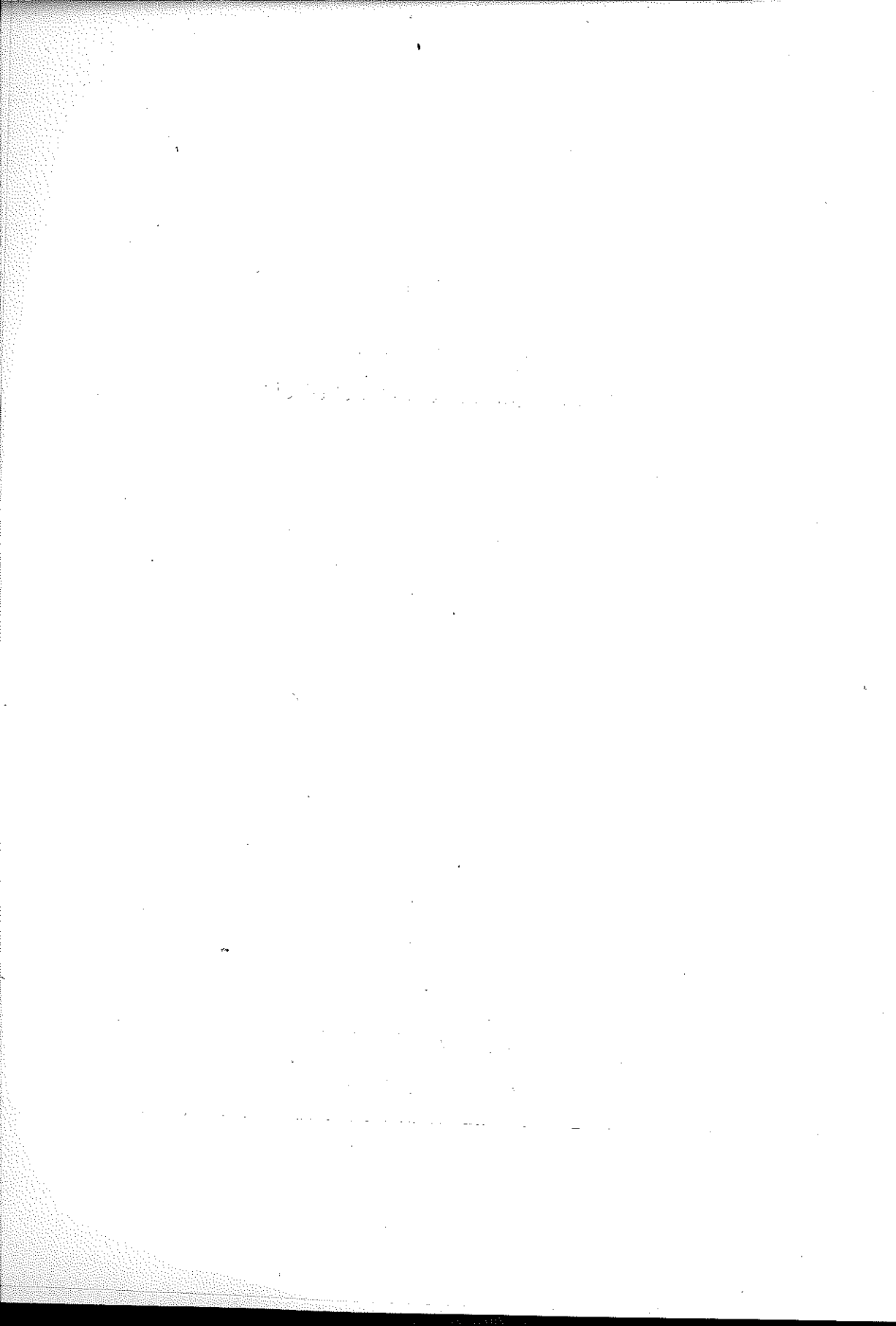


JAN MADEJSKI

TEORIA PODOBIENSTWA
ZJAWISK TERMOELASTOPLASTYCZNYCH

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
LXXXI



Wielu ważnych dla potrzeb praktyki zagadnień fizycznych i technicznych nie można rozwiązać opierając się na podstawowych układach równań drogą ścisłych rachunków. Powodem tego jest ubóstwo pozostających do dyspozycji środków matematycznych. Wskutek tego czasem rozwiązania całkiem prostych, elementarnych z technicznego punktu widzenia zadań mają postać złożoną, mało przydatną dla praktyka. Zazwyczaj też teorie matematyczne różnych działów fizyki technicznej obierają drogę ułatwioną opartą na rozsądnie wybranych założeniach upraszczających. Niejednokrotnie wyniki takich teorii wymagają eksperymentalnego sprawdzenia w celu potwierdzenia słuszności przyjętych uproszczeń.

Jednakże w wielu przypadkach zastosowanie dopuszczalnych założeń upraszczających nie prowadzi do celu. Jako przykład można przytoczyć zagadnienia wymiany ciepła między ciałem stałym a cieczą (przejmowanie ciepła). W zagadnieniu tym dysponujemy układem równań różniczkowych opisujących zjawiska w cieczy lub w gazie. Układ tworzy się z równań Naviera-Stokesa, równania ciągłości, równania Fouriera-Kirchhoffa i równania stanu. W tym przypadku znane są jedynie rozwiązania przypadków nader prostych i nieprzydatnych do obliczeń praktycznych. Trzeba podkreślić, że nie ma ani jednego rozwiązania zagadnienia przejmowania ciepła przy turbulentnym ruchu cieczy. Toteż w teorii wymiany ciepła, w odniesieniu do zjawisk przejmowania ciepła, dawno obrano jako kierunek rozwoju drogę wyłącznie eksperymentalną. Aby nie prowadzić badań na ślepo, wykorzystano teorię podobieństwa, słusznie nazwaną «teorią eksperymentu». W dziedzinie zjawisk stereomechanicznych, w szczególności w badaniach doświadczalnych własności wytrzymałościowych części maszynowych, w zagadnieniu obróbki itp. teoria podobieństwa prawie nie znajduje żadnego zastosowania. A przecież teoria ta powstała w dziedzinie stereomechaniki. Jedną z pierwszych prac, w której zastosowano teorię podobieństwa, została napisana w roku 1874 przez W. Kirpiczewa, [3], i dotyczyła zjawisk sprężystych. Oczywiście można by wytłumaczyć brak zainteresowania teorią podobieństwa w stereomechanice brakiem takiego układu równań, jakim dysponuje teoria wymiany ciepła. Jednak na podstawie każdej ze zna-

nych teorii plastyczności i teorii reologicznych można określić kryteria podobieństwa, słuszne w zakresie teorii, z których się te kryteria wywodzą.

Również podstawy dynamicznej teorii plastyczności, [1], mogą być wyzyskane do określenia kryteriów podobieństwa termoelastoplastycznego. W pracy niniejszej przedstawiamy teorię podobieństwa opartą właśnie na tych zasadach.

Posiłkując się utartymi drogami wyznaczania kryteriów wypiszemy równania opisujące stan termoelastoplastyczny dla «przedmiotu» (symbole bez znaczką) oraz dla modelu (symbole z przecinkiem u góry). Równania te zaczerpnięte są z pracy [1], rozdz. 6 (tam też wyjaśniono znaczenie poszczególnych symboli). Są to następujące równania:

$$(1) \quad \dot{U}_E + \frac{U_E - U_{EE}}{\Theta_1} + \dot{E}_M = N,$$

$$(2) \quad c_p \gamma \dot{T} = \lambda V^2 T + \frac{A(U_E - U_{EE})}{\Theta_1},$$

$$V^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$(3) \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial s} = a(T - T_0),$$

$$(4) \quad U_E = \frac{1}{4E} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)],$$

$$(5) \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho \left(X - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = 0 \quad \text{itd.},$$

$$(6) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

$$(7) \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{itd.}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{itd.},$$

$$(8) \quad N = \sigma_x \dot{\varepsilon}_x + \sigma_y \dot{\varepsilon}_y + \dots,$$

$$(9) \quad E_M = \frac{\rho \dot{\varepsilon}_x^2 L^2}{2} + \dots + \rho g \varepsilon_x L + \dots$$

Przytoczone zostały równania dla przedmiotu. Odpowiadające im równania dla modelu są takie same, należy jedynie każdy z występujących symboli oznaczyć przecinkiem u góry. Np. równanie (1) dla modelu ma postać (1')

$$(1') \quad \dot{U}'_E + \frac{U'_E - U'_{EE}}{\Theta'_1} + \dot{E}'_M = N'.$$

W równaniach tych kropka nad symbolem oznacza (według symboliki Newtona) różniczkowanie względem czasu, dla rozpatrywanego przedmiotu kropka oznacza $\partial/\partial t$, zaś dla modelu $\partial/\partial t'$.

Równania (1) są (fizycznymi) równaniami stanu; równania (2) uogólnionymi (z uwzględnieniem ciepła tarcia wewnętrznego) równaniami Fouriera-Kirchhoffa; równania (3) stanowią warunki brzegowe wymiany ciepła z otoczeniem; równania (4) są to wyrażenia na energię sprężystą odkształcenia postaciowego (założono nieściśliwość); równania (5) są równaniami Cauchy'ego (wypisano tylko po jednym równaniu z każdego trzech); równania (6) to równania ciągłości ośrodka nieściśliwego dla małych odkształceń (uwzględnienie odkształceń skończonych nie wnosi nowych kryteriów podobieństwa, jak łatwo można skontrolować); równania (7) zawierają zależność odkształceń względnych od przemieszczeń (dla przykładu podano wzory dla odkształceń małych); równania (8) i (9) zawierają wyrażenia na moc N i energię mechaniczną E_M .

Wypisany układ równań można jeszcze uzupełnić warunkami brzegowymi i początkowymi dla stanu naprężeń i odkształceń; warunki te zazwyczaj nie wnoszą jednak dodatkowych kryteriów.

Na wstępie zakładamy, że przedmiot i model są tworamii geometrycznie podobnymi. Przedmiot charakteryzuje wymiar szczególnie L , model zaś wymiar L' . W takim przypadku

$$(10) \quad \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \frac{s'}{s} = \dots = \frac{L'}{L} = K_L = \text{const.}$$

Następnie istnieje podobieństwo w czasie:

$$(11) \quad \frac{t'}{t} = K_t = \text{const}$$

oraz podobieństwo pól tensorów naprężeń i odkształceń, skalarów temperatury, energii sprężystej, energii mechanicznej i mocy oraz wektora przemieszczeń:

$$(12) \quad \frac{\sigma'_x}{\sigma_x} = \dots = \frac{\tau'_{xy}}{\tau_{xy}} = \dots = \frac{\sigma'}{\sigma} = K_\sigma = \text{const},$$

$$(13) \quad \frac{\epsilon'_x}{\epsilon_x} = \dots = \frac{\gamma'_{xy}}{\gamma_{xy}} = \dots = \frac{\eta'}{\eta} = K_\eta = \text{const},$$

$$(14) \quad \frac{T'}{T} = K_T = \text{const},$$

$$(15) \quad \frac{U'_E}{U_E} = K_{U_E} = \text{const},$$

$$(16) \quad \frac{E'_M}{E_M} = K_{EM} = \text{const},$$

$$(17) \quad \frac{N'}{N} = K_N = \text{const},$$

$$(18) \quad \frac{u'}{u} = \dots = \frac{e'}{e} = K_e = \text{const}.$$

Pozostałe wielkości występujące w równaniach (1) - (9) będziemy uważać za stałe fizyczne, właściwe dla przedmiotu i dla modelu; w szczególności

$$(19) \quad U_{EE} = \frac{\sigma_E^2}{2E}, \quad U'_{EE} = \frac{\sigma_E'^2}{2E'}.$$

W obu przypadkach pole sił objętościowych charakteryzuje przyspieszenie ziemskie g .

Po dokonaniu tych czynności pomocniczych rugujemy z równań, odnoszących się do modelu, symbole oznaczone przecinkiem posilując się stałymi K oraz wielkościami określającymi stan przedmiotu. Następnie zestawiamy równania, pod warunkiem spełnienia których oba układy równań (1) - (9) są sobie równoważne.

Otrzymujemy następujące związki:

$$(1.1) \quad \frac{K_{UE}}{K_t} = \frac{K_{UE}}{K_{\theta_1}} = \frac{K_{U_{EE}}}{K_{\theta_1}} = \frac{K_{EM}}{K_t} = K_N,$$

$$(2.1) \quad \frac{K_{c_p} K_\gamma K_T}{K_t} = \frac{K_\lambda K_T}{K_L^2} = \frac{K_{UE}}{K_{\theta_1}} = \frac{K_{U_{EE}}}{K_{\theta_1}},$$

$$(3.1) \quad \frac{K_\lambda K_T}{K_L} = K_\alpha K_T,$$

$$(4.1) \quad K_{UE} = \frac{K_\sigma^2}{K_E},$$

$$(5.1) \quad \frac{K_\sigma}{K_L} = K_e K_g = K_e \frac{K_e}{K_t^2},$$

$$(7.1) \quad K_\eta = \frac{K_e}{K_L},$$

$$(8.1) \quad K_N = \frac{K_\sigma K_\eta}{K_t^2},$$

$$(9.1) \quad K_{EM} = \frac{K_e K_\eta^2 K_L^2}{K_t^2} = K_e K_g K_\eta K_L.$$

Stałe K_{θ_1} , K_{c_p} i inne otrzymuje się w podobny sposób, jak stałe K_L , K_T i inne. Traktując wielkości U_E , U_{EE} , E_N , N , u , v i w jako wtórne posłużymy się równaniami (4.1), (7.1), (8.1), (9.1) i (19) do wyrugowania sta-

tych K_{UE} , K_{UEE} , K_{EM} , K_N i K_c z pozostałych równań. W rezultacie oznaczając symbolem t_H czas homologiczny otrzymujemy z równania stanu (1) i (1.1) następujące równania:

$$(1.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{t}{\Theta_1} = \frac{t'}{\Theta_1'} \quad \text{lub} \quad t_H = t_H', \\ \frac{\sigma^2 t^2}{E \rho \eta^2 L^2} = \frac{\sigma'^2 t'^2}{E' \rho' \eta'^2 L'^2}, \\ \frac{\sigma^2}{E \rho g \eta L} = \frac{\sigma'^2}{E' \rho' g \eta' L'}, \\ \frac{\sigma}{E \eta} = \frac{\sigma'}{E' \eta'}, \\ \frac{\sigma}{\sigma_E} = \frac{\sigma'}{\sigma_E'} \end{array} \right.$$

z uogólnionego równania Fouriera-Kirchhoffa (2) i (2.1)

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda t}{c_p \gamma L^2} = \frac{\lambda' t'}{c_p' \gamma' L'^2}, \\ \frac{A \sigma^2}{E c_p \gamma T} = \frac{A \sigma'^2}{E' c_p' \gamma' T'}, \\ \frac{\sigma}{\sigma_E} = \frac{\sigma'}{\sigma_E'} \end{array} \right.$$

z równań (3) i (3.1)

$$(3.2) \quad \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{\alpha' L'}{\lambda'}$$

z równań Cauchy'ego (5) i (5.1)

$$(5.2) \quad \frac{\sigma}{L \rho g} = \frac{\sigma'}{L' \rho' g}$$

Z powyższych równań można wywnioskować, że wyniki pomiarów otrzymane z pewnego modelu będzie można przenieść na serię przedmiotów geometrycznie podobnych i obciążonych w sposób podobny, jeśli zachowa się stałość następujących «liczb kryterialnych»:

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} (Ti) = \frac{\sigma}{\sigma_E}, \quad t_H = \frac{t}{\Theta_1}, \quad (Hu) = \frac{\sigma_E^2 t^2}{E \rho \eta^2 L^2}, \\ (Lo) = \frac{\sigma_E^2}{E \rho g \eta L}, \quad (Ho) = \frac{\sigma_E}{E \eta}, \quad (Fo) = \frac{\lambda t}{c_p \gamma L^2}, \\ (Ve) = \frac{A \sigma_E^2}{E c_p \gamma T}, \quad (Nu) = \frac{\alpha L}{\lambda}, \quad (Ca) = \frac{\sigma_E}{L \rho g} \end{array} \right.$$

W teorii podobieństwa przyjął się zwyczaj oznaczania liczb kryterialnych nazwiskami badaczy szczególnie zasłużonych w danej dziedzinie wiedzy. Wzory (20) zawierają niektóre liczby używane już w teorii wymiany ciepła; są to: liczba Nusselta (Nu) oraz liczba Fouriera (Fo). Pozostałe liczby proponujemy nazwać: liczba Timoszenki (Ti), liczba Hubera (Hu), liczba Love'a (Lo), liczba Hooke'a (Ho), liczba Saint-Venanta (Ve), liczba Cauchy'ego (Ca).

Zamiast liczby Love'a można wprowadzić liczbę Kelvina (Ke):

$$(20.1) \quad (Ke) = \frac{\eta L}{g t^2};$$

wtedy

$$(20.2) \quad (Lo) = (Hu)(Ke).$$

Liczba Cauchy'ego nie jest niezależna, lecz wyraża się za pomocą innych liczb:

$$(20.3) \quad (Ca) = \frac{(Lo)}{(Ho)} = \frac{(Hu)(Ke)}{(Ho)}.$$

Tak więc zagadnienie opisywane jest przez osiem bezwymiarowych liczb kryterialnych:

$$(21) \quad t_H, (Ti), (Hu), (Ke), (Ho), (Ve), (Fo), (Nu).$$

Jeśli ma być uwzględniona rozszerzalność cieplna ciał, to do opisu zjawiska dojdzie jeszcze jedna liczba, nie wynikająca z równań (1) - (9), mianowicie znana w wymianie ciepła liczba «bezimienna»

$$(22) \quad (V) = \beta \Delta T,$$

gdzie β jest współczynnikiem rozszerzalności cieplnej, a ΔT charakterystycznym przyrostem temperatury. W zagadnieniach praktycznych interesuje nas przede wszystkim dopuszczalne obciążenie przedmiotu; poszukiwaną jest zatem liczba Timoszenki (Ti). Na zasadzie podstawowych twierdzeń teorii podobieństwa, tj. twierdzenia Newtona i twierdzenia Buckingham'a można wyrazić liczbę (Ti) jako funkcję pozostałych liczb (21) i (22); a zatem

$$(23) \quad (Ti) = f [t_H, (Hu), (Ke), (Ho), (Ve), (Fo), (Nu), (V)].$$

Jeśli pominiemy wpływ energii mechanicznej na zjawisko, to liczby Hubera i Kelvina nie wpłyną na wartość liczby Timoszenki. Podobnie przy pominięciu rozszerzalności cieplnej odpadnie liczba (V). Otrzymamy wtedy

$$(23.1) \quad (Ti) = f [t_H, (Ho), (Ve), (Fo), (Nu)].$$

Podobnie przy ustalonej wymianie ciepła odpada liczba Fouriera; na zjawisko adiabatyczne nie będzie miała wpływu liczba Nusselta.

Wreszcie podczas zjawiska izotermicznego i tautotermicznego odpadną liczby Fouriera, Nusselta i Saint-Venanta. W ostatnim przypadku będzie zatem

$$(23.2) \quad (Ti) = f [t_H, (Ho)].$$

Otrzymane formuły słuszne są dla przedmiotów dowolnego kształtu; tym bardziej powinny zgadzać się z teoretycznymi rozwiązaniami zamieszczonymi w pracy [1]. Sprawdzimy kilka tych rozwiązań.

1. *Jednowymiarowe zmęczenie izo- i tautotermiczne.* Naprężenia wahają się od σ_E do σ_M . Rozwiązanie teoretyczne ma postać

$$\eta_Z = \frac{t_C}{\Theta} \frac{\sigma_M - \sigma_E}{E}.$$

Oznaczając

$$\frac{t_C}{\Theta} = t_H, \quad \frac{\sigma_M}{\sigma_E} = (Ti), \quad \frac{\sigma_E}{E \eta_Z} = (Ho),$$

otrzymujemy

$$(Ti) = 1 + \frac{1}{t_H(Ho)},$$

zgodnie ze wzorem (23.2).

2. *Zmęczenie próbki cylindrycznej na maszynie Schencka.* Wprowadzając oznaczenia $4Nc/\omega\Theta = t_H$ otrzymujemy (przy zachowaniu również poprzednich oznaczeń) dla zmęczenia izotermicznego wzór

$$\sqrt{(Ti)^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{(Ti)} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{t_H(Ho)}$$

zgodny ze wzorem (23.2).

Dla zmęczenia nieizotermicznego otrzymujemy opis zjawiska za pomocą liczb następujących:

$$t_H = \frac{Nc}{2\pi\omega\Theta^*}, \quad (Nu) = \frac{\alpha R}{\lambda}, \quad (Ti) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_E^*} = s^*,$$

$$(Fo) = \frac{4\pi\lambda}{R^2\omega c_p \gamma}, \quad (Ho) = \frac{\sigma_E^*}{E\eta_Z}, \quad (Ve) = \frac{A\sigma_E^{*2}}{Ec_p \gamma T_0}.$$

Między tymi liczbami istnieje związek wyrażony dwiema równościami zawierającymi liczbę x_c , którą można wyrugować

$$t_H = \frac{3}{4\pi} \frac{(Nu)(Fo)}{(Ve)(Ti)^2} \frac{1}{1 - e^{-(Nu)(Fo)}} [I_1(x_c) - I_1((Ti)^2)],$$

$$\frac{1}{(Ho)} = 6 \frac{(Nu)(Fo)}{(Ve)(Ti)^2} \frac{1}{1 - e^{-(Nu)(Fo)}} [I_2(x_c) - I_2((Ti)^2)].$$

Funkcje Γ_1 i Γ_2 przedstawione są w pracy [1], rozdz. 4. Po wyrugowaniu liczby x_c otrzymamy wzór

$$\Phi_1[t_H, (Ho), (Ti), (Ve), (Nu), (Fo)] = 0,$$

zgodny ze wzorem (23.1).

Dla zjawiska adiabatycznego mamy $\alpha = 0$ i $(Nu) = 0$; stąd, wobec

$$\lim_{(Nu)(Fo) \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-(Nu)(Fo)}}{(Nu)(Fo)} = 1,$$

otrzymamy

$$\frac{4\pi}{3} t_H (Ve) (Ti)^2 = \Gamma_1(x_c) - \Gamma_1((Ti)^2),$$

$$\frac{1}{6} (Ho) (Ve) (Ti)^2 = \Gamma_2(x_c) - \Gamma_2((Ti)^2),$$

a zatem związek typu

$$\Phi[t_H, (Ho), (Ti), (Ve)] = 0.$$

Możliwość wyrażenia rozwiązania za pomocą liczb kryterialnych stanowi zawsze sprawdzian poprawności teorii.

W zagadnieniu określenia zależności (23) na drodze eksperymentalnej poszukiwać należy rozwiązania w postaci iloczynu potęg liczb kryterialnych. Np. w odniesieniu do wzoru (23.2) rezultat będziemy starali się przedstawić w postaci

$$(Ti) = ct_H^n (Ho)^m,$$

gdzie c , n i m są stałymi [choćby w pewnych obszarach liczb t_H i (Ho)] współczynnikami.

Należy podkreślić, że liczby kryterialne obliczane są zazwyczaj w sposób pozwalający na pewną dowolność. Można zatem np. dowolnie obrać charakterystyczną temperaturę (przy zmiennym jej polu), można również użyć dowolnego naprężenia charakterystycznego i dowolnego wymiaru charakterystycznego.

Liczby t_H , (Hu) , (Ke) , (Ho) , (Ve) , (V) i (Fo) dotyczą rozpatrywanego przedmiotu i obliczenie ich stosownie do wzorów (20) nie nastęrcza niejasności. Natomiast liczba (Nu) charakteryzująca warunki wymiany ciepła może być różna dla różnych obszarów zewnętrznej powierzchni przedmiotu. Na powierzchniach swobodnych obliczamy liczbę Nusselta na podstawie współczynnika przejmowania ciepła α (obliczalnego według zasad teorii wymiany ciepła) podstawiając na miejsce λ współczynnik przewodzenia ciepła w danym cieple stałym (tj. przedmiocie lub modelu). Jeśli zatem warunki wymiany ciepła określa liczba Nusselta jako funkcja liczb Grashofa, Prandtla i Reynoldsa dla omywa-

jącej przedmiot cieczy lub gazu [tę liczbę Nusselta oznaczamy przez $(Nu)_G$], tzn.

$$(Nu)_G = f[(Gr), (Pr), (Re)],$$

to używana w zjawiskach termoelastoplastycznych liczba Nusselta pozostaje z liczbą $(Nu)_G$ w następującym związku:

$$(Nu) = (Nu)_G \frac{\lambda_G}{\lambda},$$

gdzie λ_G oznacza współczynnik przewodzenia ciepła dla cieczy (gazu) omywającej przedmiot. Wobec $\lambda_G \ll \lambda$ mamy także $(Nu) \ll (Nu)_G$. Inaczej rzecz się ma na powierzchniach obciążonych bądź też swobodnych, lecz stykających się z ciałami stałymi. Warunki wymiany ciepła reguluje w takim przypadku rozkład temperatury w stykających się ciałach oraz ich współczynniki przewodzenia ciepła.

Wyprowadzone zasady teorii podobieństwa dla zjawisk termoelastoplastycznych pozwolą (w zakresie słuszności dynamicznej teorii plastyczności) na proste ujęcie wyników eksperymentów za pomocą liczb kryterialnych. Dotyczy to w szczególności badań zmęzeniowych nad elementami maszyn o skomplikowanym kształcie (jak np. śruby, części z karbami itd.), dla których brakuje jak dotąd teoretycznego opracowania. Uważamy, że teoria podobieństwa zwłaszcza w połączeniu z zasadą Saint-Venanta ułatwi niezbędne obliczenia konstrukcyjne i pozwoli osiągnąć ściślejsze wyniki.

Na zakończenie wydaje się rzeczą słuszną nadmienić, że wyłożona myśl znalazła już częściowe zastosowanie w pewnych dziedzinach techniki. A. A. Iljuszina w pracy [2] podaje teorię podobieństwa dla zagadnień kucia matrycowego i tłoczenia. W pracy swej korzysta również Iljuszina z pojęcia liczby Nusselta, oznaczając ją przez R_s . Podstawowe równania Iljuszina są inne niż przytoczone w niniejszej pracy, dochodzi on zatem do innych liczb kryterialnych.

Już po napisaniu niniejszej pracy ukazał się artykuł Sz. N. Kaca, [4]. Wyniki badań Kaca można wykorzystać do ułożenia formuły kryterialnej dla wyznaczania dopuszczalnego obciążenia rur przegrzewaczy. Rezultaty te w formie wykresu $\log q = f(\log t)$ podane są na rys. 1, przy czym przyjęto następujące oznaczenia: $q = p(\beta^2 - 1)$, p [at] oznacza ciśnienie wewnątrz rury, $\beta = D_z/D_w$, D_w [mm] jest średnicą wewnętrzną rury, D_z [mm] średnicą zewnętrzną rury, t [h] czasem od chwili obciążenia do chwili zniszczenia rury.

Kac badał rury przegrzewaczy ze stali 20 w temp. 500°C. Równanie linii ciągłej na wykresie $\log q = f(\log t)$ ma postać następującą:

$$\log q = 3,203 - 0,174 \log t,$$

a stąd

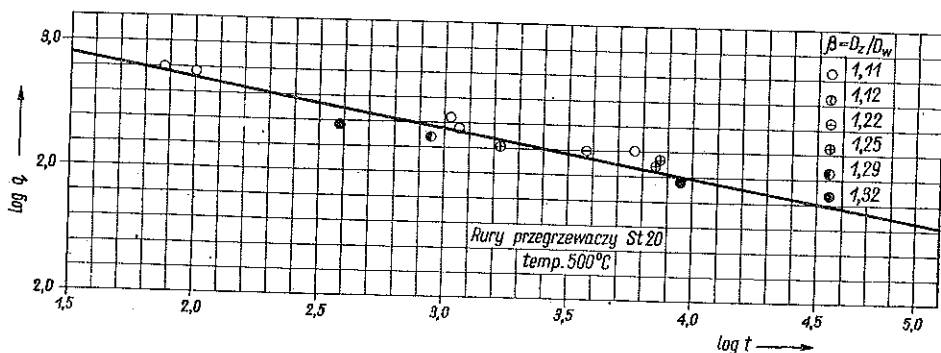
$$(24.1) \quad q = 1596 t^{-0,174}$$

Oznaczając

$$(Ti) = \frac{q}{\sigma_E}, \quad t_H = \frac{t}{\Theta}, \quad (Ho) = \frac{\sigma_E}{E \eta_Z},$$

sprowadzimy powyższe równanie do postaci kryterialnej:

$$(24.2) \quad (Ti) = \frac{C}{t_H^{0,174}},$$



Rys. 1

przy czym

$$C = \frac{1596}{\sigma_{E,e} \Theta_e^{0,174}} = f[(Ho)_e],$$

gdyż eksperyment miał charakter izotermiczny. Wartości $\sigma_{E,e}$ i Θ_e odnoszą się do konkretnie badanego materiału St. 20 w danej temperaturze 500°C, podobnie jak liczba $(Ho)_e$, będąca stałą (a raczej funkcją) materiałową. Znajomość tych liczb a także wpływu liczby (Ho) na liczbę (Ti) pozwoliłaby ustalić ogólną zależność w postaci wzoru

$$(Ti) = f[t_H, (Ho)],$$

słusznego w zasadzie dla zjawisk izotermicznych. Ustalenie takiego wzoru wymaga dalszych badań nad innymi materiałami i w różnych temperaturach.

Dla przykładu podamy jedną z możliwości opierając się na wzorze w przykładzie 1, z której wynika, że liczba (Ti) zależy od iloczynu t_H i (Ho) . W takim przypadku wzór (24.2) przybierze postać

$$(24.3) \quad (Ti) = \frac{C_1}{[t_H (Ho)]^{0,174}},$$

przy czym

$$C_1 = \frac{1596}{\sigma_{L,e}^{0,826} (\Theta_e E_e \eta_{z,e})^{0,174}},$$

gdzie E_e i $\eta_{z,e}$ odnoszą się do St. 20 w temperaturze 500°C. Przyjmując orientacyjnie (na podstawie krzywych pełzania podanych przez K a c a)

$$\sigma_{E,e} = 700 \text{ at}, \quad \Theta_e = 4,45 \text{ h},$$

$$E_e = 1,5 \cdot 10^6 \text{ at}, \quad \eta_{z,e} = 0,3$$

otrzymamy ostateczną postać wzoru na wytrzymałość rur przegrzewaczy w postaci

$$(24.4) \quad (T_i) = \frac{0,572}{t_H^{0,174} (H_0)^{0,174}}.$$

Na zakończenie nadmienimy, że próby modelowania zjawisk termoplastycznych podjęto w ZSRR na szerszą skalę (por. [5]) z uwagi na potrzeby przemysłu budowy turbin parowych i gazowych oraz kotłów. Doświadczenia takie są bardzo żmudne i kosztowne, tym bardziej że eksperymenty przeprowadza się obecnie bez mocnej podstawy teoretycznej.

Literatura cytowana w tekście

- [1] J. Madejski, *Pewne podstawowe zagadnienia dynamicznej teorii plastyczności*, praca nieopubl.
- [2] A. A. Iljuszyn, *Prikl. Mat. Miec.*, t. 16, z. 4, 1952, s. 385.
- [3] W. Ł. Kirpiczew, *O podobie pri uprugich jawleniach*, *Zurn. Russk. Chim. i Fiz. Obszcz.* 1874, t. 6, 9, s. 152-155.
- [4] Sz. N. Kac, *Issledowanje dlitelnoej procznosti uglirodistich trub*, *Tieploenergiatika*, 11 (1955), s. 37.
- [5] D. P. Warszawski, P. J. Bogusławski, Z. G. Połumordwinowa, *Tieploenergiatika*, 5 (1955), s. 9.

Резюме

ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ ТЕРМО-УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИИ

В работе дается вывод критериев, описывающих термо-упруго-пластические состояния геометрически подобных элементов конструкций, под действием подобных нагрузок. Вывод основывается на динамической теории пластичности, предложенной автором в работе [1]. В качестве примера дано несколько решений, основанных на [1]. В заключение приводится пример практического применения теории подобия для обобщения результатов экспериментов. Пример, основывающийся на экспериментальных данных К а ц а, касается длительной прочности труб перегревателей.

Summary

THEORY OF SIMILARITY OF THERMO-ELASTO-PLASTIC PHENOMENA

This paper contains a derivation of criteria for describing thermo-elastoplastic states in bodies of similar shape and load. The dynamic theory of plasticity, proposed by the author in [1], is assumed as a basis. For example, some solutions given in paper [1] are presented in a criterial form, by using certain dimensionless groups. Finally, an example of practical application of the principle of similarity for generalizing experimental data is presented. The example concerning the longtime strength of superheater tubes is based on experimental results obtained by Katz.

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 lipca 1956 r.