

JAN EDWARD SZULC

NIEKTÓRE ZAGADNIENIA PODOBIENSTWA
MODELOWEGO ELEMENTÓW ZBROJONYCH

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
CCV

TOM IX . ZESZYT 4 . ROK 1961

SPIS TREŚCI

| | |
|--|-----|
| 1. Wstęp | 577 |
| 2. Podobieństwo modelowe elementów zbrojonych | 577 |
| 3. Wpływ niespełnienia prawa modelowego Poissona | 580 |
| 4. Metoda wyznaczenia rozkładu naprężeń | 580 |
| 5. Element z prętem wyciąganym | 581 |
| 6. Element zbrojony poprzecznie | 585 |
| 7. Wnioski | 585 |

1. Wstęp

W opublikowanym w 1959 r. artykule [1] zestawiono wzory niezbędne przy przenoszeniu wyników badań modeli na odpowiadające im konstrukcje (obiekty). Poniższe uwagi dotyczą szczególnego typu modeli, przydatnego do badania zbrojonych elementów konstrukcyjnych. Elementami zbrojonymi nazywamy tu ciała, złożone z dwóch materiałów, z których jeden, z reguły o wyższych własnościach wytrzymałościowych, jest rozmieszczony w masie drugiego w postaci prętów na tyle cienkich, że ich sztywność na zginanie można pominąć (np. elementy żelbetowe, sprężone, mury zbrojone itp.).

Badania modelowe stanu naprężeń w elementach zbrojonych mogą być prowadzone dwoma sposobami:

1) model wykonuje się z materiału jednorodnego pomijając wpływ zbrojenia na rozkład naprężeń (sposób powszechnie stosowany),

2) model wykonuje się podobnie jak obiekt z dwóch materiałów, na ogół różnych od materiałów obiektu.

Drugi sposób jest niewątpliwie doskonalszy od pierwszego, ale wymaga, poza pokonaniem szeregu trudności natury technicznej, rozważenia zagadnienia przeniesienia wyników badania z modelu na obiekt. Wobec użycia odmiennych materiałów problem podobieństwa nie jest prosty, jeśli nawet ograniczymy się do ustrojów płaskich.

2. Podobieństwo modelowe elementów zbrojonych

Prawa podobieństwa modelowego, [1], przy założeniu płaskiego stanu naprężeń, sprężystej fazy pracy i obciążenia w sposób statyczny dają dla ciał jednorodnych następujące kryteria podobieństwa:

$$(2.1) \quad k_{\sigma} = \frac{k_P}{k_l k_{\delta}},$$

$$(2.2) \quad k_{\sigma} = \frac{k_{g_1}}{k_{\delta}},$$

$$(2.3) \quad k_v = 1.$$

We wzorach tych oznaczono literą k skale poszczególnych wielkości, np. $k_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_p$. Dalsze oznaczenia są następujące: P oznacza siły skupione, l długości

w płaszczyźnie tarczy, δ grubość, q_1 obciążenia liniowe, ν współczynnik Poissona, m indeks dla modelu, p dla obiektu.

Wzory powyższe wyprowadzono dla przypadku rozszerzonego (uogólnionego) podobieństwa modelowego, tj. gdy nie zakłada się równości odkształceń jednostkowych w modelu i obiekcie.

W tarczach zbrojonych żąda się zazwyczaj spełnienia warunku dodatkowego oprócz powyższych trzech

$$(2.4) \quad n_m = n_p, \quad \text{czyli} \quad k_n = 1,$$

gdzie $n_p = (E_z/E_b)_p$ oznacza stosunek modułów sprężystości obu materiałów obiektu, np. stali i betonu, oraz analogicznie dla modelu: $n_m = (E_z/E_b)_m$.

Jak wykazano w pracy [1] spełnienie warunku (2.4) nie jest konieczne. Może on być zastąpiony warunkiem ogólniejszym

$$(2.5) \quad n_m \mu_m = n_p \mu_p, \quad \text{czyli} \quad k_n k_\mu = 1,$$

gdzie μ oznacza podobnie jak w teorii żelbetu stosunek przekroju zbrojenia do pewnego wybranego przekroju elementu ($\mu = F_z/F_b$).

Należy zaznaczyć, że niektórzy autorzy podręczników, np. [2], domagają się spełnienia warunku (2.4), co jest w praktyce często trudne, na ogół bowiem nie dysponujemy materiałami na model o odpowiednim stosunku modułów sprężystości. Toteż niektórzy badacze odstępowali w praktyce do tego warunku nie uzasadniając jednakże tego należycie.

Stosując rozszerzone kryterium podobieństwa (2.5) otrzymuje się naprężenia w zbrojeniu w innej skali niż w materiale podstawowym obiektu (np. betonie):

$$(2.6) \quad k_{\sigma_b} = \frac{k_p}{k_l k_\delta} = \frac{k_{q_1}}{k_\delta}, \quad k_{\sigma_z} = \frac{k_p}{k_{F_z}} = k_{\sigma_b} k_n,$$

gdzie k_{σ_b} i k_{σ_z} są to skale naprężeń w obu materiałach, k_{F_z} jest skalą przekrojów zbrojenia.

Oczywiście warunek (2.5) nie jest zupełnie ścisły, gdyż wyprowadzono go w założeniu, że wymiary poprzeczne prętów zbrojenia są bardzo małe. Wartość n nie może więc być za mała, gdyż przekroje prętów zbrojenia mogłyby wypaść zbyt duże, aby można było pominąć ich sztywność na zginanie. Z reguły jednak przy badaniach na modelach z tworzyw sztucznych zbrojonych prętami metalowymi n_m jest większe od n_p .

Należy jeszcze zwrócić uwagę na ujęcie tego zagadnienia przez HILTSCHERA i MÜLLERA, [3]. Wprowadzają oni wielkość $m = \sigma_z/\sigma_b$, gdzie σ_z jest naprężeniem w pewnym punkcie w zbrojeniu (np. w punkcie, gdzie σ_z osiąga maksimum), a σ_b naprężeniem w innym punkcie w betonie (np. w punkcie, gdzie σ_b osiąga maksimum). W tym przypadku przy danej liczbie n , danym schemacie konstrukcji i schemacie

obciążenia wartość m jest (w granicach sprężystości liniowej) określoną funkcją stosunku $\mu = F_z/F_b$. Funkcję tę autorzy podają w postaci

$$(2.7) \quad m = f\left(\frac{1}{\mu}\right).$$

Wyznaczenie jej jest możliwe bądź analitycznie (tylko w prostych przypadkach), bądź elastoptycznie na modelu zbrojonym.

Autorzy porównują następnie naprężenia i odkształcenia w różnych punktach konstrukcji przy zachowaniu warunku $\varepsilon_m = \varepsilon_p$, otrzymując wzory

$$\left(\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_b}\right)_m = \left(\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_b}\right)_p,$$

czyli

$$\left(\frac{\sigma_z E_b}{\sigma_b E_z}\right)_m = \left(\frac{\sigma_z E_b}{\sigma_b E_z}\right)_p,$$

czyli

$$(2.8) \quad \left(\frac{m}{n}\right)_m = \left(\frac{m}{n}\right)_p.$$

Ponieważ $m = f(1/\mu)$ i $m = (\varepsilon_z/\varepsilon_b) n$, to dochodzą oni do wniosku, że

$$(2.9) \quad (\mu n)_m = (\mu n)_p.$$

Oznaczając skale stosunków m i n literą k , można powyższym wzorom nadać postać

$$k_m = k_n, \quad k_n k_\mu = 1.$$

Odnosnie wzoru (2.9) należy zauważyć, co następuje: postać funkcji (2.7) jest nie znana, można ją podać jedynie w konkretnych przypadkach. Dla wykazania prawdziwości wzoru (2.9) należałoby więc wykazać, że $m = n f(n\mu)$, a więc, że m/n zależy tylko od iloczynu $(n\mu)$.

Wydaje się jednak, że bardziej ogólnie można wyprowadzić wzór (2.9) na podstawie warunków podobieństwa ustrojów płaskich. Stosowalność wzoru (2.9) można wtedy rozszerzyć na przypadki uogólnionego podobieństwa modelowego. Odpada więc ograniczający warunek $k_\varepsilon = 1$, który przy badaniach nie jest na ogół spełniony (odkształcenia modelu są zazwyczaj znacznie większe niż obiektu).

Wzór (2.8) ma zastosowanie również w każdym przypadku podobieństwa, także gdy $k_\varepsilon \neq 1$. Można to wykazać na podstawie następującego rozumowania: m jest stosunkiem dwóch różnych naprężeń np: σ_{z1}/σ_{b2} , przy czym naprężenie w zbrojeniu jest proporcjonalne do naprężenia w betonie w tym samym miejscu:

$$\sigma_{z1} = n\sigma_{b1}.$$

Ponieważ stosunek naprężeń w betonie k_{σ_b} musi być niezależny od miejsca, zachodzi warunek

$$\frac{(\sigma_{b2})_m}{(\sigma_{b2})_p} = \frac{(\sigma_{b1})_m}{(\sigma_{b1})_p} = \frac{(\sigma_{z1})_m}{(\sigma_{z1})_p} \frac{n_p}{n_m}.$$

Stąd

$$\frac{m_m}{m_p} = \frac{(\sigma_{z1})_m}{(\sigma_{z1})_p} \cdot \frac{(\sigma_{b2})_m}{(\sigma_{b2})_p} = \frac{(\sigma_{z1})_m}{(\sigma_{z1})_p} \frac{(\sigma_{z1})_p}{(\sigma_{z1})_m} \frac{n_m}{n_p},$$

czyli $k_m = k_n$. Z otrzymanego wzoru wynika zresztą bezpośrednio otrzymany z kryterium podobieństwa wzór (2.6) dotyczący skali naprężeń w zbrojeniu.

3. Wpływ niespełnienia prawa modelowego Poissona

Spełnienie w badaniach modelowych warunku równości współczynników Poissona, zwanego prawem modelowym Poissona [wzór (2.3)], jest na ogół bardzo trudne; tworzywa sztuczne, stosowane najczęściej na modele, mają współczynnik Poissona równy około 0,35, a więc znacznie większy niż np. beton. Stosowanie modeli z tych samych materiałów co obiekt jest możliwe tylko dla niektórych metod badań modelowych. W większości przypadków $\nu_m > \nu_p$.

Naruszenie prawa modelowego Poissona powoduje więc pewien błąd, którego wielkości nie można obliczyć w sposób ogólny. Byłoby również rzeczą bardzo trudną pomierzenie tego błędu, a więc jednocześnie wyznaczenie naprężeń w modelu i obiekcie. Błąd powyższy zależy bowiem od kształtu konstrukcji, rozmieszczenia zbrojenia, schematu obciążenia itp. Ocena jego wielkości jest możliwa jedynie dla konkretnych schematów konstrukcji.

W pracy [4] dokonano takiej oceny dla dwóch typów elementów żelbetowych. W tym celu wyznaczono rozkład naprężeń każdorazowo w dwóch wariantach: dla obiektu i dla modelu, którego wymiary dobrano tak, aby były spełnione wszystkie kryteria podobieństwa z wyjątkiem prawa modelowego Poissona. Przyjęto dla modelu $\nu = 0,35$, co odpowiada większości stosowanych materiałów, natomiast dla obiektu założono $\nu = 0,10$; wobec dużej zmienności współczynnika Poissona dla betonu i innych materiałów kruchych przyjęto tę wartość dość niską. Wyższym wartościom współczynnika odpowiadałyby mniejsze różnice między modelem a obiektem.

4. Metoda wyznaczenia rozkładu naprężeń

Tak postawione zadanie mogło być wykonane dwiema metodami: rachunkowo na podstawie teorii sprężystości lub doświadczalnie. Jest rzeczą ważną, aby oba rozkłady naprężeń zostały wyznaczone tą samą metodą, gdyż wtedy nieuniknione błędy obliczenia lub pomiaru będą najbardziej zbliżone do siebie.

Z wielu względów metoda doświadczalna okazała się w danym przypadku niemożliwa do zastosowania. Złożyły się na to głównie trudności pomiaru naprężeń w obiekcie (konstrukcji żelbetowej) oraz praktyczna niemożliwość użycia identycznej metody pomiaru dla modelu i obiektu. Naprężenia należało więc wyznaczyć na drodze analitycznej. Teoria sprężystości pozwala w zasadzie na obliczenie naprężeń w tarczy niejednorodnej (złożonej z 2 materiałów), poddanej określonemu działaniu sił zewnętrznych. Jednakże dotychczas jedynie dla bardzo nielicznych

przypadków rozwiązania zostały podane w postaci zamkniętych wzorów. Są to przy tym schematy najprostsze, nie mające zastosowania przy badaniach typowych konstrukcji żelbetowych. Dla rozwiązania przypadków mających praktyczne znaczenie okazało się konieczne użycie metod numerycznych.

Najdogodniejsza okazała się metoda różnic skończonych w postaci podanej przez J. SZMELTERA, [5]: w celu znalezienia naprężeń w elemencie ciągłym (tarczy) zamieniono go na siatkę sprężystą, a następnie dla każdego z węzłów tej siatki wyznaczono za pomocą równań różnicowych jedno z przemieszczeń. Metoda ta jak wszystkie metody różnic skończonych prowadzi do układów równań liniowych o wielkiej liczbie niewiadomych. W danym przypadku otrzymano ponad 100 równań, które rozwiązano metodą relaksacji wieloetapowej (z zagęszczeniem siatki przy przejściu do następnego etapu.).

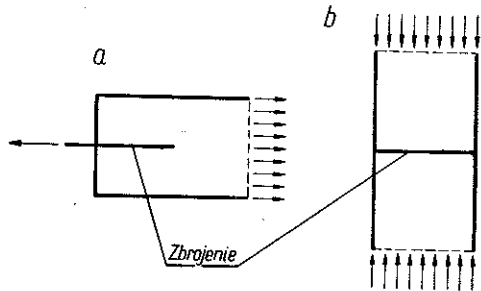
Mimo zastosowania szeregu sposobów dla przyśpieszenia procesu relaksacji (jak np. wyznaczenie innymi metodami przybliżenia wyjściowego, użycie relaksacji blokowej itp.) wyznaczenie rozkładu naprężeń jest ogromnie pracochłonne. Z tego względu ograniczono się na razie do dwóch typowych schematów konstrukcji. Nie ma jednak zasadniczych przeszkód do zastosowania omówionej metody do każdej konstrukcji dającej się sprowadzić do schematu płaskiego. Oczywiście pożądanym byłoby użycie do rozwiązania układów równań elektronowych maszyn cyfrowych.

5. Element z prętem wyciąganym

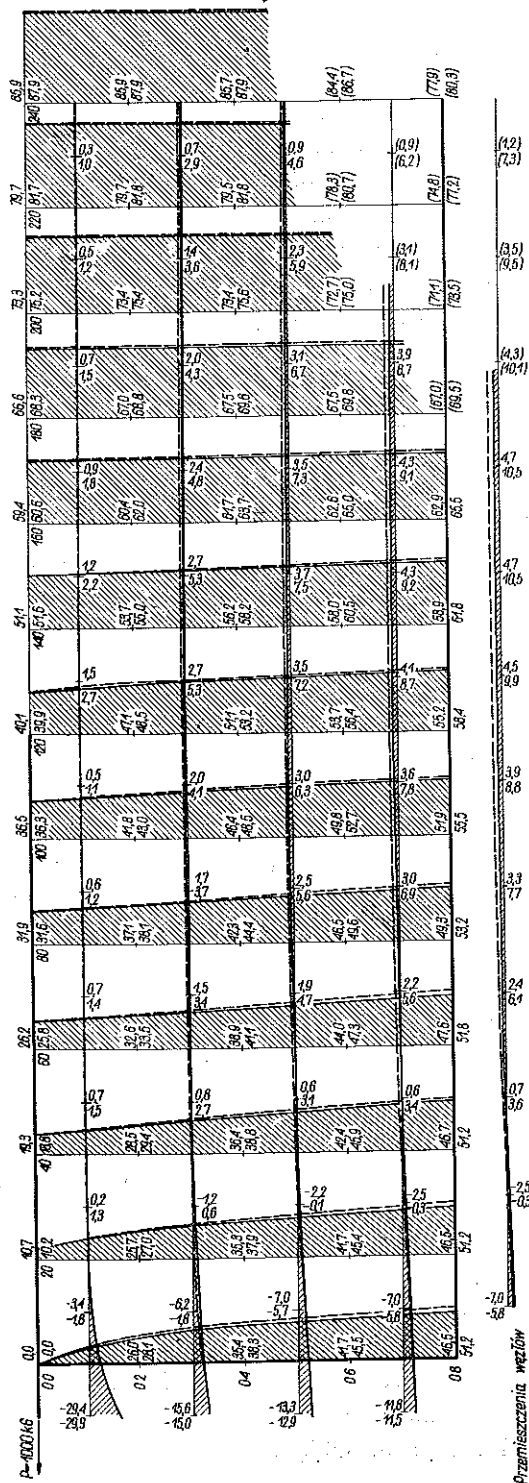
Rozpatrywanym elementem jest tarcza zbrojona jednym prętem, obciążona siłą osiową za pośrednictwem tego pręta (rys. 1a). Takie zespolenie za pomocą przyczepności ma miejsce w wielu elementach żelbetowych i sprężonych, jakkolwiek powyższemu stanowi naprężenia towarzyszy zazwyczaj szereg innych naprężeń. Tarczę zamieniono na siatkę liczącą w pierwszym etapie około 70 węzłów; ze względu na symetrię wystarczało rozpatrzenie jednej połowy.

Dość dobre przybliżenie wyjściowe («zerowe») udało się wyznaczyć metodą podaną przez GOODIERA i Hsu, [6]; metoda ta pozwala wprowadzić jedynie na wyznaczenie przemieszczeń zbrojenia, jednakże ułatwia to założenie przemieszczeń w całej tarczy.

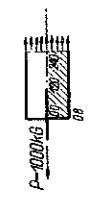
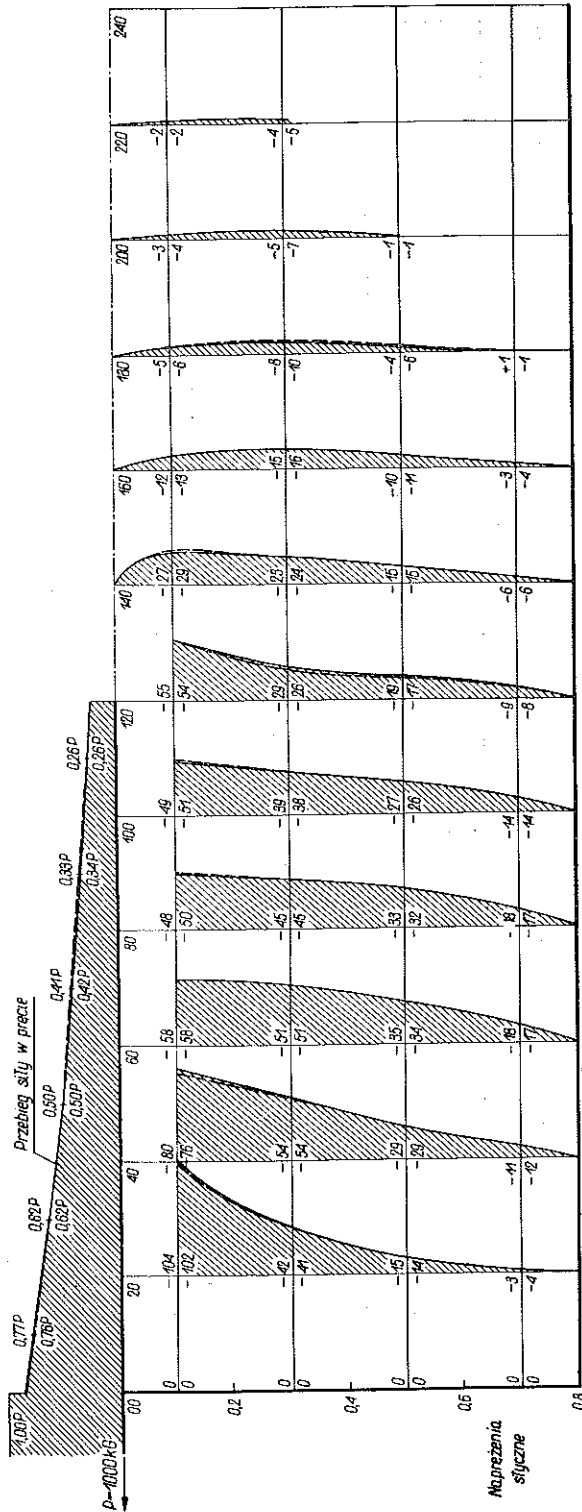
Poszukiwane wartości przemieszczeń obliczono w trzech etapach. W drugim etapie zagęszczono dwukrotnie siatkę przyjmując nadal za dokładne obliczone poprzednio przybliżone wartości przemieszczeń zbrojenia. W trzecim etapie pozostawiono gęstość siatki bez zmiany, natomiast odrzucono założenie o dokładnym wyznaczeniu przemieszczeń zbrojenia. Objęcie jedną siatką zarówno zbrojenia



Rys. 1



Rys. 2



Skala długości 1cm

Skala napiężeń $\frac{100 \cdot kg}{cm^2}$

Rys 4.

jak i reszty tarczy pozwoliło na skorygowanie otrzymanych poprzednio przybliżonych przemieszczeń zbrojenia.

Na podstawie otrzymanych przemieszczeń (rys. 2) obliczono naprężenia normalne i styczne we wszystkich punktach siatki (rys. 3 i 4).

Porównanie otrzymanych naprężeń wykazuje w zasadzie zgodność wyników dla modelu i obiektu, tzn. skala naprężeń jest we wszystkich punktach tarczy bliska teoretycznej, wynikającej z praw podobieństwa¹. Większe odchylenia występują jedynie w miejscach koncentracji naprężeń, tj. w pobliżu obu końców pręta. W obszarach tych zawodzą wszystkie metody (analityczne i doświadczalne), oparte na teorii sprężystości ze względu na lokalne uplastycznienie lub zarysowanie materiału. Na podstawie obliczenia lub pomiaru można jedynie wyciągnąć wnioski o średnich wartościach naprężeń w pewnym obszarze.

6. Element zbrojony poprzecznie

Rozpatrzono tu element płaski, ściskany jednokierunkowo, zbrojony prętem prostopadłym do kierunku ściskania (rys. 1b).

Element taki pracuje podobnie jak np. słup uzwojony lub mur zbrojony poprzecznymi siatkami: zbrojenie przeciwstawia się odkształceniom poprzecznym słupa. Ponieważ praca zbrojenia w fazie sprężystej jest uzależniona głównie od współczynnika Poissona materiału słupa, można było przypuszczać, że różnica w stanach naprężeń dla modelu i obiektu będzie szczególnie jaskrawa.

Jednakże, jak wykazało obliczenie przeprowadzone podobnie jak poprzednio metodą różnic skończonych, naprężenia zasadnicze (tj. podłużne) są w modelu i obiekcie prawie ściśle podobne, zgodnie z ogólnymi prawami modelowymi (rys. 5). Znaczne różnice natomiast dają się zauważyć w naprężeniach poprzecznych (tj. w przekrojach prostopadłych do zbrojenia). Naprężenia poprzeczne są jednak bardzo małe w porównaniu z podłużnymi, tak że na ogół mogą być pominięte. Jeszcze mniejsze są naprężenia styczne (nie uwidocznione na rysunku).

Tak więc również i w tym przypadku użycie na model materiału o odmiennym współczynniku Poissona nie budzi zasadniczych zastrzeżeń. Odmiennie w modelu i w obiekcie są te wielkości, które nie decydują w zasadzie o wytrzymałości konstrukcji, przede wszystkim naprężenia i odkształcenia poprzeczne.

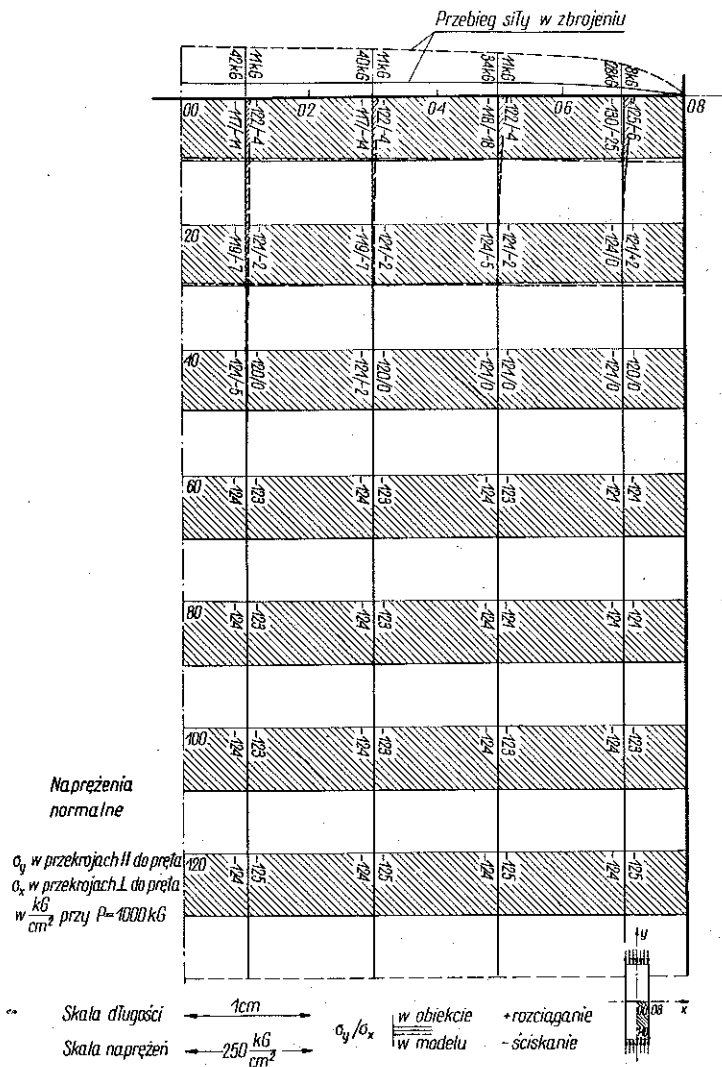
7. Wnioski

Przeprowadzona analiza rozkładu naprężeń miała rozstrzygnąć, w jakim stopniu możliwe jest wnioskowanie o stanie naprężeń w obiekcie na podstawie danych uzyskanych w modelu zbrojonym.

Odpowiedź na to pytanie nie może być dana w sposób ogólny, nie można bowiem wyrazić wpływu różnicy współczynników Poissona jednym wzorem, obejmującym różne rodzaje konstrukcji i różne schematy obciążenia. Wprawdzie w literaturze

¹ Dotyczy to wyłącznie naprężeń; odkształcenia poprzeczne w modelu i obiekcie są oczywiście różne.

znane są wzory o postaci $\Delta\sigma = f(\Delta\nu)$, dotyczą one jednak zawsze określonego schematu konstrukcji i obciążenia (np. [7]). Wszystkie tego typu wzory dotyczą zresztą nie elementów zbrojonych, lecz tarcz jednorodnych, głównie wielospójnych, w których rozkład naprężeń zależy również od współczynnika Poissona.



Rys. 5

Rozstrzygnięcie postawionego zagadnienia dla tarcz zbrojonych jest więc możliwe jedynie w konkretnych przypadkach przy założeniu schematu konstrukcji i obciążenia. Takie sformułowanie jest jednak dla konstruktora pragnącego znać rozkład naprężeń w elemencie żelbetowym zupełnie niezadowolające. Jeżeli dla stwierdzenia, czy odstępstwo od ścisłego podobieństwa modelowego nie zmienia

w sposób znaczny rozkładu naprężeń, miałby on każdorazowo sprawdzać te naprężenia dla modelu i obiektu, to stosowanie badania modelowego straciłoby zupełnie sens. Można jednak z dużym prawdopodobieństwem przewidzieć, że jeżeli dla pewnej konstrukcji o określonych wymiarach i określonym rozkładzie obciążenia błąd w otrzymanych naprężeniach jest nieznaczny, to w konstrukcjach o zbliżonych schematach błąd ten będzie również niewielki. Np. jeśliby stwierdzono, że w żelbetowej belce zginanej, obciążonej równomiernie, o zbrojeniu równym 2% przekroju betonu, błędy w otrzymanych naprężeniach mieszczą się w dopuszczalnych granicach, to można sądzić, że to samo dotyczyć będzie innych belek o zbliżonym lub niższym procencie zbrojenia, przy praktycznie spotykanych rozkładach obciążenia.

Dla pełnego uzasadnienia stosowania modeli zbrojonych jako odpowiednika konstrukcji żelbetowych wystarczy więc rozpatrzenie pewnej niewielkiej liczby prostych elementów, stanowiących podstawowe składniki konstrukcji bardziej złożonych. Jest to jednak zadanie bardzo poważne ze względu na wielką pracochłonność obliczeń. Wydaje się rzeczą celową rozpatrzenie w pierwszej kolejności warunków podobieństwa w następujących przypadkach:

1) w elementach zbrojonych poprzecznie, w których siła skupiona jest przyłożona w niewielkiej odległości od zbrojenia (zastosowanie — zbrojenie pod kotwami w belkach kablobetonowych),

2) w belkach zginanych ze szczególnym uwzględnieniem strefy przypodporowej.

W obu tych przypadkach można zastosować sposób obliczenia analogiczny do opisanego powyżej.

Literatura cytowana w tekście

[1] J. SZULC, *Zastosowanie praw podobieństwa w badaniach konstrukcji na modelach*, Inżyn. Budow., 10, 16 (1959).

[2] L. FÖPPL, E. MÖNCH, *Praktische Spannungsoptik*, 2-Aufl. Berlin 1959.

[3] R. HILTSCHER, R. K. MÜLLER, *Bemessung der Bewehrung von Stahlbetonkonstruktionen mit Hilfe des Spannungsoptischen Modellversuches*, Beton und Stahlbetonbau, 11, 54 (1959), 263-271.

[4] J. SZULC, *Z zagadnień podobieństwa modelowego elementów zbrojonych*, Warszawa 1960, [praca doktorska, niepublikowana].

[5] J. SZMELTER, *Uproszczenie metody różnic skończonych dla obliczenia stanu napięcia i odkształcenia w elementach maszyn*, Zesz. Nauk. Pol. Łódzkiej, Mechanika nr 3 (1955), 51-82.

[6] J. N. GOODIER, C. S. HSU, *Transmission of Tension from a Bar to a Plate*, J. Appl. Mech., 2, 21 (1954), 147-150.

[7] M. CLUTTERBUCK, *The Dependence of Stress Distribution on Elastic Constants*, Brit. J. Appl. Phys., 8, 9 (1958), 323-329.

Резюме

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПОДОБИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ АРМИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается задача о подобии армированных моделей и соответствующих им объектов — армированных элементов.

Модельные исследования напр. методом фотоупругости армированных элементов (напр. железобетонных, предварительно напряженных и др.) можно проводить двумя способами:

1) модель изготавливается из однородного материала, не учитывая влияния арматуры на распределение напряжений;

2) модель изготавливается также, как и объект, из двух материалов, различных в общем от материала объекта.

Второй способ по сравнению с первым является, без сомнения, более совершенным, но требует удовлетворения добавочным критериям подобия. Можно доказать, [1], что удовлетворение условию (2.4), как это требуют некоторые авторы (напр. [2]) — не является необходимым. Достаточно удовлетворить более общему условию (2.5).

Другим условием подобия армированных моделей является критерий Пуассона (2.3). Ввиду того, что этому условию в модельных исследованиях в общем удовлетворить невозможно, поэтому возникает некоторая погрешность в полученных результатах, напр. в распределении напряжений. Величину этой погрешности можно оценить только для конкретных схем. Анализ этой погрешности, проведенный для двух типовых случаев железобетонных элементов (рис. 1а и 1б), показал, что нарушения критерия Пуассона имеет небольшое влияние (рис. 3, 4, 5). Таким образом применение армированных моделей в исследованиях конструкций этого типа является достаточно обоснованным.

Summary

SOME SIMILITUDE PROBLEMS IN MODELS OF REINFORCED ELEMENTS

This paper discusses the laws of similitude existing between reinforced models and their prototypes i. e. reinforced elements. The tests on models (for instance photoelastic ones) of reinforced elements (for instance reinforced or prestressed concrete) may be carried out in two ways:

1. The model is made of a homogeneous material, the influence of the reinforcement on the stress distribution being neglected.

2. The model is made, similarly to the prototype, of two materials, different, in general, from those of the prototype.

The second method is certainly more correct but when it is applied some additional laws of similitude must be fulfilled. It can be shown [1], that the fulfilment of condition (2.4), as required by some authors (for instance [2]), is not necessary. It is sufficient to satisfy condition (2.5), which is more general.

Another condition of similitude is equality of Poisson's ratios for both the model and prototype (2.3). This condition being impossible to satisfy, in general, in tests on models, a certain error appears in the results obtained (for instance in the stress distribution). This error may be evaluated only for particular cases. Its analysis for two types of reinforced concrete elements (Fig. 1а and 1б) shows that the effect of different Poisson's ratios is not significant (Fig. 3, 4, 5). Thus, the application of reinforced models for such structures is justified.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 10 stycznia 1961 r.