

JANUSZ CZULAK

OBLICZANIE STATECZNOŚCI
ZŁOŻONYCH POKRYĆ RUSZTOWYCH
O KSZTAŁCIE CYLINDRYCZNYM I KONOIDALNYM

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
CLXIV

TOM VIII • ZESZYT 3 • ROK 1960

SPIS TREŚCI

1. Wstęp	531
2. Schemat ogólny obliczenia krytycznych wartości g_k obciążenia pokrycia rusztu wielokowego	534
3. Ruszt walcowy dwułukowy	538
3.1. Wyboczenie symetryczne rusztu	539
3.2. Wyboczenie asymetryczne rusztu	541
4. Ruszt walcowy trójłukowy	543
4.1. Wyboczenie symetryczne rusztu	544
4.2. Wyboczenie asymetryczne rusztu	548
5. Ruszt konoidalny dwułukowy	550
6. Ruszt konoidalny trójłukowy	556
7. Zakończenie	562

1. Wstęp

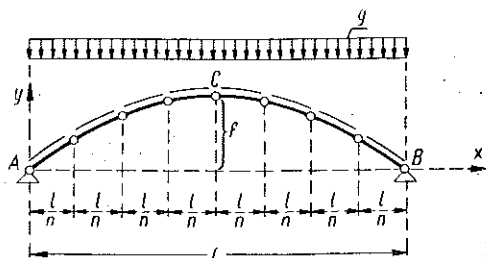
W pracach autora [2] i [3] podano przybliżone rozwiązanie zagadnienia stateczności najprostszych przestrzennych konstrukcji rusztowych o kształcie cylindrycznym i konoidalnym. W pracach tych przedstawiono mianowicie obliczenie wartości krytycznych pionowego obciążenia pokrycia, rozpiętych nad prostokątem jednołukowych parabolicznych rusztów walcowych i konoidalnych, przy uwzględnieniu w tych układach różnej ilości symetrycznie rozłożonych płatwi ciągłych dwuprzęsłowych swobodnie podpartych. Na podstawie osiągniętych wyników ustalono, że dla rozpatrywanych tam przypadków ruszt walcowy jest układem stateczniejszym niż odpowiedni ruszt konoidalny.

Rozważania niniejsze, rozszerzające znacznie zakres rozważań przedstawionych w wyżej cytowanych pracach, ograniczają się do przybliżonego obliczenia wartości krytycznych pionowego obciążenia pokrycia rozpiętych nad prostokątem parabolicznych rusztów cylindrycznych i konoidalnych, złożonych z dwóch oraz z trzech łuków dwuprzegubowych i z pewnej liczby równomiernie rozłożonych w rzucie na płaszczyznę poziomą płatwi ciągłych, odpowiednio trójprzędłowych oraz czteropzędłowych (rys. 5, 7, 9 i 11). Obliczenia przeprowadzamy w założeniu stałej i jednakowej sztywności zginania wszystkich łuków ($E, J_l = \text{const}$) oraz w założeniu stałej i jednakowej sztywności zginania wszystkich płatwi ($E_p, J_p = \text{const}$). Oprócz tego przyjmujemy tutaj, że płatwie połączone są z łukami przegubami kulistymi, których środki znajdują się w punktach przecięcia się osi podłużnych płatwi z osiami podłużnymi łuków. Uważamy przy tym, iż połączenia te są tak wykonane, że umożliwiają swobodne poziome i równoległe do płaszczyzny symetrii układu przesuwanie się środków ciężkości przekrojów poprzecznych płatwi, przechodzących przez wyżej wymienione punkty przecięcia się osi podłużnych płatwi i łuków. Końce płatwi podparte są z jednej strony przegubowo, a z drugiej strony przegubowo przesuwnie, przy czym linie przesuwania mają tu także kierunek poziomy i równoległy do płaszczyzny symetrii rusztu. Przyjmujemy wreszcie, że połączenia łuków z ich podporami są tego rodzaju (np. zawiasowe), że rozpatrywane konstrukcje rusztowe są układami geometrycznie niezmiennymi.

Przedstawione niżej obliczenia, podobnie jak i obliczenia podane w pracach [2] i [3], obejmują jedynie przypadek obciążenia płatwi rusztu pokryciem

znajdującym się pod działaniem pionowego obciążenia ciągłego, równomiernego w odniesieniu do pola rzutu powierzchni pokrycia na płaszczyznę poziomą i rozłożonego na całej tej powierzchni.

Na rysunku 1 przedstawiony jest ogólny schemat dowolnego przekroju poprzecznego parabolicznej wielołukowej konstrukcji rusztowej o kształcie albo cylindrycznym, albo konoidalnym. W odniesieniu do przyjętego na tym rysunku



Rys. 1

układu osi współrzędnych krzywą przecięcia się powierzchni środkowej rusztu z płaszczyzną jego przekroju poprzecznego określa równanie

$$(1.1) \quad y = 4f \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right),$$

gdzie literą f oznaczona jest strzałka rusztu w danym przekroju poprzecznym, a literą l stała rozpiętość rusztu.

Obciążenie przypadające na jednostkę kwadratową rzutu powierzchni pokrycia rusztu na płaszczyznę poziomą oznaczone jest literą g .

Każdej z płatwi pośrednich rusztu odpowiada obciążenie pionowe równomierne i ciągłe, którego wartość w odniesieniu do jednostki długości rzutu płatwi na płaszczyznę poziomą jest równa

$$(1.2) \quad p = \frac{gl}{n}.$$

Analogiczne obciążenie jednostkowe każdej z płatwi skrajnych jest odpowiednio równe połowie wartości p .

Literą n oznaczona jest tutaj liczba wszystkich przedziałów między płatwiami w rozpatrywanej konstrukcji (rys. 1 i inne).

Stosownie do uprzednio określonego sposobu podparcia płatwi i ich połączenia z łukami możemy w rozpatrywanych przypadkach przyjąć, że — przy pominięciu istniejących w stanie równowagi statecznej rusztu niewielkich odkształceń łuków oraz niewielkiej zmiany odległości między dwoma dowolnymi punktami podłużnej osi każdej z płatwi, spowodowanej wygięciem się płatwi i siłami podłużnymi (w płatwiach rusztu konoidalnego) — łuki znajdują się pod działaniem samych tylko pionowych sił skupionych, zaczepionych w punktach przecięcia się osi podłużnych łuków z osiami podłużnymi płatwi. W układach konoidalnych wartości sił oddziaływania płatwi na łuki są w tych warunkach niezależne od wartości kątów nachylenia osi płatwi względem płaszczyzny poziomej, a więc, tak w przypadku rusztu walcowego jak i w przypadku rusztu konoidalnego, wartości sił oddziaływania wszystkich płatwi pośrednich na łuki są dla każdego z nich odpowiednio jednakowe. Wobec tego każdy z tych łuków obciążony jest równomiernie wzdłuż swojej rozpiętości.

Wartość siły Q_j oddziaływania płatwi pośredniej na którykolwiek z łuków (łuk A, C, B_j) układu rusztowego (tak cylindrycznego jak i konoidalnego) możemy ogólnie określić wzorem

$$(1.3) \quad Q_j = \frac{\rho_j}{n} g l b.$$

Wartość siły oddziaływania płatwi skrajnej na taki łuk równa jest odpowiednio połowie wartości siły Q_j .

Symbolem ρ_j oznaczony jest tutaj parametr, którego wartość zależna jest od liczby wszystkich łuków w układzie, a w ogólności także i od położenia w nim łuku A, C, B_j . W odniesieniu do łuków zajmujących jednakowe położenie w odpowiadających sobie rusztach cylindrycznych i konoidalnych wartość parametru ρ_j jest jednakowa.

Literą b oznaczona jest wzajemna odległość między płaszczyznami dwóch kolejnych łuków rusztu.

W niniejszych rozważaniach przyjmujemy, że równomierne obciążenia łuków A, C, B_j pionowymi siłami skupionymi Q_j oraz $Q_j/2$ równoważne są odpowiednim pionowym obciążeniem ciągłym q_j równomiernie rozłożonym wzdłuż rozpiętości łuków. W odniesieniu do jednostki rozpiętości łuku wartość tego rodzaju obciążenia ciągłego wyraża się wzorem

$$(1.4) \quad q_j = \rho_j g b.$$

W chwili, gdy obciążenie g pokrycia rusztu osiąga krytyczną wartość g_k , ruszt ulega wyboczeniu, które spowodowane jest wyboczeniem się łuków. W zależności od rodzaju rusztu ulegają wtedy wyboczeniu albo od razu wszystkie jego łuki, albo tylko niektóre z nich.

W niżej przeprowadzonej analizie przyjmujemy, że przy $g = g_k$ przesunięcia x poszczególnych punktów osi podłużnych łuków wyboczących się są skierowane pionowo, a odkształcenia ogólne tych osi są antysymetryczne względem ich punktów zwornikowych C (nie zmieniających przy wyboczeniu łuków swego położenia). Założenia te odnosimy także i do tych łuków rusztu, które przy wyboczeniu się rusztu pozostają właściwie stateczne, ale odkształcają się z powodu wyboczenia się innych jego łuków i wynikających stąd odpowiednich zmian w wartościach sił oddziaływania płatwi (ciągłych wieloprzęsłowych) na ich podpory.

Przy rozpatrywaniu zagadnienia stateczności rusztów konoidalnych nie uwzględniamy tu niewielkiego skręcania łuków odkształcających się przy wyboczeniu rusztu; skręcanie to spowodowane jest niewielką deplanacją obciążenia tych łuków (rys. 9-12).

Podane w niniejszej pracy obliczenia wykonane są w założeniu, że odkształcenia wszystkich rozpatrywanych tu układów są sprężyste i leżą w obszarze stosowalności prawa HOOKE'A.

2. Schemat ogólny obliczenia krytycznych wartości g_k obciążenia pokrycia rusztu wielolukowego

Punktem wyjścia przy rozpatrywaniu zagadnienia stateczności układu rusztowego jest ustalenie odpowiednich wzorów określających stan obciążenia łuków rusztu w chwili rozpoczynania się jego wybożenia, czyli w chwili, gdy obciążenie g pokrycia rusztu osiąga pewną krytyczną wartość g_k . Do wzorów takich możemy dojść albo drogą ułożenia równań określających bezpośrednio równowagę pionowych przesunięć odpowiednich (wspólnych przed utratą stateczności rusztu) punktów N_i osi podłużnych łuków i osi podłużnych płatwi, albo drogą zastosowania, w odniesieniu do płatwi, równania trzech momentów z właściwym uwzględnieniem odpowiedniej zmiany pierwotnego (tzn. istniejącego w stanie równowagi statecznej rusztu) położenia pośrednich punktów N_i podparcia płatwi.

Wzór określający wartość siły Q_{jw}^N oddziaływania pewnej płatwi pośredniej N_0N_n na jeden z łuków (łuk $A_jC_jB_j$) rusztu przy jego wybożeniu możemy przedstawić ogólnie w postaci następującej:

$$(2.1) \quad Q_{jw}^N = Q_j^k + Q_{jz}^N,$$

gdzie symbolami Q_j^k i Q_{jz}^N oznaczone są wielkości określone wzorami:

$$(2.2) \quad Q_j^k = \frac{q_j}{n} g_k l b,$$

$$(2.3) \quad Q_{jz}^N = \sum_{i=1}^{i=m} \varepsilon_{ji}^N z_i^N.$$

Przez m oznaczona jest tutaj liczba wszystkich łuków w ruszcie, przez z_i^N wartość przesunięcia punktu N_i osi podłużnej łuku $A_iC_iB_i$, a przez ε_{ji}^N pewna wartość niezależna od wartości przesunięć z_i^N .

Wartość siły oddziaływania każdej z płatwi skrajnych (A_0A_n , B_0B_n) na łuk $A_jC_jB_j$ równa się odpowiednio $Q_j^k/2$.

Traktując siły Q_{jw}^N jako wypadkowe sił Q_j^k i Q_{jz}^N przyjmujemy (stosownie do wprowadzonego poprzednio założenia), że na łuk $A_jC_jB_j$ działa w chwili wybożenia się rusztu pionowe ciągłe i równomierne obciążenie q_j^k , którego wartość w odniesieniu do jednostki rozpiętości łuku jest równa

$$(2.4) \quad q_j^k = q_j g_k b,$$

oraz szereg pionowych sił skupionych Q_{jz}^N , które przy antysymetrycznym odkształceniu się osi łuków tworzą układ odpowiednich par sił o jednakowym zwrocie.

Na rysunku 2 przedstawiony jest taki właśnie schemat obciążenia łuku $A_jC_jB_j$ w konstrukcji rusztowej dziewięciopłatwiowej ($n=8$) przy jej wybożeniu. W danym razie

$$(2.5) \quad z_j^D = -z_j^I = z_j', \quad z_j^E = -z_j^H = z_j'', \quad z_j^F = -z_j^G = z_j''',$$

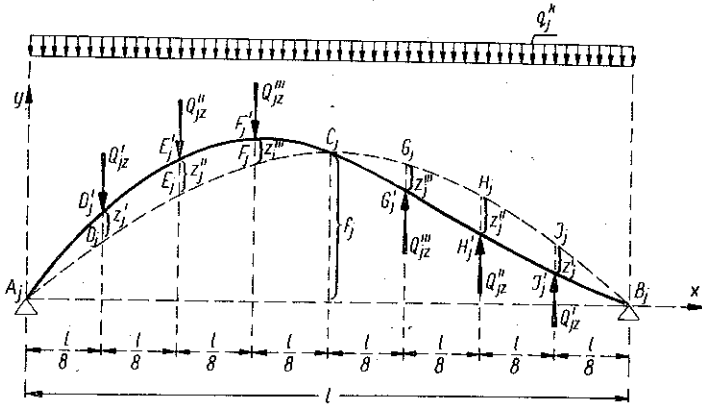
$$(2.6) \quad Q_{jz}^D = -Q_{jz}^I = Q_{jz}', \quad Q_{jz}^E = -Q_{jz}^H = Q_{jz}'', \quad Q_{jz}^F = -Q_{jz}^G = Q_{jz}'''.$$

Ponieważ w chwili rozpoczynania się wybożenia rusztu odkształcenia łuków są bardzo małe w porównaniu z ich rozpiętością ($z \rightarrow 0$), więc przy $g = g_k$ wartość parcia poziomego H_j^k łuku $A_j C_j B_j$ (odkształconego) możemy tutaj, przy uwzględnieniu wzoru (2.4), określić wzorem

$$(2.7) \quad H_j^k = \frac{q_j g_k b l}{8 \zeta_j},$$

gdzie

$$(2.8) \quad \zeta_j = \frac{f_j}{l}.$$



Rys. 2

Przechodząc z kolei do ustalenia bezpośrednich zależności między wartościami przesunięć z osi podłużnych łuków rusztu a wartością krytyczną g_k obciążenia jego pokrycia bierzemy pod uwagę przybliżone równanie

$$(2.9) \quad \frac{\Delta d\varphi}{ds} = - \frac{M_\alpha}{E_t J_t},$$

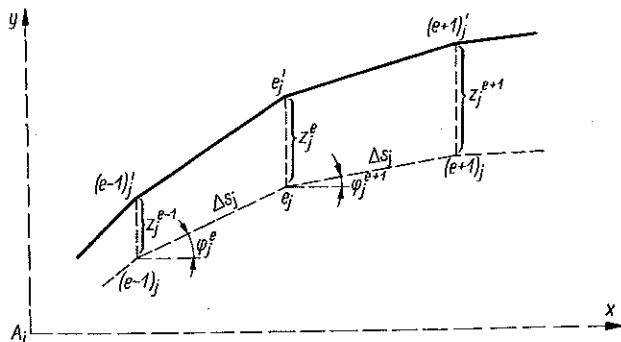
wyrażające zależność między zmianą krzywizny w danym punkcie osi podłużnej łuku a odpowiadającym temu punktowi momentem zginającym M_α . Symbolem $\Delta d\varphi$ oznaczona jest w tym równaniu zmiana kąta $d\varphi$ nachylenia względem siebie dwóch przekrojów poprzecznych łuku, ograniczających nieskończenie mały odcinek ds osi podłużnej łuku, spowodowana jego odkształceniem się.

Równanie różniczkowe (2.9) przekształcamy w odpowiednie równanie różnicowe. Korzystamy tutaj z rozwinięcia W. WIERZBICKIEGO, [1], które przy uwzględnieniu przyjętych na rys. 3 oznaczeń odnoszących się do łuku $A_j C_j B_j$, możemy w danym razie przedstawić ostatecznie w postaci następującej:

$$(2.10) \quad \frac{z_j^e (\cos \varphi_j^e + \cos \varphi_j^{e+1}) - z_j^{e-1} \cos \varphi_j^e - z_j^{e+1} \cos \varphi_j^{e+1}}{\Delta s_j^2} = - \frac{M_j^e}{E_t J_t}.$$

Symbolem e_j , oznaczony jest tutaj numer punktu podziału osi podłużnej łuku $A_j C_j B_j$.

Równanie (2.10) układamy kolejno dla poszczególnych punktów podziału osi odkształconych łuków rusztu, przy czym ze względu na antysymetrię odkształcenia łuków rozpatrujemy tylko ich połowy, np. połowy AC . Ponieważ wielkość M_j^e jest w niniejszym zadaniu liniową jednorodną funkcją wielkości z , więc dochodzimy w ten sposób do pewnego układu równań liniowych jedno-



Rys. 3

rodnych względem z . Wobec tego, że układ tych równań spełniają niezerowe wartości z , przeto zależny od wartości g_k wyznacznik charakterystyczny układu równa się zeru. Najmniejsza z wartości g_k , dla których ten wyznacznik równa się zeru, jest wartością krytyczną obciążenia g pokrycia rusztu.

Wszystkie przytoczone niżej obliczenia odnoszą się do rusztów dziewięciopłatwiowych o wyniosłości $\zeta = 0,300^1$. Obliczenia te wykonane są drogą podzielenia podłużnych osi łuków na 6 odcinków. Odpowiadający takiemu podziałowi i odnoszący się do wszystkich rozpatrywanych w niniejszej pracy przypadków schemat rozmieszczenia obciążenia łuku $A_j C_j B_j$ wzdłuż jego osi odkształconej przedstawiony jest na rys. 4.

Mając na widoku rys. 4 ustalamy ogólne wzory dla momentów zginających, panujących w przekrojach poprzecznych łuku przechodzących odpowiednio przez punkty I' i II', podziału jego odkształconej osi podłużnej. Ponieważ ogólne równanie tej osi odkształconej ma w danym razie postać

$$(2.11) \quad y_{jw} = 4\zeta_j l(\xi - \xi^2) + z_j(\xi)$$

więc, przy uwzględnieniu wzoru (2.7), możemy napisać, że

$$(2.12) \quad \begin{cases} M_j^I = \left[\left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_j^I}{4} \right) Q'_{jz} + \frac{\xi_j^I}{2} Q''_{jz} + \frac{\xi_j^I}{4} Q'''_{jz} \right] l - \frac{e_j g_k b l}{8\zeta_j} z_j^I, \\ M_j^{II} = \left[\left(\frac{1}{8} - \frac{\xi_j^{II}}{4} \right) Q'_{jz} + \left(\frac{1}{4} - \frac{\xi_j^{II}}{2} \right) Q''_{jz} + \frac{\xi_j^{II}}{4} Q'''_{jz} \right] l - \frac{e_j g_k b l}{8\zeta_j} z_j^{II}. \end{cases}$$

¹ W odniesieniu do układu o kształcie konoidy terminem «wyniosłość układu» określamy w niniejszych rozważaniach jego wyniosłość największą (a nie średnią).

Tutaj

$$(2.13) \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \xi_j^I = \frac{x_j^I}{l}, \quad \xi_j^{II} = \frac{x_j^{II}}{l}.$$

Między wartościami przesunięć z_j (rys. 4) istnieją następujące zależności:

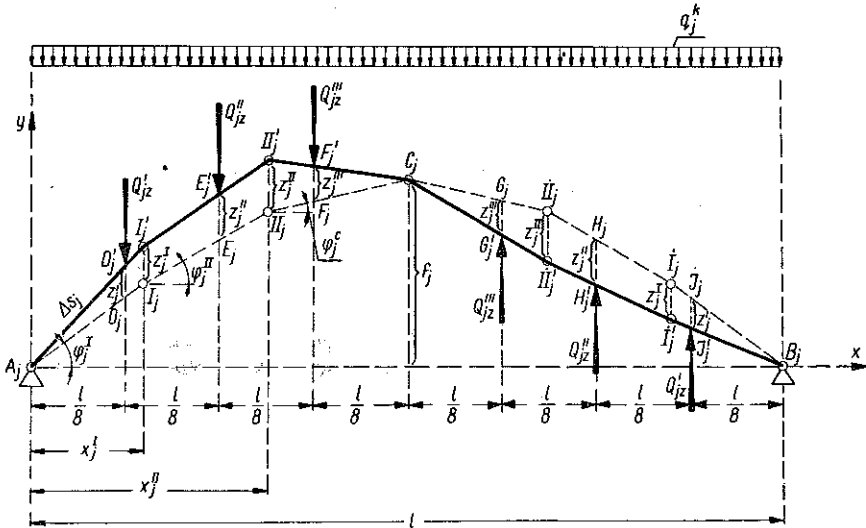
$$(2.14) \quad z_j' = \alpha_j z_j^I, \quad z_j'' = (1 - \gamma_j) z_j^I + \gamma_j z_j^{II}, \quad z_j''' = \delta_j z_j^{II},$$

gdzie

$$(2.15) \quad \alpha_j = \frac{1}{8\xi_j^I}, \quad \gamma_j = \frac{1 - 4\xi_j^I}{4(\xi_j^{II} - \xi_j^I)}, \quad \delta_j = \frac{1}{4 - 8\xi_j^{II}}.$$

Wzory (2.10)-(2.15) odnoszą się do wszystkich tych łuków $A_j C_j B_j$, których odkształcenia są uwzględniane przy wyznaczaniu krytycznych wartości obciążenia rozpatrywanych tutaj układów.

Wprowadzając odpowiednio zależności istniejące między wielkościami z [wzory (2.14)] do wzorów dla wielkości $\dots, Q'_{iz}, Q''_{iz}, Q'''_{iz}, Q'_{ja}, Q''_{ja}, Q'''_{ja}, \dots$



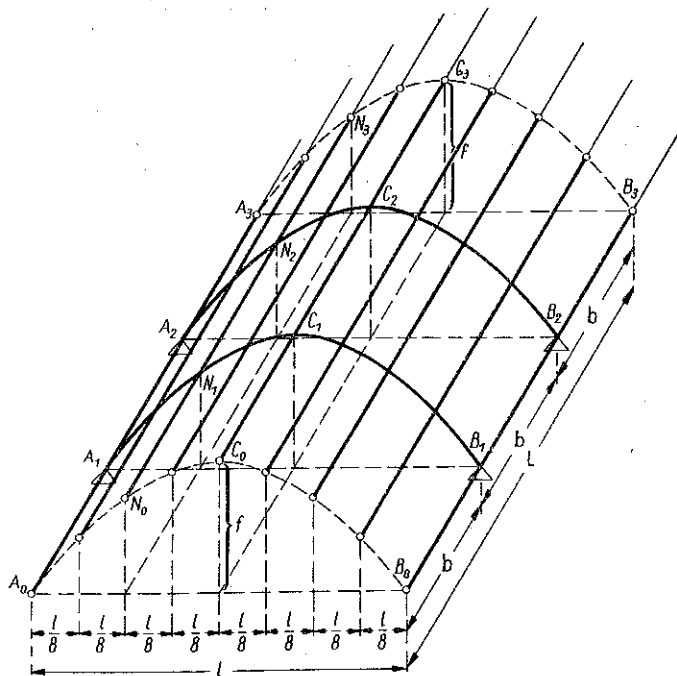
Rys. 4

przedstawiamy panujące w przekrojach poprzecznych $\dots, I_j', II_j', I_j'', II_j'', \dots$ łuków odkształconych $\dots, A_j C_j B_j, A_j C_j B_j, \dots$ momenty zginające $\dots, M_j^I, M_j^{II}, M_j', M_j'', \dots$ jako funkcje wielkości $\dots, z_j^I, z_j^{II}, z_j', z_j'', \dots$ odnoszących się odpowiednio do punktów $\dots, I_j, II_j, I_j, II_j, \dots$ podziału podłużnych osi tych łuków. W ten sposób w równanie (2.10) ułożone dla poszczególnych punktów podziału osi odkształconych łuków wchodzi jako wielkości niewiadome (oprócz niewiadomej wielkości g_k) same tylko wielkości przesunięć tych punktów podziału.

W następnych rozdziałach niniejszej pracy przedstawione są kolejno, wykonane według podanego wyżej schematu ogólnego, szczegółowe obliczenia krytycznych wartości g_k obciążenia g pokrycia rusztowego dla wszystkich tych przypadków, które wymienione są na początku tego artykułu.

3. Ruszt walcowy dwułukowy

Przy rozpatrywaniu zagadnienia stateczności walcowego dwułukowego układu rusztowego (rys. 5) bierzemy pod uwagę przede wszystkim to, że dopóki $g < g_k$, dopóty każdy z dwóch łuków rusztu obciążony jest jednakowo,

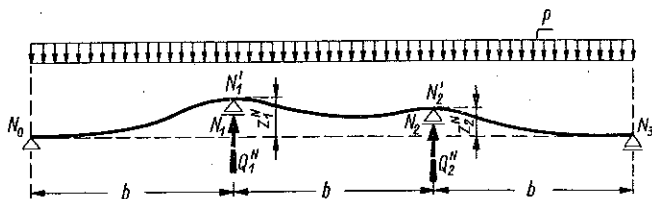


Rys. 5

wobec czego obydwie te łuki znajdują się wtedy w zupełnie jednakowych warunkach statycznych. W związku z tym faktem przyjmujemy tutaj, że przy $g = g_k$ łuki te wyboczą się jednocześnie jednakowo, wobec czego, jak wynika z odpowiednich obliczeń, obciążenie każdego z tych łuków jest przy wyboczeniu rusztu także jednakowe.

W tym stanie rzeczy uwzględniamy tutaj kolejno dwa rodzaje wybożenia układu, a mianowicie — wybożenie symetryczne względem płaszczyzny środkowego przekroju poprzecznego konstrukcji oraz wybożenie asymetryczne względem tej płaszczyzny.

Do odpowiednich wzorów określających w tych przypadkach stan obciążenia łuków przy wyboczeniu rusztu dochodzimy drogą rozpatrzenia schematu belki ciągłej trójprzęsłowej swobodnie podpartej (pierwotnie — prostoosiowej), której pośrednie punkty podparcia znajdują się ponad prostą łączącą jej skrajne punkty podparcia (rys. 6).



Rys. 6

Przy jednakowej długości wszystkich trzech przęseł belki i przy jej stałej sztywności zginania ($E_p J_p = \text{const}$) wzory określające wartości sił oddziaływania na belkę jej podpór pośrednich mają w danym razie, przy ciągłym i równomiernym obciążeniu pionowym całej belki, postać następującą:

$$(3.1) \quad \begin{cases} Q_1^N = \frac{11}{10}pb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_1^N - 7z_2^N), \\ Q_2^N = \frac{11}{10}pb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_2^N - 7z_1^N). \end{cases}$$

Na podstawie tych wzorów ogólnych ustalamy odpowiednie wzory dla sił obciążających łuki w przypadku symetrycznego i asymetrycznego wybożenia rusztu.

3.1. Wybożenie symetryczne rusztu. Przyjmujemy tutaj, że przy $g = g_k$ ruszt ulega wybożeniu w taki sposób, że połowy obydwóch łuków znajdujące się po tej samej stronie płaszczyzny symetrii rusztu odkształcają się jednakowo. Ponieważ w tej sytuacji

$$(3.1.1) \quad z_1^N = z_2^N = z^N,$$

więc biorąc tu pod uwagę wzory (3.1) możemy odpowiednio napisać, że

$$(3.1.2) \quad Q_{1w}^N = Q_{2w}^N = Q_w^N = \frac{11}{80}g_k lb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} z^N.$$

Przyjmując w niniejszych rozważaniach, że połowy AC łuków (rys. 5) wyginają się ku górze, a połowy BC ku dołowi i operując podanym w rozdziale 2 tej pracy schematem obliczenia ustalamy teraz wzory określające w rozpatrywanym przypadku wartości poszczególnych składowych elementów obciążenia

łuków. Ponieważ w danym razie $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho = 11/10$ więc możemy tutaj napisać, że

$$(3.1.3) \quad q_1^k = q_2^k = q^k = \frac{11}{10} g_k b,$$

$$(3.1.4) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = Q'_{2z} = Q'_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} z', \\ Q''_{1z} = Q''_{2z} = Q''_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} z'', \\ Q'''_{1z} = Q'''_{2z} = Q'''_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} z'''. \end{cases}$$

W związku z zależnościami (2.14) wzorom (3.1.4) nadajemy postać następującą:

$$(3.1.5) \quad \begin{cases} Q'_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} a z^I, \\ Q''_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} [(1-\gamma) z^I + \gamma z^{II}], \\ Q'''_z = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} \delta z^{II}. \end{cases}$$

Wyrażenia (3.1.5) wprowadzamy do wzorów (2.12), gdzie jednocześnie uwzględniamy podaną tu wartość dla ϱ .

Z kolei układamy równanie (2.10) dla punktów I' i II' któregośkolwiek z łuków rusztu. Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$(3.1.6) \quad \begin{cases} a_1 = \cos \varphi^I + \cos \varphi^{II} + w k_1, & a_2 = -\cos \varphi^{II} + w k_2, \\ b_1 = -\cos \varphi^{II} + w m_1, & b_2 = \cos \varphi^{II} + \cos \varphi^C + w m_2, \\ k_1 = \frac{1}{8} [(1-2\xi^I)\alpha + 4\xi^I(1-\gamma)], & k_2 = \frac{\xi^I}{4} (2\gamma + \delta), \\ m_1 = \frac{1-2\xi^{II}}{8} [\alpha + 2(1-\gamma)], & m_2 = \frac{1}{4} [(1-2\xi^{II})\gamma + \xi^{II}\delta], \\ w = \frac{6}{5} \frac{t}{\beta^3} \Delta \sigma^2, & r = \frac{11\beta \Delta \sigma^2}{80\zeta K} g_k, \\ t = \frac{E_p J_p}{E_l J_l}, \quad \beta = \frac{b}{l}, & \Delta \sigma = \frac{\Delta s}{l}, \quad K = \frac{E_l J_l}{l^3}, \end{cases}$$

dochodzimy tą drogą do następującego układu dwóch równań:

$$(3.1.7) \quad \begin{cases} (a_1 - r) z^I + a_2 z^{II} = 0, \\ b_1 z^I + (b_2 - r) z^{II} = 0. \end{cases}$$

Przyrównując do zera wyznacznik charakterystyczny układu równań (3.1.7) otrzymujemy równanie

$$(3.1.8) \quad r^2 - (a_1 + b_2)r + (a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0,$$

którego mniejszy z pierwiastków r wyrażający się wzorem

$$(3.1.9) \quad r = r_{min} = \frac{a_1 + b_2 - \sqrt{(a_1 + b_2)^2 - 4(a_1 b_2 - a_2 b_1)}}{2}$$

odpowiada krytycznej wartości g_k jednostkowego obciążenia pokrycia rusztu.

Krytyczną wartość g_k określa tutaj wzór

$$(3.1.10) \quad g_k = \Omega K,$$

gdzie

$$(3.1.11) \quad \Omega = \frac{80\zeta r_{min}}{11\beta \Delta \sigma^2}.$$

Wchodzące w zakres podanych tu rozważań wielkości geometryczne parabolicznej osi łuku (o wyniosłości $\zeta = 0,300$) mają następujące wartości liczbowe:

$$(3.1.12) \quad \begin{cases} \Delta \sigma = 0,1999, & \xi^I = 0,1390, & \xi^{II} = 0,3053, \\ \cos \varphi^I = 0,6955, & \cos \varphi^{II} = 0,8320, & \cos \varphi^C = 0,9738. \end{cases}$$

Uwzględniając wartości (3.1.12)

w odpowiednich, przytoczonych wyżej wzorach, wyznaczamy liczbowe wartości Ω odpowiadające trzem różnym wartościom stosunku $\Delta = L/l = 3\beta$ oraz trzem różnymi wartościami stosunku t . Wyniki tych obliczeń podane są w tablicy 1.

Tablica 1 (Ω)

$t \backslash \Delta$	0	0,1	1
1,2	112,36	114,17	130,72
2,4	56,18	56,29	57,32
3,6	37,45	37,47	37,68

3.2. Wyboczenie asymetryczne rusztu. W tym przypadku przyjmujemy, że przy $g = g_k$ układ ulega wyboczeniu w taki sposób, że przy jednakowym całkowitym odkształceniu się obydwóch łuków odkształcenie rusztu jest asymetryczne względem płaszczyzny jego środkowego przekroju poprzecznego. Wygięcia podłużnych osi łuków są w danym razie antysymetryczne w odniesieniu do krzywej przecięcia się powierzchni środkowej rusztu (przed jego odkształceniem) z tą płaszczyzną, wobec czego możemy tu napisać, że

$$(3.2.1) \quad z_1^N = -z_2^N = z^N.$$

W tej sytuacji wartości sił obciążających (po wyboczeniu się rusztu) łuki wyrażają się tutaj odpowiednio wzorami

$$(3.2.2) \quad \begin{cases} Q_{1w}^N = \frac{11}{80} g_k l b + 18 \frac{E_p J_p}{b^3} z^N, \\ Q_{2w}^N = \frac{11}{80} g_k l b - 18 \frac{E_p J_p}{b^3} z^N. \end{cases}$$

Jak wynika z powyższych wzorów, w rozpatrywanym obecnie przypadku asymetrycznego wyboczenia rusztu obydwaj jego łuki znajdują się (podobnie jak w przypadku symetrycznego wyboczenia rusztu) w jednakowych warunkach.

W niniejszych rozważaniach przyjmujemy, że połowy A_1C_1 i B_2C_2 łuków $A_1C_1B_1$ i $A_2C_2B_2$ (rys. 5) wyginają się ku górze, a połowy B_1C_1 i A_2C_2 ku dołowi.

Postępując teraz podobnie jak przy rozwiązywaniu zadania poprzedniego oraz mając tu na uwadze podaną tam wartość dla q ustalamy przede wszystkim, że

$$(3.2.3) \quad q_1^k = q_2^k = q^k = \frac{11}{10} g_k b,$$

$$(3.2.4) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = -Q'_{2z} = Q'_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} z', \\ Q''_{1z} = -Q''_{2z} = Q''_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} z'', \\ Q'''_{1z} = -Q'''_{2z} = Q'''_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} z'''. \end{cases}$$

Uwzględniając zależności (2.14) możemy z kolei napisać, że

$$(3.2.5) \quad \begin{cases} Q'_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} \alpha z^I, \\ Q''_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} [(1-\gamma) z^I + \gamma z^{II}], \\ Q'''_z = 18 \frac{E_p J_p}{b^3} \delta z^{II}. \end{cases}$$

Następne kolejne operacje przewidziane w ustalonym wyżej programie obliczenia odnoszą się tu tylko do łuku $A_1C_1B_1$. W wyniku tych operacji dojdziemy ostatecznie do zespołu odpowiednich wzorów, które od wzorów (3.1.6)-(3.1.11) podanych w paragrafie poprzednim różnią się jedynie tym, że zamiast wielkości w odpowiednio figuruje w nich właściwa w niniejszym razie wielkość $w' = 15w$.

W tej sytuacji obliczenie wartości g_k dla rozpatrywanego tutaj przypadku asymetrycznego wyboczenia rusztu możemy wykonać odpowiednio według wzorów (3.1.6), (3.1.9)-(3.1.11) po uprzednim uwzględnieniu w nich wielkości w' zamiast wielkości w .

Uwzględniając w odnośnych wzorach wartości liczbowe (3.1.12) wyznaczamy liczbowe wartości Ω dla tych samych co i poprzednio wartości Δ i t . Wyniki tych obliczeń ujęte są w tablicy 2.

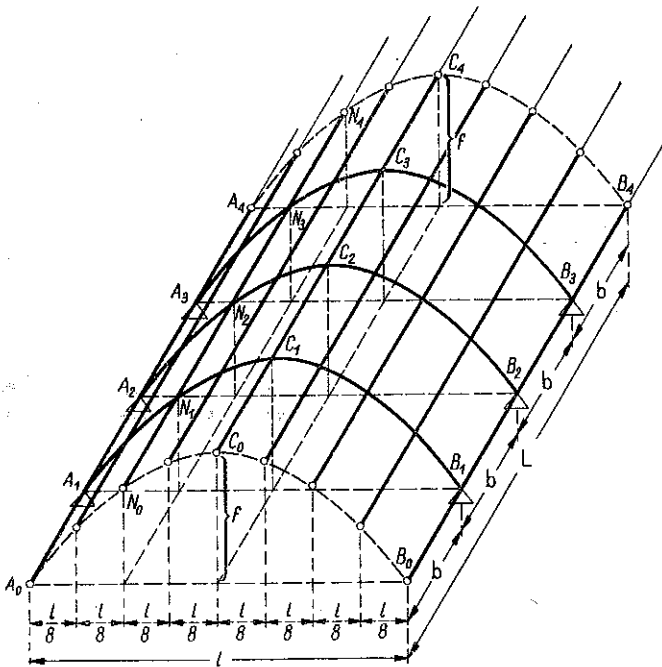
Tablica 2 (Ω)

$t \backslash \Delta$	0	0,1	1
1,2	112,36	139,89	368,95
2,4	56,18	57,90	73,39
3,6	37,45	37,79	40,85

Porównując ze sobą odpowiednio wartości Ω z tablicy 1 i z tablicy 2 możemy stwierdzić, że przy $t \neq 0$ krytyczne wartości obciążenia pokrycia rusztu walcowego dwułukowego są dla symetrycznego wyoboczenia takiego rusztu mniejsze niż dla jego wyoboczenia asymetrycznego. Przy ocenie bezpieczeństwa tego rodzaju konstrukcji miarodajne są więc wartości krytyczne jej obciążenia, odpowiadające symetrycznemu wyoboczeniu układu. Niewątpliwie zresztą zawczasu należało w danym razie oczekiwać dojścia do takiego właśnie wniosku ostatecznego.

4. Ruszt walcowy trójlukowy

Dopóki $g < g_k$, dopóty obydwa skrajne łuki rusztu, tzn. łuki $A_1C_1B_1$ i $A_3C_3B_3$ (rys. 7) znajdują się w zupełnie jednakowych warunkach statycznych, a wartości sił oddziaływania płatwi na każdy z tych łuków są większe niż wartości sił oddziaływania płatwi na łuk środkowy $A_2C_2B_2$. Wobec tego przyjmujemy



Rys. 7

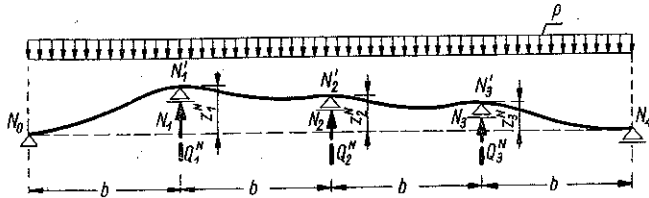
jemy tutaj, że przy $g = g_k$ wyoboczeniu ulegają same tylko łuki skrajne i że wtedy odkształcenia ich są identyczne.

W tej sytuacji, podobnie jak i w przypadku rusztu walcowego dwułukowego (rozdział 3), uwzględniamy tutaj kolejno dwa rodzaje wyoboczenia rozpatrywanego obecnie układu — wyoboczenie symetryczne względem płaszczyzny

osi podłużnej łuku środkowego $A_2C_2B_2$ oraz wyoboczenie asymetryczne względem tej płaszczyzny.

Przy $g = g_k$ łuk środkowy $A_2C_2B_2$ pozostaje stateczny. W przypadku symetrycznego wyoboczenia rusztu łuk $A_2C_2B_2$ ulega odkształceniu z powodu wyoboczenia się łuków zewnętrznych, natomiast przy asymetrycznym wyoboczeniu rusztu łuk ten nie odkształca się. Łatwo daje się ustalić, że w tych warunkach przy wyoboczeniu rusztu obciążenie obydwóch jego łuków zewnętrznych jest jednakowe.

Wzory ogólne określające stan obciążenia łuków przy wyoboczeniu rusztu ustalamy tutaj drogą rozpatrzenia schematu belki ciągłej czteroprzęsłowej swobodnie podpartej (początkowo — prostoosiowej), której pośrednie punkty podparcia znajdują się nad prostą łączącą jej skrajne punkty podparcia (rys. 8).



Rys. 8

Przy jednakowej długości wszystkich czterech przęseł belki i przy jej stałej sztywności zginania ($E_p J_p = \text{const}$) wzory określające wartości sił oddziaływania na belkę jej podpór pośrednich mają w danym przypadku, przy ciągłym i równomiernym obciążeniu pionowym całej belki, postać następującą:

$$(4.1) \quad \begin{cases} Q_1^N = \frac{8}{7}pb + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z_1^N - 22z_2^N + 9z_3^N), \\ Q_2^N = \frac{13}{14}pb + \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (-11z_1^N + 16z_2^N - 11z_3^N), \\ Q_3^N = \frac{8}{7}pb + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (9z_1^N - 22z_2^N + 23z_3^N). \end{cases}$$

Na podstawie tych wzorów ogólnych ustalamy odpowiednie wzory dla sił obciążających łuki w przypadku symetrycznego i asymetrycznego wyoboczenia rusztu.

4.1. Wyoboczenie symetryczne rusztu. Przyjmujemy tutaj, że przy $g = g_k$ połowy obydwóch łuków skrajnych $A_1C_1B_1$ i $A_3C_3B_3$ znajdujące się po tej samej stronie płaszczyzny symetrii rusztu odkształcają się jednakowo, a odkształcenie łuku środkowego $A_2C_2B_2$ jest tego samego rodzaju co i odkształcenie łuków skrajnych. W danym razie możemy więc ustalić, że

$$(4.1.1) \quad z_1^N = z_3^N = z_1^N, \quad z_2^N = z_2^N.$$

Wobec tego, przy uwzględnieniu wzorów (4.1), wartości sił obciążających łuki (po wyboczeniu się rusztu) możemy tu określić odpowiednio wzorami

$$(4.1.2) \quad \begin{cases} Q_{1w}^N = Q_{3w}^N = Q_{rw}^N = \frac{g_k l b}{7} + \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z_r^N - 11z_s^N), \\ Q_{2w}^N = Q_{sw}^N = \frac{13}{112} g_k l b + \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_s^N - 11z_r^N). \end{cases}$$

W niniejszych rozważaniach przyjmujemy, że połowy AC tak obydwóch łuków skrajnych jak i łuku środkowego (rys. 7) wyginają się ku górze, a połowy BC ku dołowi.

Zgodnie z procedurą ustaloną w rozdziale 2 pracy układamy teraz wzory określające w rozpatrywanym przypadku wartości poszczególnych elementów składowych rozłożonego obciążenia łuków. Ponieważ w danym razie

$$(4.1.3) \quad \varrho_1 = \varrho_3 = \varrho_r = \frac{8}{7}, \quad \varrho_2 = \varrho_s = \frac{13}{14},$$

więc

$$(4.1.4) \quad q_1^k = q_3^k = q_r^k = \frac{8}{7} g_k b, \quad q_2^k = q_s^k = \frac{13}{14} g_k b,$$

$$(4.1.5) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = Q'_{3z} = Q'_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z'_r - 11z'_s), \\ Q''_{1z} = Q''_{3z} = Q''_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z''_r - 11z''_s), \\ Q'''_{1z} = Q'''_{3z} = Q'''_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z'''_r - 11z'''_s), \end{cases}$$

$$(4.1.6) \quad \begin{cases} Q'_{2z} = Q'_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'_s - 11z'_r), \\ Q''_{2z} = Q''_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z''_s - 11z''_r), \\ Q'''_{2z} = Q'''_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'''_s - 11z'''_r). \end{cases}$$

Biorąc teraz pod uwagę zależności (2.14) i uwzględniając tu jednocześnie, że

$$(4.1.7) \quad \xi_r^I = \xi_s^I = \xi^I, \quad \xi_r^{II} = \xi_s^{II} = \xi^{II},$$

$$(4.1.8) \quad \alpha_r = \alpha_s = \alpha, \quad \gamma_r = \gamma_s = \gamma, \quad \delta_r = \delta_s = \delta,$$

przekształcamy wzory (4.1.5) i (4.1.6) we wzory następujące:

$$(4.1.9) \quad \begin{cases} Q'_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \alpha (16z_r^I - 11z_s^I), \\ Q''_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} [(1-\gamma)(16z_r^I - 11z_s^I) + \gamma(16z_r^{II} - 11z_s^{II})], \\ Q'''_{rz} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \delta (16z_r^{II} - 11z_s^{II}); \end{cases}$$

$$(4.1.10) \quad \begin{cases} Q'_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \alpha (8z_s^I - 11z_r^I), \\ Q''_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} [(1-\gamma)(8z_s^I - 11z_r^I) + \gamma(8z_s^{II} - 11z_r^{II})], \\ Q'''_{sz} = \frac{12}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \delta (8z_s^{II} - 11z_r^{II}). \end{cases}$$

Wyrażenia (4.1.9) i (4.1.10) wprowadzamy do wzorów (2.12) odpowiednio odniesionych do jednego z łuków skrajnych ($A_r C_r B_r$) rusztu oraz do łuku środkowego ($A_s C_s B_s$) i przechodzimy do ułożenia równania (2.10) dla punktów I'_r i II'_r łuku $A_r C_r B_r$ oraz dla punktów I'_s i II'_s łuku $A_s C_s B_s$. Przy tym bierzemy tutaj pod uwagę, że (rys. 4)

$$(4.1.11) \quad \begin{cases} \zeta_r = \zeta_s = \zeta, & \Delta s_r = \Delta s_s = \Delta s, \\ \varphi_r^I = \varphi_s^I = \varphi^I, & \varphi_r^{II} = \varphi_s^{II} = \varphi^{II}, & \varphi_r^C = \varphi_s^C = \varphi^C. \end{cases}$$

Po wprowadzeniu oznaczeń

$$(4.1.12) \quad \begin{cases} a_1 = \cos \varphi^I + \cos \varphi^{II} + w k_1, & b_1 = -\cos \varphi^{II} + w k_5, \\ a_2 = -\cos \varphi^{II} + w k_2, & b_2 = \cos \varphi^{II} + \cos \varphi^C + w k_6, \\ a_3 = -w k_3, & b_3 = -w k_7, \\ a_4 = -w k_4, & b_4 = -w k_8, \end{cases}$$

oraz

$$(4.1.13) \quad \nu = \frac{\varrho_s}{\varrho_r}, \quad r = \frac{\beta \Delta \sigma^2}{7 \zeta K} g_k,$$

gdzie

$$(4.1.14) \quad \begin{cases} k_1 = 2[(1-2\xi^I)\alpha + 4\xi^I(1-\gamma)], \\ k_2 = 4\xi^I(2\gamma + \delta), & k_3 = \frac{11}{16}k_1, & k_4 = \frac{11}{16}k_2, \\ k_5 = 2[(1-2\xi^{II})\alpha + (2-4\xi^{II})(1-\gamma)], \\ k_6 = 4[(1-2\xi^{II})\gamma + \xi^{II}\delta], & k_7 = \frac{11}{16}k_5, & k_8 = \frac{11}{16}k_3, \\ w = \frac{6}{7} \frac{t}{\beta^3} \Delta \sigma^2, \end{cases}$$

($t, \beta, \Delta\sigma$ i K oznaczają tu wielkości identyczne jak w rozdziale 3 [wzory (3.1.6)]), dochodzimy tą drogą do następującego układu czterech równań:

$$(4.1.15) \quad \begin{cases} (a_1-r)z_r^I + a_2z_r^{II} + a_3z_s^I + a_4z_s^{II} = 0, \\ b_1z_r^I + (b_2-r)z_r^{II} + b_3z_s^I + b_4z_s^{II} = 0, \\ 2a_3z_r^I + 2a_4z_r^{II} + (a_1-rr)z_s^I + a_2z_s^{II} = 0, \\ 2b_3z_r^I + 2b_4z_r^{II} + b_1z_s^I + (b_2-rr)z_s^{II} = 0. \end{cases}$$

Pierwsze i drugie z tych równań odnoszą się odpowiednio do łuku skrajnego, dwa pozostałe zaś do łuku środkowego.

Z kolei tworzymy równanie

$$(4.1.16) \quad \begin{vmatrix} (a_1-r) & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & (b_2-r) & b_3 & b_4 \\ 2a_3 & 2a_4 & (a_1-rr) & a_2 \\ 2b_3 & 2b_4 & b_1 & (b_2-rr) \end{vmatrix} = 0.$$

Po rozwinięciu wyznacznika [oraz po uwzględnieniu wartości (4.1.3)] równanie (4.1.16) możemy napisać ostatecznie w postaci następującej:

$$(4.1.17) \quad R_0 + R_1r + R_2r^2 + R_3r^3 + 169r^4 = 0,$$

gdzie

$$(4.1.18) \quad \begin{cases} R_0 = 256[(a_1^2 - 2a_3^2)(b_2^2 - 2b_4^2) + (a_2^2 - 2a_4^2)(b_1^2 - 2b_3^2) + \\ \quad + 4(a_2b_3 + a_4b_1)(a_1b_4 + a_3b_2) - 2(a_1b_2 + 2a_3b_4)(a_2b_1 + 2a_4b_3)], \\ R_1 = 464[2(a_1b_4^2 + a_3^2b_2) + (a_1 + b_2)(a_2b_1 - a_4b_2 + 2a_4b_3) - \\ \quad - 2(a_3 + b_4)(a_2b_3 + a_4b_1)], \\ R_2 = 841a_1b_2 - 425a_2b_1 + 208[a_1^2 + b_2^2 - 2(a_3^2 + b_4^2 + 2a_4b_3)], \\ R_3 = -377(a_1 + b_2). \end{cases}$$

Uwzględniając odpowiednio w podanych wyżej wzorach liczbowe wartości (3.1.12), przytoczone w rozdziale 3, określamy według wzorów (4.1.18) współczynniki R_n w równaniu (4.1.17) kolejno dla takich samych wartości $\Delta = L/l = = 4\beta$ oraz wartości t jak w rozdziale 3. Wyznaczając następnie odpowiadające tym wartościom Δ i t wartości najmniejszego pierwiastka r równania (4.1.17)

określamy wreszcie odnośne wartości krytyczne g_k jednostkowego obciążenia pokrycia rusztu, przy czym korzystamy ze wzoru

$$(4.1.19) \quad g_k = \Omega K,$$

gdzie w danym razie

$$(4.1.20) \quad \Omega = \frac{7 \zeta r_{min}}{\beta \Delta \sigma^2}.$$

Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawione są w tabelicy 3.

Tablica 3 (Ω)

$t \backslash A$	0	0,1	1
1,2	144,20	159,15	178,36
2,4	72,10	75,03	79,99
3,6	48,07	48,75	51,73

4.2. Wyboczenie asymetryczne rusztu. Jak zaznaczyliśmy już na początku niniejszego rozdziału przy asymetrycznym wyboczeniu się rusztu jego łuk środkowy $A_2C_2B_2$ nie odkształca się ($z_2^N = 0$), natomiast odkształcenie łuków skrajnych $A_1C_1B_1$ i $A_3C_3B_3$ jest tu tego rodzaju, że ich osie podłużne zajmują położenie antysymetryczne względem osi podłużnej łuku środkowego. W danym razie możemy więc odpowiednio ustalić, że

$$(4.2.1) \quad z_1^N = -z_3^N = z_r^N.$$

W tych warunkach wartości sił obciążających łuki skrajne możemy wyrazić wzorami

$$(4.2.2) \quad \begin{cases} Q_{1w}^N = \frac{g_k lb}{7} + 6 \frac{E_p J_p}{b^3} z_r^N, \\ Q_{3w}^N = \frac{g_k lb}{7} - 6 \frac{E_p J_p}{b^3} z_r^N. \end{cases}$$

Oprócz tego trzeba tu także zaznaczyć, że w rozpatrywanym przypadku

$$(4.2.3) \quad Q_{2w}^N = Q_2^k = \frac{13}{112} g_k lb, \quad Q_{2z}^N = 0.$$

Mając na widoku wzory (4.2.2) możemy stwierdzić, że przy asymetrycznym wyboczeniu rusztu obydwie jego łuki skrajne znajdują się (analogicznie jak przy symetrycznym wyboczeniu rusztu) w jednakowych warunkach.

Przyjmujemy tutaj, że połowy A_1C_1 i B_3C_3 łuków $A_1C_1B_1$ i $A_3C_3B_3$ (rys.7) wyginają się ku górze, a połowy B_1C_1 i A_3C_3 do dołu.

Zgodnie z ustalonym schematem obliczenia układamy teraz wzory dla wartości poszczególnych elementów składowych obciążenia łuków skrajnych.

Biorąc więc tu pod uwagę wartość dla q_r podaną w paragrafie poprzednim w pozycji (4.1.3) ustalamy przede wszystkim, że

$$(4.2.4) \quad q_1^k = q_3^k = q_r^k = \frac{8}{7} g_k b,$$

$$(4.2.5) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = -Q'_{3z} = Q'_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} z'_r, \\ Q''_{1z} = -Q''_{3z} = Q''_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} z''_r, \\ Q'''_{1z} = -Q'''_{3z} = Q'''_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} z'''_r. \end{cases}$$

Uwzględniając wzory (2.14) możemy z kolei napisać, że

$$(4.2.6) \quad \begin{cases} Q'_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} a z_r^I, \\ Q''_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} [(1-\gamma) z_r^I + \gamma z_r^{II}], \\ Q'''_{rz} = 6 \frac{E_p J_p}{b^3} \delta z_r^{II}. \end{cases}$$

Wzory (4.2.6) wprowadzamy do wzorów (2.12), gdzie jednocześnie uwzględniamy wymienioną wyżej wartość dla q_r , po czym układamy równanie (2.10) dla punktów I'_1 i II'_1 łuku skrajnego $A_1 C_1 B_1$. Tą drogą dochodzimy do układu równań o postaci takiej, jaką ma układ równań (3.1.7). W tej sytuacji możemy tutaj, podobnie jak w toku rozważań podanym w paragrafie 3.2, odpowiednio skorzystać z partii wzorów (3.1.6) oraz ze wzoru (3.1.9) przytoczonych w paragrafie 3.1. We wzorach tych trzeba mianowicie uwzględnić zamiast figurującej tam wielkości w właściwą tutaj wielkość

$$(4.2.7) \quad w' = \frac{6t}{\beta^3} \Delta \sigma^2$$

oraz odpowiednio zamiast wielkości r wielkość

$$(4.2.8) \quad r' = \frac{\beta \Delta \sigma^2}{7 \zeta K} g_k.$$

Na podstawie tak ustalonych wzorów możemy już wyznaczyć wartość krytyczną g_k dla rusztu trójłukowego przy jego asymetrycznym wyboczeniu. Wartość tę określa tutaj wzór

$$(4.2.9) \quad g_k = \Omega K,$$

gdzie w tym przypadku

$$(4.2.10) \quad \Omega = \frac{7 \zeta r'_{min}}{\beta \Delta \sigma^2}$$

i gdzie wartość r'_{min} wyraża się odpowiednio wzorem (3.1.9).

Uwzględniając w wyżej wymienionych wzorach wartości liczbowe (3.1.12) wyznaczamy wartości Ω dla tych samych wartości Λ i t co i w paragrafach poprzednich. Wyniki tych obliczeń podane są tutaj w tablicy 4.

Tablica 4 (Ω)

$\Lambda \backslash t$	0	0,1	1
1,2	144,20	172,13	416,13
2,4	72,10	73,84	89,55
3,6	48,07	48,41	51,51

Porównując ze sobą odpowiednie wartości Ω z tablicy 3 i z tablicy 4 widzimy, że wartości g_k miarodajne dla oceny stateczności trójłukowej walcowej konstrukcji rusztowej odpowiadają, w zależności od wartości jej parametrów Λ i t albo symetrycznemu, albo asymetrycznemu wyboczeniu takiego układu.

Trzeba tutaj zaznaczyć, że w odniesieniu do trójłukowego rusztu walcowego nie daje się przewidzieć, przy jakiego rodzaju wyboczeniu rusztu wartość krytyczna g_k jednostkowego obciążenia pokrycia rusztu jest najmniejsza. Wartość g_{kmin} dla tego rodzaju konstrukcji może być tutaj określona jedynie drogą kolejnego wyznaczenia wartości g_k odpowiadających jej wyboczeniu symetrycznemu oraz asymetrycznemu.

5. Ruszt konoidalny dwułukowy

Z przytoczonych niżej wzorów (5.1) wynika, że przy $g < g_k$ obciążenie obydwóch łuków rozpatrywanego obecnie rusztu konoidalnego (rys. 9) jest identyczne.

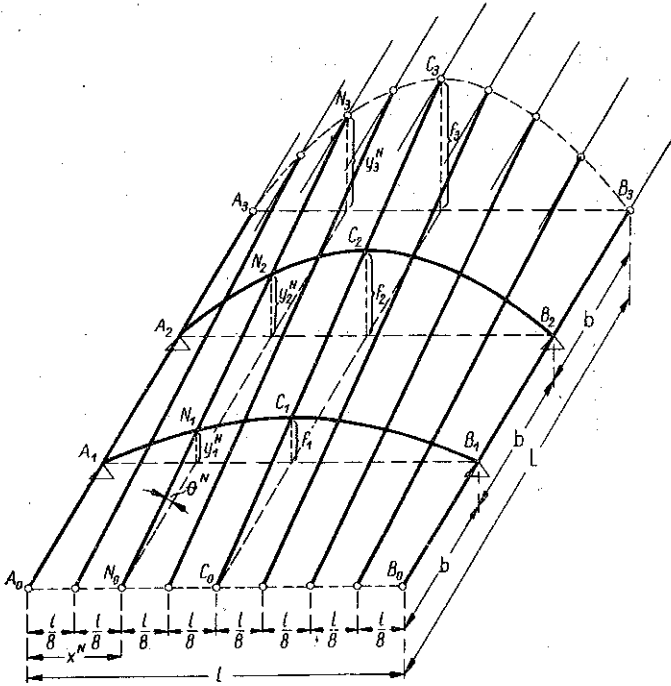
W jednej ze swoich prac autor niniejszego artykułu wykazał m. in., że w zakresie odpowiednich obciążeń pionowych stopień stateczności łuków dwuprzegubowych parabolicznych i kolistych (o stałej sztywności zginania) w strefie ich wyniosłości $\zeta \leq 0,300$ zwiększa się przy zwiększaniu wyniosłości tych łuków².

Jak zaznaczyliśmy już poprzednio, obliczenia wartości g_k dla wszystkich rozpatrywanych w tej pracy rodzajów rusztów wykonane są w założeniu, że wyniosłość rusztu $\zeta = 0,300$. W przypadku obecnie rozważanym (rys. 9) przy takiej wyniosłości rusztu ($\zeta = \zeta_3 = 0,300$) wyniosłości jego łuków $A_1C_1B_1$, $A_2C_2B_2$ wynoszą odpowiednio: $\zeta_1 = 0,100$, $\zeta_2 = 0,200$. A więc w danym razie łuk $A_2C_2B_2$ jest stateczniejszy od łuku $A_1C_1B_1$.

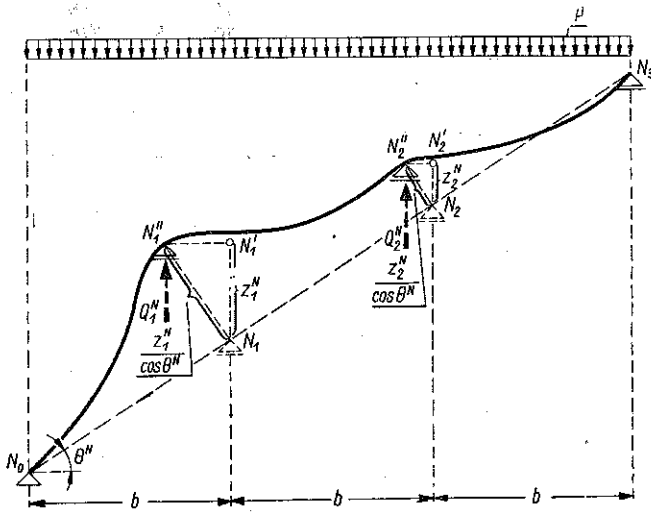
Uwzględniając wymienione wyżej okoliczności możemy ostatecznie ustalić, że przy $g = g_k$ wyboczenie rozpatrywanej tutaj konstrukcji o kształcie konoidy spowodowane jest wyboчением się łuku $A_1C_1B_1$. Łuk $A_2C_2B_2$ natomiast pozostaje wtedy stateczny, lecz z powodu wyboczenia się łuku $A_1C_1B_1$ ulega odpowiedniemu odkształceniu.

² Por. [4].

Wzory ogólne charakteryzujące stan obciążenia łuków przy wyboczeniu rusztu ustalamy w danym razie na podstawie przedstawionego na rys. 10 schematu belki ciągłej trójprzęsłowej swobodnie podpartej (początkowo — prosto-



Rys. 9



Rys. 10

osłowej) nachylonej pod pewnym kątem θ^N względem poziomu, której pośrednie punkty podparcia N_1 i N_2 , znajdujące się początkowo na prostej N_0N_3 , zajmują ostatecznie — w wyniku uniesienia się ich poziomych linii przesuwania odpowiednio o z_1^N i o z_2^N — położenie N_1'' i N_2'' .

Przyjmując, że długość wszystkich trzech przeseł belki jest jednakowa i że jej sztywność zginania jest stała ($E_p J_p = \text{const}$) oraz zakładając, że cała belka znajduje się pod działaniem skierowanego pionowo obciążenia ciągłego rozłożonego równomiernie wzdłuż jej osi możemy, dla ustalenia wzorów określających tutaj wartości sił oddziaływania na belkę jej podpór pośrednich, skorzystać odpowiednio ze wzorów (3.1) podanych na początku rozdziału 3 niniejszego artykułu. Tą drogą dochodzimy ostatecznie do wzorów następujących:

$$(5.1) \quad \begin{cases} Q_1^N = \frac{11}{10}pb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_1^N - 7z_2^N) \cos \theta^N, \\ Q_2^N = \frac{11}{10}pb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_2^N - 7z_1^N) \cos \theta^N. \end{cases}$$

W oparciu o wzory (5.1) możemy już bezpośrednio ustalić odpowiednie wzory dla sił obciążających łuki przy wyboczeniu się rusztu. Wzory te mają mianowicie postać następującą:

$$(5.2) \quad \begin{cases} Q_{1w}^N = \frac{11}{80}g_k lb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_1^N - 7z_2^N) \cos \theta^N, \\ Q_{2w}^N = \frac{11}{80}g_k lb + \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z_2^N - 7z_1^N) \cos \theta^N, \end{cases}$$

przy czym wartość $\cos \theta^N$ możemy w danym razie (rys. 9) określić wzorem

$$(5.3) \quad \cos \theta^N = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 16\xi_1^2 [\xi^N - (\xi^N)^2]^2}}$$

W rozważaniach niniejszych przyjmujemy, że przy wyboczeniu rusztu połowy AC obydwóch jego łuków (rys. 9) wyginają się ku górze, a połowy BC ku dołowi.

Z kolei ustalamy wzory określające w rozpatrywanym obecnie przypadku wartości poszczególnych elementów rozdzielonego (zgodnie z zasadą przyjętą w rozdziale 2 pracy) obciążenia obydwóch łuków rusztu. Ponieważ w danym razie

$$(5.4) \quad e_1 = e_2 = e = \frac{11}{10},$$

a

$$(5.5) \quad \theta^D = \theta^I = \theta', \quad \theta^E = \theta^H = \theta'', \quad \theta^F = \theta^G = \theta''',$$

więc

$$(5.6) \quad q_1^k = q_2^k = q^k = \frac{11}{10} g_k b,$$

$$(5.7) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'_1 - 7z'_2) \cos \theta', \\ Q''_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z''_1 - 7z''_2) \cos \theta'', \\ Q'''_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'''_1 - 7z'''_2) \cos \theta''', \end{cases}$$

$$(5.8) \quad \begin{cases} Q'_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'_2 - 7z'_1) \cos \theta', \\ Q''_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z''_2 - 7z''_1) \cos \theta'', \\ Q'''_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8z'''_2 - 7z'''_1) \cos \theta'''. \end{cases}$$

Uwzględniając zależności (2.14) nadajemy wzorom (5.7) i (5.8) postać następującą:

$$(5.9) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8\alpha_1 z_1^I - 7\alpha_2 z_2^I) \cos \theta', \\ Q''_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} \{8[(1-\gamma_1)z_1^I + \gamma_1 z_1^{II}] - 7[(1-\gamma_2)z_2^I + \gamma_2 z_2^{II}]\} \cos \theta'', \\ Q'''_{1z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8\delta_1 z_1^{II} - 7\delta_2 z_2^{II}) \cos \theta''', \end{cases}$$

$$(5.10) \quad \begin{cases} Q'_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8\alpha_2 z_2^I - 7\alpha_1 z_1^I) \cos \theta', \\ Q''_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} \{8[(1-\gamma_2)z_2^I + \gamma_2 z_2^{II}] - 7[(1-\gamma_1)z_1^I + \gamma_1 z_1^{II}]\} \cos \theta'', \\ Q'''_{2z} = \frac{6}{5} \frac{E_p J_p}{b^3} (8\delta_2 z_2^{II} - 7\delta_1 z_1^{II}) \cos \theta'''. \end{cases}$$

Wyrażenia (5.9) i (5.10) wprowadzamy do wzorów (2.12) odniesionych odpowiednio do obydwóch łuków rusztu i z kolei przechodzimy do ułożenia

dla każdego z punktów I' i II' tych łuków równania (2.10). Po wprowadzeniu oznaczeń

$$(5.11) \quad \left\{ \begin{array}{ll} a_1 = \cos \varphi_1^I + \cos \varphi_1^{II} + w_1 k_1, & b_1 = -\cos \varphi_1^I + w_1 k_5, \\ a_2 = -\cos \varphi_1^{II} + w_1 k_2, & b_2 = \cos \varphi_1^I + \cos \varphi_1^C + w_1 k_6, \\ a_3 = -w_1 k_3, & b_3 = -w_1 k_7, \\ a_4 = -w_1 k_4, & b_4 = -w_1 k_8, \\ c_1 = -w_2 m_1, & d_1 = -w_2 m_5, \\ c_2 = -w_2 m_2, & d_2 = -w_2 m_6, \\ c_3 = \cos \varphi_2^I + \cos \varphi_2^{II} + w_2 m_3, & d_3 = -\cos \varphi_2^{II} + w_2 m_7, \\ c_4 = -\cos \varphi_2^{II} + w_2 m_4, & d_4 = \cos \varphi_2^I + \cos \varphi_2^C + w_2 m_8 \end{array} \right.$$

oraz

$$(5.12) \quad v = \frac{\xi_1}{\xi_2} \left(\frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} \right)^2, \quad r = \frac{11}{80} \frac{\beta \Delta \sigma_1^2}{\xi_1 K} g_k,$$

gdzie

$$(5.13) \quad \left\{ \begin{array}{l} k_1 = (1 - 2\xi_1^I) a_1 \cos \theta' + 4\xi_1^I (1 - \gamma_1) \cos \theta'', \\ k_2 = 2\xi_1^I (2\gamma_1 \cos \theta'' + \delta_1 \cos \theta'''), \\ k_3 = \frac{7}{8} [(1 - 2\xi_1^I) a_2 \cos \theta' + 4\xi_1^I (1 - \gamma_2) \cos \theta''], \\ k_4 = \frac{7}{4} \xi_1^I (2\gamma_2 \cos \theta'' + \delta_2 \cos \theta'''), \\ k_5 = (1 - 2\xi_1^{II}) [a_1 \cos \theta' + 2(1 - \gamma_1) \cos \theta''], \\ k_6 = 2[(1 - 2\xi_1^{II}) \gamma_1 \cos \theta'' + \xi_1^{II} \delta_1 \cos \theta'''], \\ k_7 = \frac{7}{8} (1 - 2\xi_1^{II}) [a_2 \cos \theta' + 2(1 - \gamma_2) \cos \theta''], \\ k_8 = \frac{7}{4} [(1 - 2\xi_1^{II}) \gamma_2 \cos \theta'' + \xi_1^{II} \delta_2 \cos \theta'''], \\ m_1 = \frac{7}{8} [(1 - 2\xi_2^I) a_1 \cos \theta' + 4\xi_2^I (1 - \gamma_1) \cos \theta''], \\ m_2 = \frac{7}{8} \frac{\xi_2^I}{\xi_1^I} k_2, \\ m_3 = (1 - 2\xi_2^I) a_2 \cos \theta' + 4\xi_2^I (1 - \gamma_2) \cos \theta'', \\ m_4 = \frac{8}{7} \frac{\xi_2^I}{\xi_1^I} k_4, \quad m_5 = \frac{7}{8} \frac{1 - 2\xi_2^{II}}{1 - 2\xi_1^{II}} k_5, \\ m_6 = \frac{7}{4} [(1 - 2\xi_2^{II}) \gamma_1 \cos \theta'' + \xi_2^{II} \delta_1 \cos \theta'''], \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_7 &= \frac{8}{7} \frac{1-2\xi_2^{\text{II}}}{1-2\xi_1^{\text{II}}} k_7, \\ m_8 &= 2[(1-2\xi_2^{\text{II}})\gamma_2 \cos\theta'' + \xi_2^{\text{II}} \delta_2 \cos\theta'''], \\ w_1 &= \frac{6}{5} \frac{t}{\beta^3} \Delta\sigma_1^2, \quad w_2 = \left(\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1}\right)^2 w_1, \\ \Delta\sigma_1 &= \frac{\Delta s_1}{l}, \quad \Delta\sigma_2 = \frac{\Delta s_2}{l} \end{aligned} \right.$$

i gdzie litery t , β i K oznaczają wielkości identyczne z podanymi w rozdziale 3, dochodzimy tutaj do następującego układu czterech równań:

$$(5.14) \quad \left\{ \begin{aligned} (a_1-r)z_1^{\text{I}} + a_2 z_1^{\text{II}} + a_3 z_2^{\text{I}} + a_4 z_2^{\text{II}} &= 0, \\ b_1 z_1^{\text{I}} + (b_2-r)z_1^{\text{II}} + b_3 z_2^{\text{I}} + b_4 z_2^{\text{II}} &= 0, \\ c_1 z_1^{\text{I}} + c_2 z_1^{\text{II}} + (c_3-vr)z_2^{\text{I}} + c_4 z_2^{\text{II}} &= 0, \\ d_1 z_1^{\text{I}} + d_2 z_1^{\text{II}} + d_3 z_2^{\text{I}} + (d_4-vr)z_2^{\text{II}} &= 0. \end{aligned} \right.$$

Pierwsze i drugie z tych równań odnoszą się odpowiednio do łuku $A_1C_1B_1$, a dwa pozostałe do łuku $A_2C_2B_2$.

Teraz tworzymy równanie

$$(5.15) \quad \begin{vmatrix} (a_1-r) & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & (b_2-r) & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & (c_3-vr) & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & (d_4-vr) \end{vmatrix} = 0.$$

Po rozwinięciu wyznacznika oraz po odpowiednim uporządkowaniu możemy to równanie napisać w następującej postaci ostatecznej:

$$(5.16) \quad R_0 + R_1 r + R_2 r^2 + R_3 r^3 + v^2 r^4 = 0,$$

gdzie poszczególnymi symbolami R_n oznaczone są odpowiednio wielkości:

$$(5.17) \quad \left\{ \begin{aligned} R_0 &= (a_1 b_2 - a_2 b_1)(c_3 d_4 - c_4 d_3) - (a_1 b_3 - a_3 b_1)(c_2 d_4 - c_4 d_2) + \\ &\quad + (a_1 b_4 - a_4 b_1)(c_2 d_3 - c_3 d_2) + (a_2 b_3 - a_3 b_2)(c_1 d_4 - c_4 d_1) - \\ &\quad - (a_2 b_4 - a_4 b_2)(c_1 d_3 - c_3 d_1) + (a_3 b_4 - a_4 b_3)(c_1 d_2 - c_2 d_1), \\ R_1 &= v[a_1(b_3 c_2 + b_4 d_2) - a_2(b_3 c_1 + b_4 d_1) - a_3(b_1 c_2 - b_2 c_1) - \\ &\quad - a_4(b_1 d_2 - b_2 d_1) - (a_1 b_2 - a_2 b_1)(c_3 + d_4)] - (a_1 + b_2)(c_3 d_4 - c_4 d_3) + \\ &\quad + c_1(a_3 d_4 - a_4 d_3) + c_2(b_3 d_4 - b_4 d_3) + c_3(a_4 d_1 + b_4 d_2) - c_4(a_3 d_1 + b_3 d_2), \\ R_2 &= v^2(a_1 b_2 - a_2 b_1) + v[(a_1 + b_2)(c_3 + d_4) - a_3 c_1 - a_4 d_1 - \\ &\quad - b_3 c_2 - b_4 d_2] + c_3 d_4 - c_4 d_3, \\ R_3 &= -v^2(a_1 + b_2) - v(c_3 + d_4). \end{aligned} \right.$$

Wyznaczając dla pewnych wartości $\Lambda = L/l = 3\beta$ oraz t najmniejszy z pierwiastków r równania (5.16) znajdujemy ostatecznie odpowiadającą tym wartościom krytyczną wartość g_k jednostkowego obciążenia pokrycia rusztu, którą określa wzór

$$(5.18) \quad g_k = \Omega K,$$

gdzie

$$(5.19) \quad \Omega = \frac{80\zeta_1 r_{min}}{11\beta \Delta\sigma_1^2}.$$

Wchodzące w zakres przytoczonych tu obliczeń odpowiednie wielkości geometryczne osi parabolicznych łuku $A_1C_1B_1$ ($\zeta_1 = 0,100$) oraz łuku $A_2C_2B_2$ ($\zeta_2 = 0,200$) mają następujące wartości liczbowe:

$$(5.20) \quad \begin{cases} \Delta\sigma_1 = 0,1707, & \xi_1^I = 0,1626, & \xi_1^{II} = 0,3297, \\ \Delta\sigma_2 = 0,1815, & \xi_2^I = 0,1525, & \xi_2^{II} = 0,3195, \\ \cos\varphi_1^I = 0,9525, & \cos\varphi_1^{II} = 0,9789, & \cos\varphi_1^{\sigma} = 0,9959, \\ \cos\varphi_2^I = 0,8326, & \cos\varphi_2^{II} = 0,9203, & \cos\varphi_2^{\sigma} = 0,9885. \end{cases}$$

Uwzględniając odpowiednio wartości (5.20) w wyżej podanych wzorach określamy według wzorów (5.17) wartości współczynników R_n w równaniu (5.16) kolejno dla takich samych wartości Λ i t jak w rozdziałach poprzednich. Wyznaczając następnie z równania (5.16) odpowiadające tym wartościom Λ i t wartości r_{min} określamy wreszcie odnośne wartości liczbowe Ω . Wartości te podane są w tabelicy 5.

Tablica 5 (Ω)

$t \backslash \Lambda$	0	0,1	1
1,2	60,79	64,74	78,81
2,4	30,39	30,69	32,82
3,6	20,26	20,31	20,81

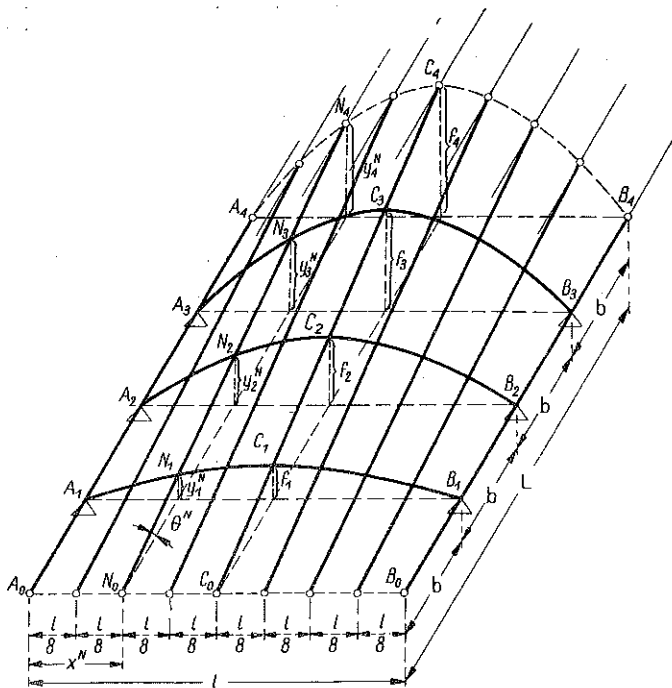
6. Ruszt konoidalny trójkukowy

Jak wynika z niżej podanych wzorów (6.1) przy $g < g_k$ obciążenie każdego z łuków skrajnych (łuki $A_1C_1B_1$ i $A_3C_3B_3$) rozpatrywanej tutaj konoidalnej trójkukowej konstrukcji rusztowej (rys. 11) jest jednakowe i większe od obciążenia jej łuku środkowego (łuk $A_2C_2B_2$).

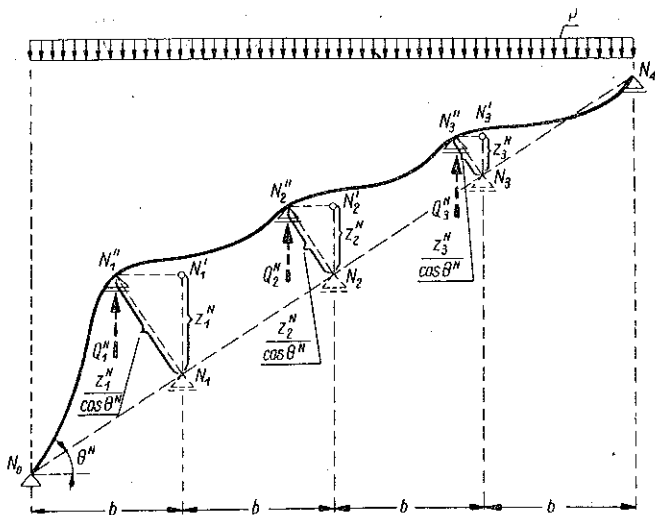
Dla wyniosłości tego rodzaju rusztu $\zeta = \zeta_4 = 0,300$ wyniosłości jego poszczególnych łuków równają się odpowiednio: $\zeta_1 = 0,075$, $\zeta_2 = 0,150$ i $\zeta_3 = 0,225$. Biorąc więc pod uwagę uwzględnioną już odpowiednio w rozdziale poprzednim zależność między stopniem stateczności łuków parabolicznych (i kolistych) a ich wyniosłością oraz uwzględniając określony niżej stan obciążenia łuków rozpatrywanego obecnie rusztu przy $g < g_k$, możemy ostatecznie ustalić, że w chwili gdy obciążenie g pokrycia rusztu osiąga krytyczną wartość g_k , to wyboczeniu ulega jedynie łuk $A_1C_1B_1$. Łuki $A_2C_2B_2$ i $A_3C_3B_3$ pozostają

wtedy stateczne, ale z powodu wyboczenia się łuku $A_1C_1B_1$ odpowiednio odkształcają się.

Wzory ogólne określające stan obciążenia łuków rusztu przy jego wyboczeniu ustalamy tutaj na podstawie przedstawionego na rys. 12 schematu



Rys. 11



Rys. 12

belki ciągłej czteroprzęsłowej swobodnie podpartej, pierwotnie — prostoosio-
wej, nachylonej względem poziomu pod jakimś kątem θ^N , której pośrednie
punkty podparcia N_1, N_2, N_3 , leżące początkowo na prostej N_0N_4 , zajmują
ostatecznie — w wyniku uniesienia się ich poziomych linii przesuwności od-
powiednio o z_1^N, z_2^N, z_3^N — położenie N_1'', N_2'', N_3'' .

Zakładając, że długość wszystkich czterech przęseł belki jest jednakowa
i że jej sztywność zginania jest stała ($E_p J_p = \text{const}$) oraz przyjmując, że cała
belka znajduje się pod działaniem pionowego obciążenia ciągłego rozłożonego
równomiernie wzdłuż jej osi, ustaliśmy — w oparciu o wzory (4.1) podane na
początku rozdziału 4 tej pracy — odpowiednie wzory określające tutaj wartości
sił oddziaływania na belkę jej podpór pośrednich. Wzory te mają ostatecznie
postać następującą:

$$(6.1) \quad \begin{cases} Q_1^N = \frac{8}{7}pb + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z_1^N - 22z_2^N + 9z_3^N) \cos \theta^N, \\ Q_2^N = \frac{13}{14}pb + \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (-11z_1^N + 16z_2^N - 11z_3^N) \cos \theta^N, \\ Q_3^N = \frac{8}{7}pb + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (9z_1^N - 22z_2^N + 23z_3^N) \cos \theta^N. \end{cases}$$

Na podstawie wzorów (6.1) bezpośrednio już otrzymujemy następujące
wzory ogólne dla odnośnych sił Q_{iw}^N obciążających łuki przy wyboczeniu się
rozpatrywanego obecnie układu rusztowego:

$$(6.2) \quad \begin{cases} Q_{1w}^N = \frac{g_k lb}{7} + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z_1^N - 22z_2^N + 9z_3^N) \cos \theta^N, \\ Q_{2w}^N = \frac{13}{112} g_k lb + \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (-11z_1^N + 16z_2^N - 11z_3^N) \cos \theta^N, \\ Q_{3w}^N = \frac{g_k lb}{7} + \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (9z_1^N - 22z_2^N + 23z_3^N) \cos \theta^N, \end{cases}$$

gdzie wartość $\cos \theta^N$ może być określona tak jak i poprzednio wzorem (5.3).

Zgodnie z wynikami odpowiednich obliczeń porównawczych przyjmujemy
tutaj, że przy $z_1^N > 0$ — $z_2^N > 0$ a $z_3^N < 0$, oraz że odpowiednio przy $z_1^N < 0$ — $z_2^N < 0$
a $z_3^N > 0$. Uwzględniając w niniejszych rozważaniach to założenie przyjmujemy
z kolei, że przy wyboczeniu rusztu połowy A_1C_1 i A_2C_2 łuków $A_1C_1B_1$ i $A_2C_2B_2$
oraz połowa B_3C_3 łuku $A_3C_3B_3$ (rys. 11) wyginają się ku górze, a odpowiednio
połowy B_1C_1 , B_2C_2 i A_3C_3 — ku dołowi. W konsekwencji przyjęcia tego ostatniego
założenia trzeba — stosownie do odnośnych pozycji w ustalonym schemacie
ogólnym obliczenia — przyjąć tutaj odpowiednio, że $z_3^N = -z_3^N$.

Obliczenie wartości g_k przy uwzględnieniu odkształceń wszystkich trzech
łuków rusztu oraz odpowiednio wzorów (6.2) in extenso jest tu procesem

rachunkowym niezwykle rozwlekłym i wielce uciążliwym w porównaniu z podanymi w trzech poprzednich rozdziałach niniejszej pracy odpowiednimi obliczeniami, odnoszącymi się do konstrukcji niewiele prostszych od konstrukcji obecnie rozpatrywanej. Wobec tego dla właściwego zmniejszenia rozmiarów tego procesu rachunkowego pomijamy w niniejszych rozważaniach odkształcenia łuku $A_3C_3B_3$.

Łuk $A_3C_3B_3$ jest najwynioślejszym, a więc i najstateczniejszym łukiem rusztu i nie znajduje się w sąsiedztwie bezpośrednim z wyboczającym się łukiem $A_1C_1B_1$ (rys. 11). W tej sytuacji odkształcenia łuku $A_3C_3B_3$ spowodowane — przy $g = g_k$ — wybożeniem się łuku $A_1C_1B_1$ są — jak to w przybliżeniu można łatwo ustalić — znacznie mniejsze niż odpowiednie odkształcenia łuku $A_2C_2B_2$. Wobec tego możemy spodziewać się tutaj, że wartości g_k wyznaczone w założeniu zerowych wartości z_3^N (a właściwie w założeniu całkowitej nieodkształcalności łuku $A_3C_3B_3$) nie powinny być obciążone nadmierną nieściskalnością.

Uwzględniając powyższe założenie przechodzimy teraz do ustalenia odpowiednich wzorów określających w rozpatrywanym obecnie przypadku wartości poszczególnych elementów składowych rozdzielonego (według przyjętej tutaj zasady) obciążenia łuków $A_1C_1B_1$ i $A_2C_2B_2$. Ponieważ w danym razie

$$(6.3) \quad \varrho_1 = \frac{8}{7}, \quad \varrho_2 = \frac{13}{14},$$

a zależności między odpowiednimi kątami θ^N są tu identyczne jak w przypadku rozpatrywanym poprzednio [wzory (5.5)], więc

$$(6.4) \quad q_1^k = \frac{8}{7}g_k b, \quad q_2^k = \frac{13}{14}g_k b,$$

oraz (przy $z_3^N = 0$)

$$(6.5) \quad \left\{ \begin{array}{l} Q'_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z'_1 - 22z'_2) \cos \theta', \\ Q''_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z''_1 - 22z''_2) \cos \theta'', \\ Q'''_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23z'''_1 - 22z'''_2) \cos \theta''', \end{array} \right.$$

$$(6.6) \quad \left\{ \begin{array}{l} Q'_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z'_2 - 11z'_1) \cos \theta', \\ Q''_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z''_2 - 11z''_1) \cos \theta'', \\ Q'''_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16z'''_2 - 11z'''_1) \cos \theta'''. \end{array} \right.$$

Z kolei bierzemy pod uwagę zależności (2.14) i wzorom (6.5) i (6.6) nadajemy postać następującą:

$$(6.7) \quad \begin{cases} Q'_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23\alpha_1 z_1^I - 22\alpha_2 z_2^I) \cos \theta', \\ Q''_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \{23[(1-\gamma_1)z_1^I + \gamma_1 z_1^{II}] - 22[(1-\gamma_2)z_2^I + \gamma_2 z_2^{II}]\} \cos \theta'', \\ Q'''_{1z} = \frac{3}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (23\delta_1 z_1^{II} - 22\delta_2 z_2^{II}) \cos \theta''', \end{cases}$$

$$(6.8) \quad \begin{cases} Q'_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16\alpha_2 z_2^I - 11\alpha_1 z_1^I) \cos \theta', \\ Q''_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} \{16[(1-\gamma_2)z_2^I + \gamma_2 z_2^{II}] - 11[(1-\gamma_1)z_1^I + \gamma_1 z_1^{II}]\} \cos \theta'', \\ Q'''_{2z} = \frac{6}{7} \frac{E_p J_p}{b^3} (16\delta_2 z_2^{II} - 11\delta_1 z_1^{II}) \cos \theta'''. \end{cases}$$

Wyrażenia (6.7) i (6.8) wprowadzamy do wzorów (2.12) odniesionych, podobnie jak poprzednio, odpowiednio do łuków $A_1 C_1 B_1$ i $A_2 C_2 B_2$ rozpatrywanego tutaj rusztu, po czym układamy dla każdego z punktów I' i II' tych łuków równanie (2.10). Tym sposobem dochodzimy do układu czterech równań o postaci takiej, jaką ma układ równań (5.14) z rozdziału poprzedniego.

W tym stanie rzeczy dla obliczenia wartości g_k możemy tutaj odpowiednio skorzystać z podanych w rozdziale 5 równania (5.16) oraz wzorów (5.17) i (5.11) — po uprzednim odpowiednim uwzględnieniu w tych wzorach, zamiast figurujących tam wielkości $\nu, r, k_1, \dots, k_8, m_1, \dots, m_8, w_1, w_2$, właściwych w niniejszym przypadku wielkości $\nu', r', k'_1, \dots, k'_8, m'_1, \dots, m'_8, w'_1, w'_2$ wyrażających się wzorami

$$(6.9) \quad \nu' = \frac{\xi_1}{\xi_2} \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \left(\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1} \right)^2, \quad r' = \frac{\beta \Delta\sigma_1^2}{7\xi_1 K} g_k,$$

oraz

$$\begin{cases} k'_1 = \frac{23}{8} [(1-2\xi_1^I)\alpha_1 \cos \theta' + 4\xi_1^I(1-\gamma_1) \cos \theta''], \\ k'_2 = \frac{23}{4} \xi_1^I (2\gamma_1 \cos \theta'' + \delta_1 \cos \theta'''), \\ k'_3 = \frac{11}{4} [(1-2\xi_1^I)\alpha_2 \cos \theta' + 4\xi_1^I(1-\gamma_2) \cos \theta''], \\ k'_4 = \frac{11}{2} \xi_1^I (2\gamma_2 \cos \theta'' + \delta_2 \cos \theta'''), \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (6.10) \quad & k'_5 = \frac{23}{8} (1 - 2\xi_1^{\text{II}}) [a_1 \cos \theta' + 2(1 - \gamma_1) \cos \theta''], \\
 & k'_6 = \frac{23}{4} [(1 - 2\xi_1^{\text{II}}) \gamma_1 \cos \theta'' + \xi_1^{\text{II}} \delta_1 \cos \theta'''], \\
 & k'_7 = \frac{11}{4} (1 - 2\xi_1^{\text{II}}) [a_2 \cos \theta' + 2(1 - \gamma_2) \cos \theta''], \\
 & k'_8 = \frac{11}{2} [(1 - 2\xi_1^{\text{II}}) \gamma_2 \cos \theta'' + \xi_1^{\text{II}} \delta_2 \cos \theta'''], \\
 & m'_1 = \frac{11}{8} [(1 - 2\xi_2^{\text{I}}) a_1 \cos \theta' + 4\xi_2^{\text{I}} (1 - \gamma_1) \cos \theta''], \\
 & m'_2 = \frac{11}{23} \frac{\xi_2^{\text{I}}}{\xi_1^{\text{I}}} k'_2, \\
 & m'_3 = 2 [(1 - 2\xi_2^{\text{I}}) a_2 \cos \theta' + 4\xi_2^{\text{I}} (1 - \gamma_2) \cos \theta''], \\
 & m'_4 = \frac{8}{11} \frac{\xi_2^{\text{I}}}{\xi_1^{\text{I}}} k'_4, \quad m'_5 = \frac{11}{23} \frac{1 - 2\xi_2^{\text{II}}}{1 - 2\xi_1^{\text{II}}} k'_5, \\
 & m'_6 = \frac{11}{4} [(1 - 2\xi_2^{\text{II}}) \gamma_1 \cos \theta'' + \xi_2^{\text{II}} \delta_1 \cos \theta'''], \\
 & m'_7 = \frac{8}{11} \frac{1 - 2\xi_2^{\text{II}}}{1 - 2\xi_1^{\text{II}}} k'_7, \\
 & m'_8 = 4 [(1 - 2\xi_2^{\text{II}}) \gamma_2 \cos \theta'' + \xi_2^{\text{II}} \delta_2 \cos \theta'''], \\
 & w'_1 = \frac{3}{7} \frac{t}{\beta^3} \Delta \sigma_1^2, \quad w'_2 = 2 \left(\frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} \right)^2 w'_1.
 \end{aligned}$$

Wyznaczając podobnie jak w rozdziale poprzednim dla pewnych określonych wartości $\Delta = L/l = 4\beta$ oraz t najmniejszą spełniającą równanie (5.16) wartość $r' = r'_{\min}$ znajdujemy ostatecznie odpowiednią wartość g_k według wzoru

$$(6.11) \quad g_k = \Omega K,$$

gdzie w danym razie

$$(6.12) \quad \Omega = \frac{7\xi_1 r'_{\min}}{\beta \Delta \sigma_1^2}.$$

Wartości liczbowe odnośnych wielkości geometrycznych osi parabolicznych łuku $A_1 C_1 B_1$ ($\xi_1 = 0,075$) oraz łuku $A_2 C_2 B_2$ ($\xi_2 = 0,150$) są następujące:

$$(6.13) \quad \left\{ \begin{array}{lll}
 \Delta \sigma_1 = 0,1690, & \xi_1^{\text{I}} = 0,1640, & \xi_1^{\text{II}} = 0,3310, \\
 \Delta \sigma_2 = 0,1760, & \xi_2^{\text{I}} = 0,1570, & \xi_2^{\text{II}} = 0,3250, \\
 \cos \varphi_1^{\text{I}} = 0,9704, & \cos \varphi_1^{\text{II}} = 0,9882, & \cos \varphi_1^{\text{G}} = 1,0000, \\
 \cos \varphi_2^{\text{I}} = 0,8920, & \cos \varphi_2^{\text{II}} = 0,9545, & \cos \varphi_2^{\text{G}} = 0,9943.
 \end{array} \right.$$

Uwzględniając wartości liczbowe (6.3) i (6.13) wyznaczamy na podstawie wyżej wymienionych wzorów liczbowe wartości r'_{min} dla tych samych wartości A i t co i w rozdziałach poprzednich, po czym według wzoru (6.12) określamy

Tablica 6 (Ω)

$A \backslash t$	0	0,1	1
1,2	60,35	68,70	103,42
2,4	30,17	30,84	35,17
3,6	20,12	20,26	21,35

odpowiednie wartości liczbowe Ω . Wyniki tych obliczeń przedstawione są w tablicy 6.

7. Zakończenie

W zakończeniach rozdziałów 3 i 4 odpowiednio zaznaczyliśmy już, że wartości Ω miarodajne dla oceny stateczności rusztu walcowego dwuflukowego zawiera tablica 1, a wartości Ω miarodajne dla oceny stateczności trójflukowego rusztu walcowego figurują — zależnie od wartości A i t — albo w tablicy 3, albo w tablicy 4. Z porównania tych wartości Ω z odpowiednimi wartościami Ω dla dwuflukowego oraz trójflukowego rusztu konoidalnego (tablice 5 i 6) wynika, że w rozpatrywanych tutaj przypadkach, podobnie jak w przypadkach jednoflukowych rusztów walcowych i konoidalnych, układy walcowe są stateczniejsze od układów konoidalnych.

W tablicy 7 przedstawione są wartości ilorazu κ utworzonego z odpowiednich wartości Ω dla dwuflukowych rusztów konoidalnych i walcowych, a w tablicy 8 odpowiednie wartości κ odnoszące się do trójflukowych rusztów konoidalnych i walcowych³.

Tablica 7 (κ)

$A \backslash t$	0	0,1	1
1,2	0,54	0,57	0,60
2,4	0,54	0,55	0,57
3,6	0,54	0,54	0,55

Tablica 8 (κ)

$A \backslash t$	0	0,1	1
1,2	0,42	0,43	0,58
2,4	0,42	0,42	0,44
3,6	0,42	0,42	0,41

³ Wszystkie wartości liczbowe Ω i κ podane w tablicach 1-8 wyznaczył S. CZERWIŃSKI.

Literatura cytowana w tekście

- [1] W. WIERZBICKI, *Arithmétisation des problèmes flambage*, Arch. Mech. stos., 1, 1 (1949).
- [2] J. CZULAK, *Stateczność rusztu walcowego*, Arch. Mech. stos., 2, 6 (1954).
- [3] J. CZULAK, *Stateczność rusztu konoidalnego*, Rozpr. inżyn., 5, 1 (1957).
- [4] J. CZULAK, *Stateczność dwuprzegubowego łuku kolistego przy obciążeniu pionowym*, Arch. Mech. stos., 3, 2 (1951).

Резюме

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЖНЫХ РОСТВЕРКОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И КОНОИДНОЙ ФОРМЫ

Рассматривается приближенное решение вопроса устойчивости, перекрывающих поле прямоугольника сложных пространственных ростверков в форме параболического цилиндра и параболического коноида. Представленные здесь решения касаются случая нагрузки ростверка посредством перекрытия, вся поверхность которого находится под действием равномерно распределенной, непрерывной, вертикально направленной нагрузки. Эти рассуждения являются расширением и обобщением предыдущих рассуждений автора приведенных в его работах [2] и [3], охватывающих решения, касающиеся случаев самых простых конструкций, в форме цилиндрического или коноидного ростверка.

После установления соответствующих условий для статической схемы рассматриваемых конструкций дается, в общей форме, метод определения критических значений нагрузки перекрытия многоарочного ростверка для области применимости закона Гука. Основным фактором, на котором основывается этот метод, является предположение учитывающее факт, что потеря устойчивости ростверка вызывается потерей устойчивости его арок, соединенных соответственно неразрывными многопролетными прогонами, и нагруженных силами воздействия этих прогонов. При этом здесь, подобно, как и в предыдущих работах автора — принимается предположение, что при потере устойчивости ростверка его соответствующие арки деформируются таким способом, что отдельные точки продольных осей этих арок перемещаются вертикально, а изгибы осей являются по отношению к ключам свода антисимметричными. Для этого предположения устанавливается, общим образом, нагрузка арок ростверка при потере ним устойчивости. Схема расчета нагрузки этих арок приводится на рис. 2. Для обозначения критических значений нагрузки перекрытия ростверка применяется разностное разложение (В. Вежвицкого, [1]), дифференциального уравнения деформированной оси арки. В результате составления разностного уравнения (2.10) соответственно для всех тех арок ростверка, которые при потере ним устойчивости деформируются, составляется некоторая система линейных однородных уравнений по отношению к величине перемещений соответствующих точек продольных осей арок. Нулевое значение характеристического

детерминанта этой системы линейных уравнений соответствует критическому значению нагрузки перекрытия ростверка.

Подробные рассуждения, представленные в 3-6 главах настоящей работы касаются соответственно двухрочных и трехрочных девятипрогонных цилиндрических и коноидных ростверков с подъемом $\zeta=0,300$.

Рассматривая вопросы устойчивости цилиндрических ростверков (рис. 5-8) учитываются последовательно два рода потери устойчивости: симметричная потеря устойчивости по отношению к плоскости срединного поперечного сечения конструкции и потеря устойчивости асимметричная по отношению к этой плоскости. Критические значения нагрузки перекрытия таких ростверков определяются для нескольких значений параметров Δ и t (табл. 1-4). Из сравнения соответствующих числовых значений Ω приведенных в табл. 1 и 2 вытекает, что для оценки степени безопасности цилиндрического двухрочного ростверка следует принять критические значения нагрузки его перекрытия, соответствующие симметричной потере устойчивости системы. Аналогичное же сравнение значений Ω из табл. 3 и 4, касающихся цилиндрических трехрочных конструкций приводит к заключению, что для этого рода ростверков достоверными при оценке их устойчивости являются критические значения нагрузки конструкции отвечающие, в зависимости от значения соответствующих параметров системы — симметричной или асимметричной потере устойчивости.

Рассматривая вопрос устойчивости коноидных ростверков (рис. 9-12) учитывается еще, кроме общих предположений принятых в этой работе, установленные и опубликованные автором в работе [4] — зависимости между степенью устойчивости двухшарнирных арок и их подъемом, а также результаты сравнительных рассуждений. Критические значения нагрузки перекрытия приведенных здесь коноидных конструкции определяются для таких же как и раньше значений параметров Δ и t (табл. 5 и 6).

Из сравнения соответствующих критических значений нагрузки перекрытия двух и трехрочных систем в виде коноидных и цилиндрических ростверков (табл. 7 и 8) следует, что подобно как в случае соответствующих одноарочных конструкций, цилиндрические системы более устойчивы чем коноидные.

Summary

COMPUTATION OF THE STABILITY OF COMBINED CYLINDRICAL AND CONOIDAL GRIDWORK COVERINGS

The object of the present paper is to obtain an approximate solution of the problem of stability of complex three-dimensional gridworks covering a rectangular region and having the form of a parabolic cylinder and a parabolic conoid. The considerations concern the case where the gridwork is loaded by means of a covering acted on by a uniform vertical load and constitute an extension

and a generalization of former considerations of the present author, described in Refs. [2] and [3] containing solutions for the simplest cylindrical and conoidal gridwork structures.

After establishing the conditions for the mechanical scheme of the structures under consideration, a general description is presented for the determination of the critical loads of the covering of a multi-arch gridwork in the region of applicability of HOOKE's law. The basic assumption on which the method is founded is that of the fact that the buckling of the gridwork is a result of buckling of its arches which are connected by means of continuous multi-span beams and loaded by beam reactions. It is assumed also, similarly to other works of the present author, that during the buckling of the gridwork the corresponding arches are deformed in such a way that the points of the arch axes are displaced vertically and the deflections of the axes antisymmetric in relation to the keys. With this assumption, the state of load of the gridwork arches during buckling is determined. The computation scheme of the arch load is shown by Fig. 2. To determine the critical values of the load of the gridwork covering the difference expansion (of W. WIERZBICKI, [1]), of the differential equation for the deformed axis of the arch is used. As a result of establishing the difference equation (2.10) for each particular arch deformed during buckling, a certain system of homogeneous linear equations is obtained in the displacement of the points of arch axis. The zero value of the principal determinant of the system corresponds to the critical value of the load of the gridwork covering.

Detailed considerations covered by the Sections 3—6 of the present paper concern two-arch and three-arch nine beam cylindrical and conoidal gridworks of rise-to-ratio $\zeta = 0,300$.

For the stability of cylindrical gridworks (Figs. 5—8) two types of buckling are considered: symmetric in relation to the plane of the middle cross-section of the structure and asymmetric in relation to that plane. The critical loads of the covering of such structures are determined for several different values of the parameters Δ and t (Tabs. 1-4). From the comparison of the corresponding numerical values of Ω given in Tabs. 1 and 2, it follows that for the appraisal of the safety of a two-arch cylindrical gridwork the critical load for symmetric buckling is of primary importance. Similar comparison of the values of Ω in Tabs. 3 and 4 for three-arch cylindrical gridworks shows that for the appraisal of the stability of the structure the critical value for either symmetric or asymmetric buckling is of importance depending on what are the values of the respective parameters of the system.

For conoidal gridwork (Figs. 9-12) the relations between the degree of stability of two-hinged arches and their rise-to-span ratio established by the present author in Ref. [4] as well as the results of appropriate comparative considerations are taken into account besides of the general assumptions of

the present paper. The critical value of the load of the covering of the conoidal structures mentioned are determined for the same values of the parameters Δ and t as before (Tabs. 5 and 6).

From a comparison of the corresponding critical loads of the covering of two-arch and three-arch conoidal and cylindrical gridwork structures (Tabs. 7 and 8) it follows that, similarly to single-arch structures, cylindrical systems are more stable than conoidal ones.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 marca 1960 r.