

WITOLD WIERZBICKI

PROBABILISTYCZNY MODEL SOPLA LODU

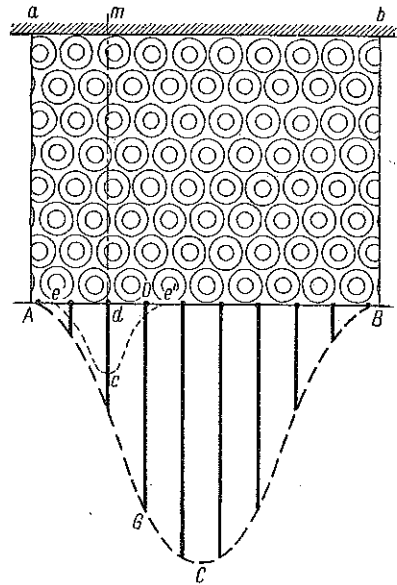
ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
LXXXV

Coraz bardziej utrwala się w świadomości przyrodników i techników przekonanie, że wielkość otaczających nas zjawisk ma charakter probabilistyczny. Skutkiem tego jest coraz większe interesowanie się inżynierów statystyką i rachunkiem prawdopodobieństwa oraz ich dążenie do matematycznego i filozoficznego opamiętania tych dyscyplin. Niniejszy artykuł autora licznych prac z dziedziny probabilistycznej i półprobabilistycznej metody badania bezpieczeństwa budowli jest wyrazem tych dążeń i daje przykład analizy zaobserwowanych zjawisk z probabilistycznego punktu widzenia. *RED. ROZPRAW INŻYNIERSKICH.*

Stwierdzono, że w pewnych określonych okolicznościach sopel lodu może być uważany za trwały, niejako spetryfikowany obraz rozkładu kul w aparacie Galtona, bądź w aparacie do sumowania częstości względnych szeregu zmiennych losowych. Podkreśla to probabilistyczny charakter powstawania sopła, aczkolwiek czynniki natury fizycznej w pewnym stopniu charakter ten skażają i dlatego sopel lodu i rozkłady kul w aparatach odpowiadają sobie tylko w sposób ogólny, raczej jakościowy niż ilościowy.

Przedmiotem obserwacji był sopel lodu zwisający z dachu i wydłużanie się jego poszczególnych pasm przy dopływie kropli wody. Krople te ściekały po pasmach sopła i zatrzymywały się na ich końcach, gdzie następowało zamarzanie.

Zauważono, że w czasie lekkiej odwilży lub lekkiego mrozu (tzn. przy temperaturze około 0°) dach pomiędzy jego krawędzią AB (rys. 1) a linią mansard ab był pokryty lodową powłoką, posiadającą pewne nierówności czy to ze względu na wichrowatość powierzchni dachówek, czy też z innych powodów. Nierówności wy-



Rys. 1

rażone są na rysunku schematycznie za pomocą warstwic, a sam rysunek przedstawia rozwinięcie dachu i sopła lodu na jednej płaszczyźnie.

W przedstawiony sposób stwarzała się powierzchnia, której nierówności nie były wprawdzie duże, kierowały jednak spływające z dachu

krople wody (na linii mansard temperatura była wyższa od 0°) w sposób nie dający się przewidzieć. Rozkład nierówności przypominał w pewnym stopniu górną część deski Galtona, tj. obszar kołków.

Na tle tych obserwacji wyobraźmy sobie zjawisko następujące:

Woda skrapla się w pewnym punkcie m na prostej ab , a poszczególne jej krople ściekają poprzez nierówności dachu ku krawędzi AB . Tu krople zamarzają i tworzą oddzielne pasma sopła lodu. W dalszym ciągu krople ściekają z punktu m do poszczególnych pasm sopła powodując ich wydłużanie. W ten sposób tworzy się soplel w kształcie krzywej dzwonowej.

Tworzenie się i rozwijanie sopła lodu powstałego z powodu ściekania skroplonej wody z jednego punktu odbywa się w podobny sposób jak powstawanie układu kulek w aparacie Galtona, a więc kształt rozkładu tych kulek przedstawia model sopła *ece'* (rys. 1). W ten sposób powstawanie takiego tworu przyrody, jakim jest soplel lodu, znajduje wytłumaczenie w aparacie probabilistycznym.

Przytoczone zjawisko nie zostało jednak zaobserwowane bezpośrednio, zaobserwowano natomiast ściekanie kropel wody po dachu z całego szeregu punktów położonych na prostej ab .

Zjawisko rozwijania się sopła lodu można w tym wypadku wytłumaczyć w sposób następujący:

Krople roztopionego lodu lub śniegu rozpoczynając drogę po dachu z pewnego punktu m na linii mansard przebywają ją poprzez nierówności dachu docierając do poszczególnych pasm DG sopła, odgrywających tu rolę kanalików.

Krople ściekające z różnych punktów m podlegają takim samym rozkładom i dlatego poszczególne pasma sopła odgrywają jednocześnie jakby rolę kanalików szeregu desek Galtona. Inaczej mówiąc każde pasmo jest jakby kanalikiem obsługującym szereg desek Galtona. Jeżeli więc krople ściekające z jednego z punktów m dążą do pasm sopła rozkładając się według krzywej dzwonowej, wówczas cały soplel powinien być uważany za wynik sumowania częstości względnych szeregu jednakowych zmiennych losowych.

Dla sprawdzenia czy powstawanie sopła lodu w kształcie krzywej dzwonowej odpowiada takiemu właśnie przebiegowi zjawiska jak opisany, zbudowano aparat będący rozwinięciem aparatu Galtona, w którym rozkład kul daje obraz sopła lodu, a którego konstrukcja srowadza się dla powodów wymienionych wyżej do konstrukcji aparatu do sumowania częstości względnych szeregu zmiennych losowych (rys. 2). Ponieważ kształt krzywej dzwonowej, otrzymanej w zbudowanym dla tego celu aparacie, odpowiada kształtowi zaobserwowanego sopła lodu,

można twierdzić, że otrzymany w aparacie rozkład zsumowanych częstości względnych szeregu jednakowych zmiennych losowych przedstawia model sopła lodu stworzony przez krople spadające na dach z szeregu punktów, przy czym krzywa dzwonowa jest w tym wypadku mniej wysmukła niż rozkład kul na desce Galtona.

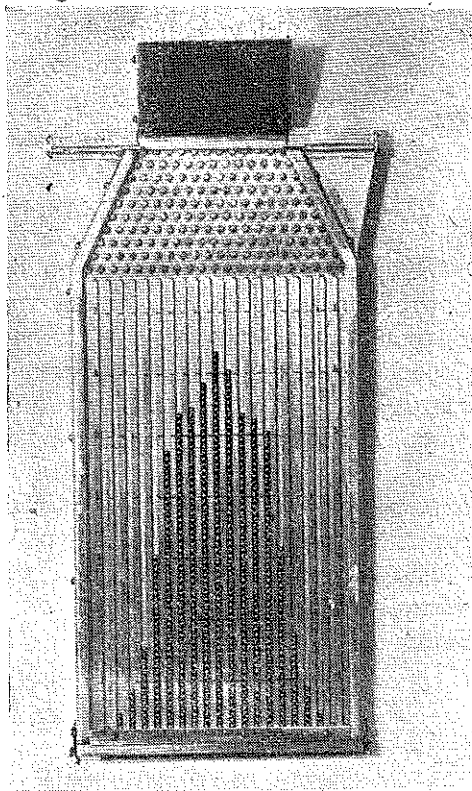
Z powodu różnic fizycznych, zachodzących między stalowymi kulkami aparatu a kroplami wody, aparat daje niejako odwrócony model zjawiska.

Ze względu na wspomniane okoliczności odwrócony probabilistyczny model sopła lodu tworzy się w aparacie, który łączy ze sobą w jedną całość szereg desek Galtona przy kulkach spadających z szeregu otworów położonych na jednej prostej *ab*.

Przyrząd wraz z rozkładem kulek stalowych przedstawiony jest na rys. 2. Podstawę jego stanowi pionowa deska, do której górnej krawędzi przymocowany jest lej na kulki stalowe. Lej posiada 11 otworów, przez które kulki spadają do górnego zaopatrzonego w kołki obszaru przyrządu. W dolnej części deski podobnie jak na desce Galtona umieszczone są kanaliki w liczbie 21. Szczegóły aparatu wykonane są w ten sam sposób jak w aparacie Galtona.

Kulki wrzucane przez jeden z otworów leja przyrządu zachowują się w ten sam sposób, jak na desce Galtona i dają taki sam obraz rozrzutu. Kulki wrzucone w jednakowy sposób do wszystkich 11 otworów leja dają obraz rozkładu sumowania częstości względnych szeregu jednakowych zmiennych losowych.

Krzywa ograniczająca sopel i krzywa rozkładu sumowania częstości względnych szeregu jednakowych zmiennych losowych mają ten sam kształt krzywej dzwonowej, a więc krzywej przedstawionej na rys. 2, posiadającej największą rzędną na osi symetrii i po dwa punkty przecięcia z każdej strony. W tych warunkach krzywą otrzymaną w opisa-



Rys. 2

nym wyżej aparacie można uważać za probabilistyczny obraz modelu sopła lodu przy ściekaniu wody z szeregu punktów.

Ponieważ zarówno rozkład kul w przedstawionym na rys. 2 aparacie, jak i kształt sopła lodu przy ściekaniu wody z szeregu punktów są, jak widać z powyższych rozważań i obserwacji, wynikiem sumowania częstości względnych szeregu jednakowych zmiennych losowych, należy uważać, że również i krzywe związane z układem kul rzucanych do aparatu przez jeden otwór, a więc i krzywe otrzymane w aparacie Galtona, są modelem sopła lodu w przypadku, gdy krople odmarniętej wody ściekają na dach z jednego punktu.

W ten sposób w obydwóch rozpatrywanych przypadkach, a więc zarówno przy ściekaniu wody z jednego punktu, jak i przy ściekaniu jej z szeregu punktów położonych na jednej prostej można uważać kształt sopła lodu z probabilistycznego punktu widzenia za uzasadniony¹.

Резюме

ПРОБАБИЛИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕДЯНОЙ СОСУЛЬКИ

Доказывается, что ледяную сосульку, свисающую с крыши, при протоке капель воды с одной точки, можно рассматривать, как непрерывное постоянное отображение распределения шариков в приборе Гальтона, а при протоке капель из ряда точек — как постоянное отображение распределения шариков, в приборе для суммирования относительных частот ряда одинаковых случайных переменных. Чтобы это доказать, был построен прибор для суммирования относительных частот ряда одинаковых случайных переменных, описанный в работе. Целью этой работы является привести пример анализа фактов, замеченных экспериментальным путем, с пробабилистической точки зрения, с которой мы должны все чаще смотреть на технические проблемы.

Summary

A PROBABILISTIC MODEL OF AN ICICLE

It has been found that an icicle hanging from a roof may be considered, with water drops falling from one point, as a durable image of distribution of balls in Galton's device and, with water drops falling from

¹ Przed oddaniem pracy do Redakcji została ona łaskawie przejrzana przez p. prof. dra A. Grużewskiego i p. prof. dra E. Czetwertyńskiego, którym autor składa za to w tym miejscu serdeczne podziękowanie.

several points, as a durable image of distribution of balls in a device for summing up the relative frequencies of a set of identical random variables. In order to show this, a device for summing up the relative frequencies of a set of identical random variables was constructed and is described in this paper. The object of the latter is to give an example of analysis of experimental facts, from the probabilistic point of view which becomes more and more frequent in technical problems.

ZAKŁAD MECHANIKI OSRODKÓW CIĄGLYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 lipca 1957 r.