam ekstrapolację wniosków na bliską i nieco dalszą przyszłość.

Po trzecie, zarówno przy oświetlaniu przeszłości, jak i przy omawianiu teraźniejszych i przyszłych dróg rozwoju teorii sprężystości, zawsze mieć będziemy na względzie stosunki i potrzeby krajowe. Kierunki przyszłego rozwoju szkicować zatem będziemy nie tyle z uwagi na rozwój teorii sprężystości w ogólności, ile z uwagi na intensyfikację i podniesienie poziomu pracy naukowej w Polsce. Niestety, nie udało się tutaj, w istocie, przedstawić niczego innego, jak tylko pierwszy szkic węglem.

2. Gdy się chce mówić o drogach przyszłego rozwoju jakiejś nauki, to — jak wspomnieliśmy już poprzednio — niesposób pominąć przeszłości tej nauki, nawet gdyby to miał być tak migawkowy zarys, jaki tutaj podamy²⁾. W tym spojrzeniu w przeszłość — o ile ono dotyczy teorii sprę-

²⁾ Por. A. E. H. L o v e, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, tłum. ros., Moskwa-Leningrad 1935.

zystości — uderza przede wszystkim krótki żywot tej nauki i duże trudności, jakie napotykała na swej drodze ³⁾.

Narodziny teorii sprężystości — lub też jej siostrzycy praktycznej, mianowicie wytrzymałości materiałów — zwykło się, jak wiadomo, łączyć z imieniem *Galileusza*. Mowa tutaj o roku 1638, w którym ukazały się jego sławne *Discorsi e dimonstrazioni*. W tym zakresie rozwój przemysłu w różnych krajach Europy wysunął wiele nowych zagadnień mechaniki stosowanej, domagających się rozwiązania. Zauważmy, że wedle wymienionej daty mechanika ciał odkształcalnych przedstawia się, o czym już mówiliśmy, jako nauka stosunkowo nader młoda, liczy sobie bowiem lat zaledwie trzysta. Trudno ten okres porównać z sędziwym wiekiem chociażby nauk matematycznych, z których np. geometria znalazła zachwycające pod względem swej budowy logicznej sformułowanie już przed dwudziestu dwoma wiekami.

Pozostanie chyba na zawsze zagadką, czy opóźniony rozwój mechaniki ciał odkształcalnych przypisać należy tkwiącym w niej szczególnym zawiłościom, czy też opóźnienie to właściwe jest wszystkim naukom o podłożu fizykalnym, niepomierne widać trudniejszym do ogarnięcia umysłem od nauk bardziej formalnych, do jakich należą np. nauki matematyczne. W każdym razie uderzać dzisiaj musi fakt, że ten sam *Galileusz*, który niewątpliwie władał niektórymi działami matematyki na poziomie niewiele różnym od poziomu dzisiejszego, ten sam *Galileusz*, który właściwie odkrył i sformułował podstawowe prawa mechaniki, przypisane później w całości *Newtonowi*, ten sam *Galileusz* nie dostrzegał sprężystych właściwości ciał stałych i istotę zginania belki wspornikowej widział w jej dążeniu do obrócenia się dokoła osi leżącej w płaszczyźnie ściany i prostopadłej do osi belki.

Skoro usankcjonowaliśmy dygresje aktualne w naszej gawędzie, to trzeba w tym miejscu stwierdzić, że problemy utwierdzenia pozostają jeszcze do dziś dnia w znacznej mierze niewyjaśnione i czekają na swego eksploratora. Jest to jeszcze jednym dowodem jakichś dziwnych trudności tkwiących w nauce o wytrzymałości materiałów. Autor tych słów miał okazję w innym wykładzie przypomnieć wnioski, do których prowadzi dokładniejsza analiza sposobu utwierdzenia, na przykład cienkościennej belki wspornikowej o przekroju zamkniętym: Ież jednak kryje się jeszcze tajemnic, gdy chodzi, powiedzmy, o utwierdzenie belek wspornikowych o przekroju otwartym, o utwierdzenie belek jedno- i wieloprzęsłowych.

³⁾ W podanym zarysie historycznym, opartym na opracowaniu *Lo v'e'a*, pominięte zostało, właściwie, należyte rozpatrzenie wpływu stosunków gospodarczych na rozwój elastomechaniki. Ten ważny i istotny temat wymaga, w samej rzeczy, dodatkowego studium.

Nie tu miejsce na rozwijanie tych zagadnień i wskazywanie tematów czekających jeszcze na autorów. W każdym razie takie białe plamy odkrywczcze widać jeszcze w pracach największych współczesnych uczonych.

Zagadnienie, które tutaj poruszyliśmy w związku z pierwszymi poszukiwaniami Galileusza, można by ująć niepomierzenie szerzej. Chodzi mianowicie w ogólności o podstawy teorii sprężystości lub też o podstawy mechaniki ciał odkształcalnych, które zdaniem naszym mogą i powinny stać się jeszcze przedmiotem obszernych studiów. Będziemy mieli okazję powrócenia do tej myśli, na razie jednak porzucmy tę dygresję i cofnijmy się powtórnie do dziejów wieku siedemnastego. W wieku tym dojrzywały w postaci naturalnej ewolucji, jak często bywa w historii, rozwiązania pewnych zagadnień naukowych lub, właściwiej mówiąc, pewnych zagadnień gospodarczych, gdyż w ślad za Galileuszem problemami teorii sprężystości zajęli się R. Hooke w Anglii i E. Mariotte we Francji.

Sformułowane przez nich niezależnie w latach 1676-1680 tzw. prawo Hooke'a jest powszechnie znane i wedle przyjętego zwyczaju omawiane we wszystkich podręcznikach wytrzymałości materiałów. Nas tutaj prawo to interesuje ze zgoła innego powodu. Po pierwsze, chcielibyśmy zwrócić uwagę na często zapoznawane dosłowne jego brzmienie. Otóż *ut tensio sic vis* na podstawie komentarzy samego Hooke'a ma oznaczać w dzisiejszej terminologii *jakie odkształcenie, takie naprężenie*. Wyprawadziwszy swe prawo z bezpośredniej obserwacji zjawisk Hooke musiał, oczywiście, jako fakt pierwotny uznać istnienie odkształcenia. My dzisiaj jesteśmy tak głęboko przeniknięci wpojona nam przez literaturę wiarą w istnienie realne naprężeń, iż z niedowierzaniem słuchamy o tym, że nikt jeszcze nigdy nie obserwował naprężenia, a jedynie i wyłącznie odkształcenie. Wypada stwierdzić, że są dzisiaj uczeni, którzy kwestionują w ogóle pojęcie naprężenia i wskazują — niestety, nic w zamian za to dać nie mogąc — że pojęcie naprężenia, rozumianego jako siła wewnętrzna działająca na pewien fikcyjnie poprowadzony przekrój, powinno być w ogóle usunięte z mechaniki ciał odkształcalnych. Nie chcielibyśmy tutaj twierdzić, że stronnicy takiego poglądu mają słuszość; aczkolwiek osobiste nasze przekonania nie pokrywają się z poglądami ortodoksyjnymi. Jakkolwiekby było, trudno czasem oprzeć się wrażeniu, że te wektorki napieć wewnętrznych przypominają złośliwe chochliki zapełniające wnętrza ciał odkształcalnych. Nie dał sobie z nimi rady nawet wielki Augustyn Cuchy, jak o tym za chwilę przypomnimy. Tutaj stwierdzimy tylko, że istnieje głęboka różnica pomiędzy pojęciem siły stworzonym przez Newtona, siły przejawiającej się w ruchu brył sztywnych, oraz pomiędzy pojęciem siły powstającej na tle i w wyniku odkształcenia.

Stąd ta niesłychana «sztywność» i sterylność dotychczasowego pojęcia napięć wewnętrznych, zbudowanego na podłożu newtonowskiej koncepcji przyczyny ruchu, ruchu nieomal bezcielesnego w idealnej przestrzeni kosmicznej. Przypomnijmy, że głęboka różnica obu pojęć uwydatnia się już choćby w tym, że siłę związaną z odkształceniem trzeba uważać za wektor związany z punktem, siłę zaś newtonowską, powodującą czysty ruch bryły sztywnej, można przesuwając wzdłuż linii jej działania. Ileż to nieporozumień i kłopotów sprawia w związku z tym stosowanie mechaniki «czystej» w zagadnieniach teorii sprężystości. Weźmy, chociażby, pod uwagę pręt skręcany siłą poprzeczną. Z punktu widzenia mechaniki racjonalnej, tzn. gdy rozważać bryłę idealną, zawsze istnieje coś w rodzaju momentu skręcającego (o ile biegun nie leży w płaszczyźnie poprowadzonej przez prostą działania siły, równoległej do osi pręta). Natomiast w rozumieniu teorii sprężystości, a więc w sensie ciała odkształcalnego, moment skręcający znika bezpowrotnie, gdy siła przechodzi przez tzw. środek ścinania przekroju.

Zakończmy jednak tę rozległą dygresję, która zbyt wiele zajęłaby nam miejsca, stwierdzeniem, że zarysowuje się tutaj dość wyraźne uogólnienie mechaniki newtonowskiej, którego ta ostatnia stawałaby się szczególnym przypadkiem. Jest to jeszcze jeden z dowodów pożytku prowadzenia badań nad podstawami teorii sprężystości, badań na taką skalę, jaką zapoczątkowali w matematyce D. Hilbert i F. Klein, a w fizyce M. Planck i A. Einstein.

Przywołajmy się z kolei powtórnie do porządku i powróćmy do *Mariotte'a*, który w 1680 r. rozwiązuje «zagadnienie Galileusza» przyjmując, że połowa włókien belki ulega rozciąganiu, a połowa ścisaniu; obrót zatem nastąpić powinien koło osi połowiącej wysokość belki.

Dalsze wysiłki uczonych tego okresu kierują się w stronę rozwiązania uogólnień zadania Galileusza oraz w kierunku badań nad drganiem prętów i płyt a także nad statecznością słupów. Jest rzeczą charakterystyczną, że zagadnienia te pojawiły się na długo przed odkryciem ogólnych równań teorii sprężystości i że właśnie wysiłki wkładane w rozwiązanie tych zadań o znaczeniu praktycznym (np. w związku z brzmieniem dzwonów) doprowadziły w rezultacie do stworzenia podstaw klasycznej teorii. Jakże często zdają się zapominać o tym czciciele czystej wiedzy oderwanej od realnego podłoża, które ją zrodziło.

Pierwszy krok o dużym znaczeniu w kierunku dalszego rozwoju teorii zginania belek uczynił w 1705 r. *Jakub Bernoulli* w swojej pracy *Veritable hypothèse de la résistance des solids*. Kontynuując hipotezę *Mariotte'a* o dwóch rodzajach włókien *Bernoulli* wyprowadza równanie osi odkształconej, czyli elastyki, wykazując, że opór belki prze-

ciw zginaniu przedstawić można przez parę sił o momencie proporcjonalnym do krzywizny odkształconej.

Założenie to przyjmuje również E u l e r w swoich badaniach nad linią sprężystą i drganiem cienkich prętów. Opierając się na uwadze D a n i e l a B e r n o u l l i e g o, że równanie różniczkowe elastyki uzyskać można z warunku minimum całki kwadratu krzywizny rozpostartej na długość pręta, E u l e r wyprowadza to równanie i klasyfikuje różne postacie linii odkształconej. Dokonał tego w sławnej swej pracy *Methodus inveniendi lineas curvas maximum minimive proprietate gaudentes* opublikowanej w 1744 r., kładącej podstawy pod zagadnienie wyboczenia. Rozwiązanie E u l e r a kontynuuje również utalentowany L a g r a n g e mając na względzie uzyskanie najpewniejszego kształtu kolumny. Było to chyba pierwsze studium o kształtowaniu wytrzymałościowym. Obaj badacze, tzn. E u l e r i L a g r a n g e, określają wielkość siły krytycznej wywołującej wyboczenie kolumny i stwarzają tym samym zaczątki nauki o stateczności równowagi sprężystej.

Mając już niewiele do powiedzenia o pierwszym okresie rozwoju teorii sprężystości, pozwolimy sobie w tym miejscu na dygresję związaną z zagadnieniem wyboczenia. Nie przypuszczał zapewne genialny E u l e r, że jego odkrycie pociągnie za sobą taki potok prac, jaki powstał w ciągu wieków w związku ze zjawiskiem wyboczenia. Szczególnie ostatni okres międzywojenny był okresem mistycznej niemal wiary niektórych uczonych w zagadkowość tego zjawiska. Znane są wieloletnie polemiki z tego powodu, które doprowadzały nawet do obraz osobistych. Jest rzeczą interesującą, że te niezdrowe, rzecz można, nienaukowe poglądy obce były uczonym, którzy, prawdę mówiąc, przyczynili się najbardziej do wyjaśnienia sprawy wyboczenia, jak J a s i ń s k i, T e t m a j e r, K á r m á n, T i m o s z e n k o i inni, natomiast znajdowały pożywkę na terenach jałowych, gdzie brakowało prawdziwego talentu. Jeszcze i dzisiaj spotykamy nielicznych epigonów sekty «czcicieli wyboczenia», chociaż przyznać trzeba, że chowają oni swe praktyki «bezbożne» w mrokach gabinetów, do kąd nie dochodzi światło rozwijającej się bujnie prawdziwej nauki. Nie ma tu ani potrzeby, ani miejsca na wyjaśnianie, że z tzw. przybliżonego równania linii ugięcia nie można wyciągać wniosków dalej idących, niż pozwala na to poczynione przybliżenie. Z punktu widzenia geometrycznej nieliniowej teorii sprężystości, do której właśnie zaliczyć wypada zagadnienie wyboczenia, nie ma żadnego «misterium» w tym, że w pewnym momencie następuje rozdwojenie możliwej postaci równowagi. W tym względzie odesłać można np. do prześlicznej książeczki W. W. N o w o z i ł o w a, którą zapewne wielu z nas miało w swym ręku.

Ale powróćmy do rzeczy. Jak wspomnieliśmy poprzednio, pierwszy okres rozwoju teorii sprężystości niewiele przeciąga się poza prace Eulera i Lagrange'a. Trzeba tutaj zanotować jeszcze prace Couloba, który oprócz równania momentów rozważył równanie równowagi rzutów sił, powstających w belce zginanej, na kierunku osi belki. Dało mu to możność znalezienia rzeczywistego położenia osi obojętnej. Coulob zajął się badaniem skręcania prętów (1784) oraz wprowadził pojęcie odkształcenia postaciowego (ścięcia). Pierwsze z tych zagadnień znalazło swe znakomite rozwiązanie dopiero w siedemdziesiąt lat później w pracach Saint-Venanta, gdyż, jak wiemy, nawet wielki Navier popełnił tutaj zasadniczy błąd przyjmując hipotezę płaskich przekrojów przy skręcaniu.

O ile chodzi o odkształcenia postaciowe, to Coulobowi chodziło o przyczynę zniszczenia materiałów i, jak wiemy, hipoteza wytrzymałościowa Couloba była jedną z najwcześniejszych w tej mierze hipotez. W tej dziedzinie Polska poszczycić się może wielkim wkładem naukowym w postaci hipotezy energetycznej M. T. Hubera. Sprawę tę omówimy jednak później oddzielnie w związku z nowym okresem, którego początek łączyć pragniemy z momentem powstania teorii plastyczności.

Oprócz prac Couloba wymienić jeszcze wypada w tym samym okresie analizę fizyczną sprężystych własności ciał stałych przeprowadzoną przez T. Younga (którego uczczono wprowadzeniem terminu «moduł Younga») oraz prace Daniela Bernoulliego i Eulera nad drganiem prętów i dzwonów. Wywiedli oni równanie różniczkowe drgań poprzecznych pręta wyznaczając równocześnie funkcje, które dzisiaj nazywamy funkcjami właściwymi. W traktacie *De sono campanarum* Euler proponuje rozważenie dzwonu jako zespołu cienkich pierścieni, z których każdy zachowuje się jak pręt zakrzywiony. Rozwiązanie to nie jest ścisłe, podobnie jak opublikowane wkrótce po nim rozwiązanie Jakuba Bernoulliego młodszego, który powłokę dzwonu traktuje jako ruszt złożony z krzyżujących się pod kątem prostym dwóch układów belek zakrzywionych. Praca tego autora miała na celu teoretyczne objaśnienie linii węzłowych płyt drgających, ujawnionych doświadczalnie przez fizyka E. Chladniego. Te doświadczenia wyjaśniła dopiero praca Zofii Germain (1815), będąca odpowiedzią na ogłoszony przez akademię francuską i przez sześć lat nierozstrzygnięty konkurs na pracę o tonach drgającej płyty. Równanie Zofii Germain dotyczące zginania płyt, znane wszystkim, wyprowadzone było z błędnego wzoru dla energii zginania.

3. Praca Zofii Germain kończy pierwszy okres rozwoju teorii sprężystości (1638-1820) według klasyfikacji Love'a, gdyż

w 1821 r. N a v i e r przedstawia akademii nauk swój sławny *memoire*, w którym wyprowadza równania różniczkowe równowagi i ruchu ciał sprężystych, nazywane obecnie często równaniami N a v i e r a. Ten twórczy zwrot w historii elastomechaniki połączyć należy, oczywiście, z przewrotem przemysłowym w połowie XVIII wieku.

Korzystając z tak ważnego momentu pozwolimy sobie znów na pewną dygresję natury ogólnej. Omawiając prace okresu pierwszego wskazaliśmy na omyłki popełnione między innymi przez tak genialnych czy utalentowanych ludzi, jak E u l e r, B e r n o u l l i, N a v i e r i C o u l o m b. Zrobiliśmy to celowo, aby podkreślić, że wedle utartego przysłowia tylko ten się nie myli, kto nie działa. Ta sprawa jest dużo ważniejsza, niż się na pozór wydaje. W kraju naszym, jak zresztą wszędzie, nie brak ludzi, którzy stosują nadmierną krytykę formalistyczną do pracy innych. Jest to stanowisko niepożądane w naszym rozwijającym się dopiero na szerszą skalę życiu naukowym.

Pragnąłbym w tym miejscu przytoczyć opinię polskiego matematyka H. S t e i n h a u s a o genetyku angielskim R. A. F i s h e r z e, autorze książek *Statistical Methods for Research Workers*. Autor ten — wedle słów prof. S t e i n h a u s a — napisał książkę niezrozumiałą dla przyrodników i skrytykowaną przez matematyków jako mętną i błędną, był bowiem matematykiem samoukiem. A mimo to książka F i s h e r a, jak mówi dalej S t e i n h a u s, zrobiła dla statystyki matematycznej więcej niż wszystkie podręczniki tej nauki, które ukazały się w tym okresie. Jej wartość tkwi bowiem w trafnym ujmowaniu istoty zagadnień.

Chcąc rozwinąć u nas żywiej mechanikę ciał odkształcalnych prześtańmy się zatem lękać, że za nieuniknione w pracy naukowej omyłki spotkamy się z zasłużoną i twórczą krytyką.

Ten apel o zwiększenie działalności naukowej należałoby skierować do naszych młodszych kolegów, których produkcja naukowa jest, jak się zdaje, wciąż jeszcze zbyt lękliwa jak na istniejące możliwości.

Wracając po tej dygresji do zasadniczego tematu musimy stwierdzić, że naszkicowane wyniki pierwszego okresu przedstawiają stosunkowo skromne zasoby, z jakimi teoria sprężystości wkroczyła do okresu drugiego. Zasoby te uzupełnić jeszcze wypada poważnymi zdobyczami w dziedzinie fizykalnych teorii strukturalnych, głównie zaś newtonowskiej koncepcji budowy materii, która to materia przedstawia się w ujęciu tego autora jako konglomerat drobnych cząstek, oddziałujących na siebie za pomocą sił centralnych.

Zauważmy za L o v e' m, że dla N e w t o n a jego «molekuły» miały określone rozmiary i postać. Dopiero następcy N e w t o n a «zdematerializowali» tę koncepcję dochodząc do pojęcia punktów materialnych.

Już u B o s c o v i c h a (1743) te punkty materialne nie stają się niczym innym niż centrami sił. Ta uwaga uzupełnia w pewnym sensie naszą poprzednią opinię o stosowanym powszechnie pojęciu naprężeń wewnętrznych. W związku z tym zwróćmy jeszcze uwagę, że centryczność sił wewnętrznych może być również kwestionowana, nie ma bowiem żadnych zasadniczych przeszkód po temu, aby obok oddziaływań centralnych wprowadzić oddziaływania «momentowe» czyli «polarne». Tego rodzaju teorię sprężystości sformułowali w swoim czasie między innymi — o ile nas pamięć nie zawodzi — również bracia C o s s e r a t.

L o v e tak określa bilans pierwszego okresu teorii sprężystości na koniec 1820 r.:

(1) wyjaśnienie różnicy pomiędzy wydłużeniem i posunięciem przygotowało grunt dla ogólnej teorii odkształcenia;

(2) wyobrażenie o siłach działających na elementy przekrojów poprzecznych pręta stało się pierwszym krokiem do sformułowania teorii naprężenia;

(3) zastosowanie równań różniczkowych do zagadnień zginania belek oraz drgania prętów i płyt posłużyło do sformułowania ogólnych równań różniczkowych równowagi;

(4) koncepcja newtonowska budowy materii i prawo H o o k e' a dały fizyczną podstawę dla równań sprężystości;

(5) uogólnienie zasady prac wirtualnych w *Mécanique Analytique* L a g r a n g e' a dało potężną broń analityczną.

W ten sposób teoria sprężystości wkroczyła w nowy, drugi okres swego rozwoju z mocnymi zawiązkami podstawowych zasad. Nastaje czas budowy teorii ogólnych. Na szczęście wielkie nazwiska sypią się jak z rogu obfitości: N a v i e r, C a u c h y, P o i s s o n, L a m é, C l a p e y r o n, G r e e n, K e l v i n, B o u s s i n e s q, H e r t z, A i r y, C l e b s c h, S a i n t - V e n a n t, K i r c h h o f f i inni. Zbliżamy się do początku wieku XX, w którego pierwszym ćwierćwieczu kształtuje się — na tle postępujących przemian gospodarczych — zrazu jakby niespostrzeżenie, rewolucyjna teoria plastyczności. Nie uprzedzając atoli faktów przedstawimy w wielkim skrócie dzieje drugiego okresu, okresu budowy teorii ogólnych, obejmującego w przybliżeniu stulecie 1820-1920.

A więc najpierw przełomowe prace wielkiej trójki: N a v i e r a, C a u c h y' e g o i P o i s s o n a. N a v i e r był, jak już wspomnieliśmy, pierwszym, który zajął się wyprowadzeniem ogólnych równań równowagi i ruchu ciał sprężystych. Uzyskał je w oparciu o koncepcję newtonowską budowy materii. N a v i e r uważał molekuly za punkty materialne, pomiędzy którymi działają siły sprężyste proporcjonalne do iloczynu zmiany ich wzajemnej odległości oraz pewnej funkcji odległości pierwotnej. Cia-

ło sprężyste traktował on jako utwór izotropowy i równania, które otrzymał w przemieszczeniach, zawierały jedną stałą tego samego rodzaju co moduł *Y o u n g a*.

Tymczasem wielki matematyk *C a u c h y*, w związku ze swym uczestnictwem w komisji akademii paryskiej dla krytycznego rozpatrzenia rozprawy *N a v i e r a* o płytach sprężystych, zajął się bliżej zagadnieniami teorii sprężystości. Na jesieni 1822 r. *C a u c h y* odkrył większość podstawowych elementów matematycznej teorii sprężystości. Wprowadził on pojęcie naprężenia jako wielkości o charakterze tensorowym; przedstawił stan odkształcenia w punkcie przez sześć składanych odkształcenia; dla tych ostatnich wyprowadził powiązania z trzema składowymi przemieszczenia, zwane dziś związkami *C a u c h y*. Następnie podał równania różniczkowe równowagi i ruchu w naprężeniach i, zastępując naprężenia przemieszczeniami, doszedł w rezultacie do tychże równań przedstawionych w przemieszczeniach. Wzory otrzymane przez *C a u c h y*'e g o są w użyciu po dziś dzień.

Metoda użyta przez *C a u c h y*'e g o różni się zasadniczo od metody *N a v i e r a*, gdyż koncepcja punktów materialnych, powiązanych siłami centralnymi, nie znajduje w niej zastosowania. W przeciwieństwie do równań *N a v i e r a* równania *C a u c h y*'e g o zawierają dwie stałe sprężyste. W następnych memuarach *C a u c h y* przechodzi do koncepcji punktów materialnych i otrzymuje dla ciała o najogólniejszej anizotropii dwadzieścia jeden niezależnych stałych sprężystych, które dają się zredukować do piętnastu, o ile przyjąć, że stan pierwotny ciała jest nienaprężony.

W tym samym roku 1828 *P o i s s o n* ogłasza swą rozprawę poświęconą zagadnieniom teorii sprężystości, zawierającą wiele interesujących przykładów zastosowania teorii ogólnej. Nie obywając się bez panującej wówczas powszechnie «mody» sił intermolekularnych, *P o i s s o n* wyprowadza równania równowagi nie różniące się od równań *N a v i e r a*.

Metody *N a v i e r a*, *P o i s s o n a* i późniejszych rozpraw *C a u c h y*'e g o doprowadzają do mniejszej liczby stałych sprężystych niż metoda pierwszej rozprawy *C a u c h y*'e g o i następnie późniejszych prac *G r e e n a* i *S t o k e s a*. Te dwie teorie, nazwane przez *P e a r s o n a* *multiconstansową* i *rariconstansową*, rozpałały umysły uczonych do końca ubiegłego wieku. Nie tu miejsce na obszerniejsze rozpatrzenie tej kwestii. Wystarczy tylko uwaga, że hipoteza molekularna, na której oparta jest teoria rariconstansowa i która przepisuje określone związki w liczbie sześciu, zwane związkami *C a u c h y*'e g o, pomiędzy stałymi sprężystymi [z których wynika $\nu = 1/4$, a w konsekwencji stosunek równy 5 : 3 modułu odkształcenia objętościowego ($k = \lambda + 2\mu/3$) i modułu odkształcenia postaciowego ($\mu = G$)], straciła już dawno swój grunt doświadczalny

i teoretyczny. Nasze nowe pojęcia o budowie materii odrzuciły pierwotną wiarę w konglomerat punktów materialnych, oddziałujących na siebie za pomocą sił centralnych. W teorii sprężystości obywamy się zresztą całkowicie bez wyjaśnień dotyczących budowy molekularnej ciał, zastępując, gdzie tylko można, materię «ziarnistą» modelem continuum.

Nasuwa się tutaj znów pewna dygresja, której trudno się oprzeć, gdy porównuje się w dużym dla nas dzisiaj stopniu naiwne modele konstruowane przez pierwszych mistrzów z podejściem współczesnym, prostszym i zarazem tak niepomiernie płodnym w wyniki. Łatwo zauważyć, że różnica metodologii polega tutaj przede wszystkim na zgoła odmiennym traktowaniu zjawisk przyrodniczych.

Dzisiaj interesujemy się w mechanice ciał odkształcalnych nie tyle wyjaśnieniem wewnętrznej struktury zjawisk, ile ich stroną syntetyczną, określoną przez eksperyment w skali «makroskopowej». Na tego rodzaju metodzie naukowej oparte są w istocie rzeczy już *Principia* newtonowskie i, być może, na tym polega ich wartość.

Metoda ta znalazła swe znakomite ukoronowanie w rozwinięciu się na jej gruncie teorii plastyczności i, w następstwie, reologii. Wróży ona również piękną przyszłość dalszemu zbliżeniu idealnego modelu ciała stałego, występującego w badaniach teoretycznych, do jego obrazu realnego, tzn. do ciała stałego rzeczywistego występującego w przyrodzie lub wyprodukowanego przez ludzi. W tym zakresie optymistyczne perspektywy roztaczają się dla dalszego rozwoju badań nad anizotropią, nad niejednorodnością, nieliniowością wszelkiego typu, nad wpływem czasu i temperatury. Czy dowodziłoby to, że chcemy tutaj zaprzeczyć racji badań mikroskopowych i submikroskopowych. Z tego, co mieliśmy możliwość dotychczas powiedzieć, wynika wyraźnie, że opinia taka byłaby nam obca.

Istotnie, badania tego rodzaju nie powinny być, zdaniem naszym, nie tylko zaniechane, ale przeciwnie, należałoby jak najszybciej zająć się nimi, zwłaszcza na naszym pod tym względem zaniedbanym terenie. Mamy tu na myśli tzw. fizykę ciała stałego i inne nauki omawiające pogranicza zjawisk odkształcalności materii i jej budowy wewnętrznej. Sądzimy jednak, że przez długi jeszcze okres obie te dziedziny powinny się rozwijać samodzielnie z pożytkiem dla nich obu.

W naszym migawkowym skrócie historycznym nie możemy zatrzymać się dłużej nad pracami następców «wielkiej trójki», tzn. A i r y' e g o, L a m é g o, B o u s s i n e s q a, C l e b s c h a i innych. Poza poważnym własnym wkładem w dorobek teorii sprężystości przygotowali oni częściowo grunt pod działalność nowej wielkiej gwiazdy — B a r r é d e S a i n t - V e n a n t a. Znakomite dwie rozprawy tego uczonego z połowy wieku dziewiętnastego, poświęcone zginaniu i skręcaniu prętów,

odegrały ogromną rolę w rozwoju teorii sprężystości i weszły do żelaznego repertuaru wszystkich podręczników poświęconych tej teorii. Skorzystamy z tego, że są one powszechnie znane, i nie będziemy ich tutaj omawiali.

Przy tej atoli okazji zwrócimy uwagę na fakt zastanawiający, że teoria zginania i skręcania prętów przez nieomal wiek cały utrzymała się w swej pierwotnej formie, częściowo pod wpływem autorytetu autora, częściowo wskutek krystaliczności swej konstrukcji. Dopiero w ostatnich latach zaczęła ona nabierać nowych barw głównie dzięki zastosowaniu przez *Lejbienzon* metod wariacyjnych dla uzyskania przybliżonych rozwiązań. Ta dziedzina badań przedstawia jeszcze istną kopalnię tematów i powinna być, jak się zdaje, kontynuowana na naszym gruncie. Mamy tutaj na myśli tego rodzaju zagadnienia, jak np. skręcanie lub zginanie siłą lub parą sił przyłożoną w przeszle, jak skręcanie lub zginanie obciążeniem rozłożonym w sposób ciągły, jak skręcanie lub zginanie belek wieloprzesłowych itp. Na każdym kroku wyrastają tutaj zagadnienia i jeżą się trudności godne pokonania. W Polsce ostatnio wyniki w tym kierunku, o ile chodzi o pręty anizotropowe, uzyskali *W. Nowacki* i *W. Olszak*.

Powracając do naszego szkicu historycznego z licznej plejady autorów wieku dziewiętnastego wspomnimy już tylko o kilku. Więc przede wszystkim wymienimy *Kirchhoffa*, którego analogia kinetyczna pozwoliła na zidentyfikowanie równań ruchu bryły sztywnej dookoła nieruchomego punktu z równaniami osi odkształconej cienkiego pręta, poddanego działaniu sił zewnętrznych przyłożonych na jego końcach. Przemieszczenia nie są tutaj uważane za małe. W ten sposób rozwiązanie *Kirchhoffa* dotyczyło jednego z podstawowych zagadnień geometrycznie nieliniowej teorii sprężystości. O znaczeniu tej teorii dla nowoczesnego ujęcia ciał odkształcalnych powiemy jeszcze dalej słów kilka. Na tym miejscu wypada tylko podkreślić pożytek badań naukowych w tym kierunku w przyszłym etapie rozwoju teorii sprężystości.

Nie można również nie wspomnieć o pracach *Kirchhoffa* poświęconych teorii płyt, w których sformułowana została między innymi tzw. hipoteza *Kirchhoffa-Love'a* o prostopadłości do powierzchni odkształconej płyty włókien pierwotnie prostopadłych do płaszczyzny środkowej. Dopiero na podstawie nieliniowej teorii sprężystości *Nowożyłow* wykazał głębszy sens tej hipotezy. Jeżeli chodzi o teorię płyt, to na naszym gruncie znalazła ona swoich miłośników w osobach *W. Nowackiego* i jego uczniów. W tej dziedzinie pracują również *W. Olszak* (pod kątem granicznej nośności płyt), *Z. Kączkowski* i inni. Oryginalność prac świadczy, że szkole polskiej nie zabraknie jeszcze na długo tematyki z tego zakresu.

Kończąc tę dygresję powracamy znów do naszego zarysu historycznego. Musimy tutaj przypomnieć, że okres klasyczny teorii sprężystości obejmuje jeszcze zagadnienia styku ciał, podjęte przez B o u s s i n e s q a i H e r t z a.

Wydaje się, że zagadnienia te przechodzą obecnie swój renesans głównie dzięki pracom szkoły rosyjskiej w osobach między innymi S z t a j e r m a n a, G o r b u n o w a - P o s a d o w a i innych. Wydaje się również, że ta dziedzina, mało jeszcze dotychczas eksploatowana, zasługuje na baczną uwagę uczonych polskich, zwłaszcza że mamy tutaj piękną tradycję w postaci prac M. T. H u b e r a.

Oprócz K i r c h h o f f a wymienić trzeba ponadto R a y l e i g h a, twórcę metody przybliżonego rozwiązania zagadnień brzegowych, całkowicie później przypisanej R i t z o w i, znawcę elastodynamiki w zakresie drgań powłok i fal sprężystych. Z uczonych angielskich wspomnieć jeszcze trzeba o I b b e t s o n i e, autorze wybornego podręcznika teorii sprężystości, i o sławnym L o v e' i e, którego wielostronne talenty i zainteresowania skryształizowały się w dziele niezwyklej wartości, traktującym o matematycznej teorii sprężystości, znanym powszechnie i do tej pory chyba nieprześcignionym. Na przełomie wieku XIX i XX rozwija również swą działalność w Niemczech mistrzowski w przybliżonym rozwiązaniu zagadnień wytrzymałościowych i nader wszechstronny A u g u s t F ö p p l, a zaraz za nim P r a n d t l, K á r m á n, M i s e s, H e n c k y i wielu innych. W ten sposób środek ciężkości pracy naukowej w dziedzinie mechaniki ciał odkształcalnych, w wyniku rozrastania się podłoża przemysłowego, przenosi się jak gdyby z Francji do Niemiec i następnie rozgałęzia w kierunku Rosji i Anglii. W pierwszym z tych dwóch krajów zaczyna się formować oryginalna szkoła oparta o talenty tej miary co G a l e r k i n, K r y ł o w, K o ł o s o w i zwłaszcza nieprześcigniony ojciec współczesnej wytrzymałości, T i m o s z e n k o. Szkoła ta, już w ramach Związku Radzieckiego, przeobraziła się, mówiąc bez żadnej chyba przesady, w najlepszą szkołę świata, opartą o plejadę najtęższych uczonych, jak chociażby M u s c h i e l i s z w i l i, I l j u s z i n, W ł a s o w, S o k o ł o w s k i, L u r i e, L e j b i e n z o n, F i ł o n i e n k o - B o r o d i c z, P a p k o w i c z, R ż a n i c y n, M i c h l i n, L e c h n i e c k i i dziesiątki innych świetnych umysłów. Problematyka szkoły radzieckiej jest zbyt rozległa, aby dokonać próby omówienia jej na tym miejscu. W tym czasie również Polska zapoczątkowała swój wkład naukowy do mechaniki ciał odkształcalnych dzięki pracom J a s i ń s k i e g o, B e ł z e c k i e g o i następnie H u b e r a oraz W i e r z b i c k i e g o.

4. W ten sposób zamknęliśmy niejako przeszły obraz rozwoju teorii sprężystości w postaci okresu drugiego, który zakończyć chcemy w latach pierwszej wojny światowej. Tę datę przełomową pomiędzy okresem drugim i okresem trzecim łączymy formalnie z powstaniem nowoczesnej teorii plastyczności, rozpoczętej w pracach H u b e r a i ukształtowanej w zasadniczych liniach przez M i s e s a i H e n c k y' e g o. W istocie nie trudno stwierdzić, że coraz to bardziej rozwijająca się industrializacja i związane z nią potrzeby praktyczne techniki budowlanej i maszynowej były przyczyną wydatnego rozwoju myśli badawczej w dziedzinie mechaniki stosowanej. Okres trzeci cechuje w związku z tym coraz to wzmagająca się masowość i intensywność pracy naukowej w dziedzinie mechaniki ciał odkształcalnych oraz dążenie z jednej strony do matematyzacji przedmiotu, z drugiej zaś do przeobrażenia go w możliwie najdoskonalszy obraz rzeczywistości. Znajomość powszechna tego okresu zwalnia nas od charakterystyki wybitniejszych autorów, których jest legion, wobec czego nawet pobieżne przeprowadzenie analizy nie byłoby na tym miejscu możliwe.

Skorzystamy równocześnie z przywileju przysługującego gawędzie i omawianie autorów zastąpimy omawianiem główniejszych nasuwających się nam tematów. Mając na uwadze fakt, że znajdujemy się tutaj w pierwszych liniach zetknięcia teraźniejszości z tworzącą się przyszłością, spróbujemy wysnuć odłamki domysłów co do kierunków, które nam przyszłość przyniesie. Zawężymy równocześnie, jak uprzedziliśmy na wstępie, zakres naszych rozważań i z nieprzebranego gąszczu dzieł, rozpraw i przyczynków postaramy się wyprowadzić kilka, luźnych zresztą i całkowicie subiektywnych, wniosków interesujących głównie ludzi nauki w Polsce.

Gdyby się zatem zastanowić nad najważniejszymi nurtami mechaniki ciał odkształcalnych, które dzisiaj tętnią wyraźnie lub których ujawnienie się można przewidywać w niedalekiej przyszłości, to jakie można by wymienić główne kierunki tematyczne? Gdyby równocześnie na te kierunki tematyczne spojrzeć pod kątem pożytku kraju rodzinnego, to które z nich należałoby otoczyć szczególną troską?

Spróbujmy odpowiedzieć na pierwsze z tych pytań formułując najpierw te zagadnienia, które wymieniliśmy już poprzednio w naszych dygresjach aktualnych. Były to tematy następujące.

1. Badanie podstaw mechaniki ciał odkształcalnych w zakresie jak najbardziej, jeśli tak rzecz można, rewolucyjnym.

2. Studia nad fizyką ciała stałego i nad pograniczami zjawisk odkształcalności ciał oraz ich struktury.

3. Studia nad przybliżeniem teoretycznego modelu ciała sprężystego do jego obrazu rzeczywistego przez rozważenie anizotropii i niejednorodności oraz nieliniowości wszelkiego typu (geometrycznej — odpowiadającej dużym odkształceniom; fizykalnej — powiązanej z brakiem proporcjonalności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami, oraz kombinacji obu tych typów).

4. Uogólnienie teorii skręcania i zginania prętów pełnych (teoria *S a i n t - V e n a n t a*).

5. Dalsze studia nad teorią płyt zarówno w dotychczasowych kierunkach, jak i w kierunkach specjalnych, odnoszących się do niejednorodności, dużych ugięć, podłoża sprężystego o szczególnych własnościach (np. reagującego za pomocą momentów skręcających) itd.

6. Teoria konstrukcji cienkościennych. W tej dziedzinie możemy zanotować szereg prac polskich, wśród których wymienić wypada prace *J. N a l e s z k i e w i c z a*.

7. Rozwiązanie zagadnień dotyczących styku ciał w najszerszym zakresie, np. belek i płyt sprężystych spoczywających na półprzestrzeni sprężystej, zetknięcia ciał nieliniowo sprężystych itp.

Do listy powyższej spróbujemy dorzucić jeszcze inne nasuwające się grupy tematyczne. Zanim to uczynimy, przypomnijmy, że za najglówniejszą cechę trzeciego, współczesnego nam okresu rozwoju mechaniki ciał odkształcalnych uznaliśmy powstanie nauki, nazwanej reologią. Pod tą nazwą rozumiemy gałąź mechaniki traktującą o rozwijającym się w czasie odkształceniu ciał.

Już z samej definicji wynika, że reologia zawiera w sobie jako przypadek szczególny teorię plastyczności, jeżeli przez tę ostatnią rozumieć naukę o odkształceniu trwałym, nie będącym funkcją czasu — a w dalszym ciągu również teorię sprężystości, gdy proces odkształcenia uważać za przemianę odwracalną. To pochłonięcie nauki o sprężystości ciał przez nowopowstałą dyscyplinę staje się w pełni widoczne ze współczesnego ujęcia zjawisk plastyczności, chociażby przez szkołę radziecką w osobach *I l j u s z i n a*, *K a c z a n o w a*, *B i e z u c h o w a* i innych. Wystarczy wspomnieć tutaj o twierdzeniach dotyczących przemian zrównoważonych, w których różnica pomiędzy ciałem plastycznym i nieliniowo sprężystym zaciera się zupełnie.

Dochodzimy zatem do dziwnej sytuacji, którą porównać można w sposób obrazowy z sytuacją podróżnika dokonującego wieloletniej wędrówki wzdłuż biegu strumienia, będącego dopływem znacznie większej rzeki. Jesteśmy właśnie w miejscu, w którym nurt teorii sprężystości gubi się w nurcie nowej, potężnej i chwilowo nieogarnionej drogi naukowej. Ten nasz pogląd nie jest, jak się zdaje, w pełni subiektywny i odosobniony,

jak o tym świadczą liczne znaki nadchodzących nowych czasów. Znaki te uwidaczniają się wyraźnie, gdy przeglądać chociażby czasopisma zagraniczne poświęcone mechanice stosowanej; na dziesięć prac omawiających mechanikę ciał odkształcalnych często pięć lub sześć, a więc większość, dotyczy zagadnień teorii plastyczności. Obraz ten w naszym piśmiennictwie jest odmienny i właśnie w tej odrębności naszej produkcji naukowej od produkcji światowej widzielibyśmy poważne skrzywienie, które należałoby najrychlej naprostować. Podobne zdanie słyseć można od osób, które pozostawały lub pozostają przez czas dłuższy w zagranicznych centrach naukowych. W jednym z listów nadesłanych z Moskwy autor mówi wyraźnie o obserwowanym przez siebie «zmierzchu teorii sprężystości».

W ten sposób doszliśmy do ósmej grupy tematycznej, która w sposób pozornie paradoksalny zaprzecza racji pracom w zakresie teorii sprężystości, będącej właśnie tematem naszej gawędy. Zanotujemy tutaj, jakkolwiekby to było przykre dla miłośników tej nauki, ósme z kolei zagadnienie.

8. Teoria plastyczności i reologia oraz związane z nimi teorie granicznych stanów równowagi płyt i powłok, a także teoria ciał sypkich i, ogólniej jeszcze — mechanika gruntów powinny stanowić u nas ważną dziedzinę badań.

W dziedzinie tych nauk Polska posiada piękne tradycje w postaci pionierskich prac M. T. H u b e r a. Czyżby znaczyło to, że należy zaprzestać dalszych studiów nad teorią sprężystości? Wydaje się, że taki wniosek byłby w pełni wadliwy i niezgodny z treścią tego, co mieliśmy okazję stwierdzić poprzednio. Istotnie, trzeba uznać za wątpliwe, czy w ogóle kiedykolwiek teoria sprężystości zostanie zarzucona; historia mało zna przykładów takich nauk umarłych. Z drugiej strony liczba problemów czekających na rozwiązanie jest tutaj nigdy chyba nie kończąca się.

A oto następne tematy, dalekie od kompletności, jakie należy wymienić.

9. Przede wszystkim energetyczna strona zjawisk sprężystych wydaje się jeszcze daleka od w pełni poprawnego opracowania pod względem logicznym. Być może, że chodzi tu o złudzenie, ale interpretacja nieznanych nam, niestety, w oryginale prac L e j e u n e - D i r i c h l e t a, dotyczących kryteriów równowagi, jest, zdaje się, dalej idąca niż sformułowanie samego autora tego kryterium. Również stwierdzić można braki w powiązaniu zasady prac wirtualnych z zasadami wariacyjnymi L a g r a n g e ' a i C a s t i g l i a n o oraz z pojęciem potencjału sprężystego. Spraw tych nie chcielibyśmy tutaj szerzej omawiać.

10. Jest jeszcze wiele przykładów niedostatecznego uporządkowania pod względem logicznym i matematycznym od dawna już znanych fragmentów teorii sprężystości, żeby wspomnieć chociaż o zasadzie S a i n t -

V e n a n t a, stającej w nowym świetle w związku z pojawieniem się elementów konstrukcyjnych tzw. wiotkich, jak np. elementy cienkościennie; to samo dotyczy teorii odkształcenia w ujęciu wielu podręczników, równań nierozdzielności itd. Dużą również przyszłość widzimy, trudno powiedzieć czy słusznie, w zastosowaniach rachunku prawdopodobieństwa, użytego tak znakomicie przez W. W i e r z b i c k i e g o dla uzyskania pojęcia obiektywnego współczynnika bezpieczeństwa. Ujmując to zagadnienie nieco szerzej można by myśleć o następnym zagadnieniu, uznanym z kolei za jedenaste.

11. Probabilistyczna teoria sprężystości czy też, ogólniej, teoria ciał odkształcalnych, których własności mechaniczne są dziełem przypadku. Na stosunkowo wąską skalę podchodzą do tej sprawy prace W e y b u l l a.

Mówiąc o znaczeniu przypadku w zjawiskach wytrzymałościowych pamiętajmy, że fizycy określili właśnie te zjawiska jako podlegające nie prawom indywidualnym, lecz masowym. Stąd na przykład smekalowskie określenie spójności ciał jako *strukturempfindliche Eigenschaft*. Stąd wykrzyknik B o u a s s e ' a, że nauka o wytrzymałości materiałów nigdy nie opisz zachowania się poszczególnych ciał, gdyż w nauce tej nie ma praw ogólnych. Ale czy takie stosunki, w których główną rolę odgrywa przypadek, nie są idealnym terenem właśnie dla nauki o roli przypadku, tzn. dla probabilistyki. Sądząc, że tak jest, przypisujemy tej nauce poważną, jak już wspomnieliśmy, rolę w dalszym rozwoju mechaniki ciał odkształcalnych, zwłaszcza na gruncie polskim, gdzie mamy wybitne w tym zakresie tradycje w postaci wspomnianych już poprzednio prac W. W i e r z b i c k i e g o.

Nasz wykaz byłby niekompletny, gdybyśmy pominęli następujące dalsze zagadnienia.

12. Zagadnienia wytrzymałościowe związane ze sprężeniem wstępnym materiałów. O szczegółowej specyfikacji tematów w tej dziedzinie powiedzieć mogą znacznie więcej nasi znawcy przedmiotu. Pragniemy jednak przypomnieć, że prace polskie, dotyczące wstępnego sprężania betonu, zyskały uznanie uczonych zagranicznych.

13. Co do zagadnień dotyczących dynamiki układów odkształcalnych a także badań doświadczalnych i tarcia, to nie chcemy się na tym miejscu wypowiadać.

Za zagadnienie szczególnie ważne dla rozwoju teorii sprężystości trzeba wreszcie uznać należyłą adaptację znanych metod matematycznych. Nie chcąc przedłużać i tak już zbyt obszernej wypowiedzi ograniczymy się tutaj jedynie do suchego wymienienia najważniejszych działów matematyki czystej i stosowanej, częściowo w oparciu o pewną znaną nam opinię. M. T. H u b e r a. Oto te działy:

- (1) rachunek różnic skończonych,
- (2) rachunek prawdopodobieństwa i jego zastosowania w mechanice budowli,
- (3) transformacja Laplace'a,
- (4) zastosowania całki Fouriera,
- (5) metoda perturbacji Poincarégo,
- (6) przybliżone metody rozwiązania równań całkowych,
- (7) rachunek tensorowy,
- (8) analiza wymiarowa.

Wydaje się, że nasi matematycy zbyt mało poświęcają uwagi przybliżonemu rozwiązaniu równań różniczkowych, głównie cząstkowych. Te zagadnienia są dla zastosowań teorii sprężystości szczególnie ważne, o czym świadczą opracowywanie coraz to nowych metod przybliżonych, jak chociażby metoda zszywania rozwiązań Arutiuniana.

Trudno byłoby skończyć tę garść luźnych uwag bez przypomnienia, że mamy obecnie wszelkie dane, aby rozwinąć wspaniale te piękne związki, jakie obserwujemy dokoła siebie: opiekę Państwa, której brakło przed wojną, utalentowane i światłe kierownictwo, zdolne i ambitne kadry pracowników naukowych. Na wszystkie te strony nowej atmosfery naukowej pragnęlibyśmy zwrócić szczególną uwagę naszych młodych kolegów, którzy w jakże odmiennych pracują warunkach od tych, w jakich przychodziło nam walczyć i często ginąć dla nauki przed wojną. Wydaje się, że mając tak poważne atuty w naszych rękach powinniśmy skupić siły na tematach naukowych, wypływających z potrzeb gospodarczych i kulturalnych kraju.

Резюме

ПО СЛЕДАМ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

После представления истории механики деформируемых тел в кратком очерке, различающем три этапа (от Галилея до Навье, от Навье до создания теории пластичности, от создания этой теории до нынешнего времени) дана попытка определения направлений, в каких — по мнению автора — должна в будущем развиваться механика деформируемых тел в Польше.

Автор перечисляет здесь следующие темы:

- (1) Исследования основ механики деформируемых тел.
- (2) Работы по физике твердых тел и по физическим вопросам смежным с явлениями деформации тел.
- (3) Работы по созданию идеальной модели твердого тела при помощи обсуждения анизотропии, неоднородности, нелинейности и т. д.

- (4) Обобщение теории кручения и изгиба сплошных стержней.
- (5) Дальнейшее исследование в области теории пластинок с учетом особенностей, приведенных в пкт. 3.
- (6) Развитие в широком масштабе теории тонкостенных конструкций.
- (7) Вопросы соприкосновения тел.
- (8) Теория пластичности и реология и связанные с ними исследования предельных состояний равновесия.
- (9) Математизация энергетических методов теории упругости.
- (10) Систематизация других разделов этой теории.
- (11) Применение теории вероятностей.
- (12) Вопросы, связанные с предварительным напряжением конструкций.
- (13) Вопросы, касающиеся динамики деформируемых систем, опытных методов и трения.

Автор считает полезным развивать различные разделы математики, находящие применение в механике деформируемых тел, а в особенности: исчисление конечных разностей, преобразование Лапласа, интеграл Фурье, интегральные уравнения, тензорное исчисление и другие.

S u m m a r y

A HISTORICAL SURVEY OF THE THEORY OF ELASTICITY

A general historical survey of mechanics of deformable bodies, in which the history of that science is divided into three periods (from Galileo to Navier, from Navier to the creation of the theory of plasticity and from that date up to the present), is followed by a suggestion of the principal directions in which, in the author's opinion, the science of mechanics of deformable bodies should be developed in Poland.

The problems suggested are as follows.

- (1) Investigation of the principles of mechanics of deformable bodies.
- (2) Physical problems concerned with solid bodies and the phenomena of deformability.
- (3) Studies with the object of rendering the ideal model of a solid body more real, by considerations involving the properties of anisotropy, non-homogeneity, non-linearity, etc.
- (4) Generalization of the theory of torsion and bending of solid beams.
- (5) Further studies of plates with special consideration of the properties mentioned in (3).

- (6) Extensive development of the theory of thin-walled structures.
- (7) Contact problems.
- (8) The theory of plasticity, rheology and associated problems involving the limit states of equilibrium.
- (9) Mathematical problems concerning energy methods.
- (10) Arrangement of other branches of the theory of elasticity.
- (11) Applications of probability methods.
- (12) The problem of prestressing.
- (13) Problems concerning the dynamics of deformable systems, experimental methods and friction.

The author's opinion is that the development of the branches of mathematics used in the problems of mechanics of deformable bodies should be encouraged. This concerns, in particular, the theory of finite differences, the Laplace transformation and the Fourier integral, integral equations, tensor calculus etc.

INSTYTUT MATEMATYCZNY
POLSKIEJ AKADEMII NAUK