

HENRYK WALDEN

PRZYBLIŻONE METODY BADANIA RUCHU KONTURU  
ROPONOŚNEGO PRZY FILTRACJI CIECZY  
ŚCIŚLIWEJ W ZŁOŻU

ROZPRAWY  
INŻYNIERSKIE  
CLXXXV

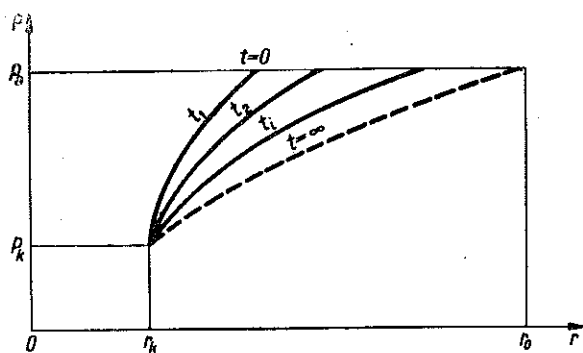
TOM IX · ZESZYT 1 · ROK 1961

## SPIS TREŚCI

|  |     |
|--|-----|
| 1. Wstęp   | 91  |
| 2. Ogólne równania konturu roponośnego                           | 91  |
| 3. Rozkład ciśnień w złożu w procesie filtracji cieczy ściśliwej | 92  |
| 4. Analityczna metoda badania ruchu konturu                      | 94  |
| 5. Metoda graficzna  | 97  |
| 6. Metoda izobaryczna  | 97  |
| 7. Przykład  | 98  |
| 8. Wnioski   | 100 |

## 1. Wstęp

Uwzględnienie ścisłości cieczy w procesie zawadniania złoża istotne jest wówczas, gdy objętość wody jest znacznie większa od objętości wypieranej przez nią ropy oraz gdy ciecz jest nasycona gazem<sup>1</sup>. W filtracji cieczy ściśliwej rozkład ciśnienia  $p(r, t)$  otrzymuje się z rozwiązania równania różniczkowego typu przewodnictwa cieplnego. Na rysunku 1 przedstawiono schematycznie krzywe teoretyczne depresji w obszarze wodnym o stałym ciśnieniu  $p_0$  na obwodzie o promieniu  $r_0$ , [1].



Rys. 1

Ciśnienie na konturze roponośnym oznaczono  $p_k$ , a promień zbiornika naftowego  $r_k$ . W czasie początkowym  $t = 0$  ciśnienie złożowe we wszystkich punktach jest stałe ( $p_0 = \text{const}$ ). W okresie czasu  $0 < t < \infty$ , tj. w procesie filtracji cieczy ściśliwej, część wody sprężonej zwiększa swoją objętość wskutek spadku ciśnienia i wypiera dodatkową ilość ropy w złożu. Po rozpoczęciu eksploatacji krzywe depresji z biegiem czasu stopniowo obniżają się, wskutek czego maleją wartości pochodnych  $\partial p / \partial r$ , a co za tym idzie wielkość wydatków cieczy. Gdy krzywa ciśnienia osiągnie czas  $t \rightarrow \infty$ , wówczas zachodzi ustalony przepływ cieczy nieściśliwej, a wydatek osiąga najmniejszą wartość.

## 2. Ogólne równania konturu roponośnego

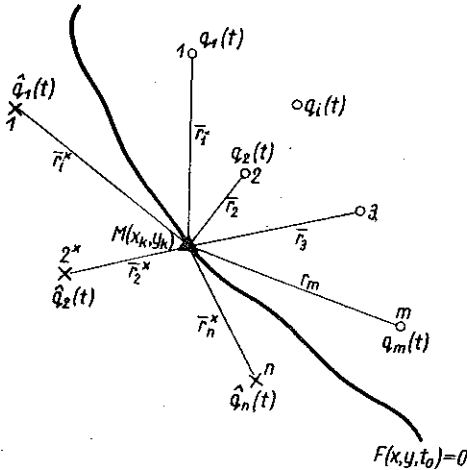
Rozważmy złożo jednorodnie nieograniczone eksploatowane  $m$  otworami eksploatacyjnymi dowolnie rozmieszczonymi o zależnych od czasu wydatkach  $q(t)$  w pro-

<sup>1</sup> Praca referowana na Konferencji Naukowej ZMCiG PAN w Augustowie we wrześniu 1959 r.

cesie zawadniania za pomocą dowolnie rozmieszczonych  $n$  otworów zasilających o wydatkach  $\hat{q}(t)$ .

Z badań przemysłowych znane jest początkowe położenie konturu

$$(2.1) \quad F(x, y, t_0) = 0.$$



Rys. 2

Szukamy funkcji rozkładu ciśnień w złożu dla filtracji cieczy ściśliwej

$$(2.2) \quad p(x, y, t) = 0.$$

Stosując liniowe prawo DARCY otrzymamy

$$(2.3) \quad \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{k}{\mu m_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -\frac{k}{\mu m_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \end{cases}$$

gdzie symbole  $v_x$  i  $v_y$  oznaczają składowe prędkości średniej filtracji w przestrzeni porowatej,  $k$  współczynnik filtracji,  $\mu$  współczynnik lepkości dynamicznej oraz  $m_0$  porowatość złoża. Szukamy wektora prędkości dla dowolnego punktu na konturze. Mnożąc prędkość przez długość przedziału czasu  $v \Delta t = \Delta S$  otrzymamy przemieszczenie punktów konturu, a tym samym ruch konturu roponośnego.

### 3. Rozkład ciśnień w złożu w procesie filtracji cieczy ściśliwej

Równanie filtracji cieczy ściśliwej wyprowadza się z równań ruchu, ciągłości i stanu. Równania te mają odpowiednio postać:

$$(3.1) \quad \hat{v}_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \hat{v}_y = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y};$$

$$(3.2) \quad \frac{\partial}{\partial x}(\gamma \hat{v}_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\gamma \hat{v}_y) + \frac{\partial}{\partial t}(m\gamma) = 0;$$

$$(3.3) \quad \frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dp}{K_c}.$$

Całkując ostatnie równanie otrzymamy

$$(3.4) \quad \gamma = \gamma_0 e^{\int \frac{dp}{K_c}}.$$

Rozwijając prawą stronę w szereg i odrzucając wielkości małe wyższych rzędów znajdziemy

$$(3.5) \quad \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} \approx \frac{p - p_0}{K_c}.$$

Dla sprężystego gruntu według N. SZCZELKACZOWA, [2], spełniona jest zależność

$$(3.6) \quad m - m_0 = \frac{p - p_0}{K_s},$$

gdzie  $\hat{v}_x = m_0 v_x$ ,  $\hat{v}_y = m_0 v_y$  oznaczają składowe prędkości filtracji,  $\gamma$  ciężar właściwy cieczy,  $K_c$  moduł ściśliwości cieczy oraz  $K_s$  moduł sprężystości gruntu.

Biorąc pod uwagę (3.5) i (3.6) oraz odrzucając wielkości małe wyższego rzędu otrzymamy

$$(3.7) \quad m\gamma \approx \gamma_0 \left( \frac{m_0}{K_c} + \frac{1}{K_s} \right) (p - p_0) + m_0 \gamma_0.$$

Z równania (3.5) wynika

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{\gamma_0}{K_c} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial y} = \frac{\gamma_0}{K_c} \frac{\partial p}{\partial y},$$

stąd

$$(3.8) \quad \Delta \gamma = \frac{\gamma_0}{K_c} \Delta p.$$

Po podstawieniu (3.1) i (3.3) do równania ciągłości (3.2) mamy

$$(3.9) \quad \frac{k K_c}{\mu} \Delta \gamma = \frac{\partial}{\partial t} (m\gamma).$$

Uwzględniając (3.7), (3.8) i (3.9) otrzymamy równanie różniczkowe typu parabolicznego dla filtracji cieczy ściśliwej:

$$(3.10) \quad \kappa \Delta p = \frac{\partial p}{\partial t},$$

gdzie  $\kappa$  jest współczynnikiem piezoprzewodnictwa, przy czym

$$(3.11) \quad \kappa = \frac{k}{\mu \left( \frac{m_0}{K_c} + \frac{1}{K_s} \right)}.$$

Rozwiązanie tego równania dla źródła o natężeniu  $q(t)$  znane jest w filtracji w następującej postaci, [3],

$$(3.12) \quad p(r, t) = p_0 + \frac{\mu}{4\pi k h} \int_0^t \frac{q(\tau)}{t - \tau} e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-\tau)}} d\tau$$

przy warunkach

$$(3.13) \quad p(r, 0) = p_0,$$

$$(3.14) \quad r \left[ \frac{\partial p}{\partial r} \right]_{r=0} = \frac{\mu}{2\pi k h} q(t).$$

Stosując metodę superpozycji otrzymamy spadek ciśnienia w dowolnym punkcie złoza w wyniku działania  $m$  otworów eksploatacyjnych i  $n$  otworów zasilających. W naszym przypadku otwory eksploatacyjne są źródłami dodatnimi, a otwory zasilające ujemnymi:

$$(3.15) \quad p(r, t) = p_0 + \frac{\mu}{4\pi kh} \left[ \sum_{i=1}^m \int_0^t \frac{q_i(\tau)}{t-\tau} e^{-\frac{r_i^2}{4\kappa(t-\tau)}} d\tau - \sum_{i=1}^n \int_0^t \frac{\hat{q}_i(\tau)}{t-\tau} e^{-\frac{r_i^2}{4\kappa(t-\tau)}} d\tau \right],$$

$$(3.16) \quad r_i^2 = (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2,$$

gdzie  $x_k, y_k$  są współrzędnymi punktu na konturze oraz  $x_i, y_i$  współrzędnymi dowolnego otworu w złożu.

#### 4. Analityczna metoda badania ruchu konturu

Dla obliczenia całki (3.12) rozłożymy  $q(\tau)$  w szereg TAYLORA w punkcie  $\tau = t$ . Podstawiając nowe zmienne całkowania otrzymamy

$$u = \frac{r^2}{4\kappa(t-\tau)}, \quad \tau = t - \frac{r^2}{4\kappa u}, \quad d\tau = \frac{r^2}{4\kappa u^2} du, \quad \xi_0 = \frac{r^2}{4\kappa t},$$

$$q(\tau) = q(t - \xi_0) = q(t) - \xi_0 q'(t) + \frac{1}{2!} \xi_0^2 q''(t) - \frac{1}{3!} \xi_0^3 q'''(t) + \dots,$$

czyli

$$(4.1) \quad q(\tau) = q(t) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \xi_0^m q^{(m)}(t).$$

Wynika stąd wzór

$$(4.2) \quad p(r, t) = p_0 - \frac{\mu}{4\pi kh} \int_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty} q(t - \xi_0) \frac{e^{-u}}{u} du$$

lub

$$(4.3) \quad p(r, t) = p_0 - \frac{\mu}{4\pi kh} \left[ q(t) \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du - \frac{r^2}{4\kappa} q'(t) \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u^2} du + \frac{r^4}{32\kappa^2} q''(t) \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u^3} du \right],$$

gdzie

$$(4.4) \quad \xi = \frac{r^2}{4\kappa t}, \quad \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -Ei(-\xi) = \ln \frac{0,5614}{\xi} - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{(-\xi)^v}{v v!}.$$

W naszym przypadku  $\xi < 1$  i w związku z tym pomijamy wyrazy małe wyższego rzędu w szeregu (4.4), co daje

$$(4.5) \quad -Ei(-\xi) \approx \ln \frac{0,5614}{\xi} + \xi.$$

Pozostałe całki w równaniu (4.3) oblicza się ze wzorów rekurencyjnych

$$(4.6) \quad \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u^m} du = \frac{e^{-\xi}}{(m-1)\xi^{m-1}} - \frac{1}{m-1} \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{m-1} du.$$

Uwzględniając w równaniu (4.3) zależności (4.5) i (4.6) otrzymamy ciśnienie w złożu przy działaniu jednego otworu:

$$(4.7) \quad p(r, t) = p_0 - \frac{\mu}{4\pi kh} \left\{ q(t) Ei(-\xi) + \xi t q'(t) \left[ \frac{e^{-\xi}}{\xi} + Ei(-\xi) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \xi^2 t^2 q''(t) \left[ \frac{e^{-\xi}}{\xi^2} - \frac{e^{-\xi}}{\xi} - Ei(-\xi) \right] + \dots \right\}.$$

Różniczkując (4.7) oraz biorąc pod uwagę (4.5) otrzymamy

$$(4.8) \quad \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu(x_k - x)}{8\pi k \kappa h} G(r, t), \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu(y_k - y)}{8\pi k \kappa h} G(r, t), \end{cases}$$

gdzie

$$(4.9) \quad G(r, t) = q(t) \frac{1-\xi}{\xi t} + q'(t) \left( e^{-\xi} + 2\xi + \ln \frac{0,5614}{\xi} - 1 \right) - \\ - \frac{t}{4} q''(t) \left( \xi e^{-\xi} - 2e^{-\xi} + 3\xi^2 - \xi + 2\xi \ln \frac{0,5614}{\xi} \right) + \dots \\ (4.10) \quad r = [(x_k - x)^2 + (y_k - y)^2]^{0,5}.$$

Rozkład ciśnień w złożu przy działaniu  $m$  otworów eksploatacyjnych i  $n$  otworów zasilających otrzymamy na podstawie (4.7); określa go funkcja postaci

$$(4.11) \quad p(r, t) = p_0 - \frac{\mu}{4\pi kh} \left[ \sum_{i=1}^m Q_i(r_i, t) - \sum_{i=1}^n \hat{Q}_i(r_i, t) \right],$$

gdzie

$$(4.12) \quad Q_i(r_i, t) = q_i(t) Ei(-\xi_i) + \xi_i t q_i'(t) \left[ \frac{e^{-\xi_i}}{\xi_i} + Ei(-\xi_i) \right] + \\ + \frac{1}{4} \xi_i^2 t^2 q_i''(t) \left[ \frac{e^{-\xi_i}}{\xi_i^2} - \frac{e^{-\xi_i}}{\xi_i} - Ei(-\xi_i) \right] + \dots$$

Analogicznie w funkcji  $\hat{Q}_i(r_i, t)$  występują wydatki  $\hat{q}_i(t)$  otworów zasilających.

Pochodne ciśnienia obliczymy na podstawie (4.8) i (4.9):

$$(4.13) \quad \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{8\pi k \kappa h} \left[ \sum_{i=1}^m (x_k - x_i) G_i(r_i, t) - \sum_{i=1}^n (x_k - x_i) \hat{G}_i(r_i, t) \right], \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu}{8\pi k \kappa h} \left[ \sum_{i=1}^m (y_k - y_i) G_i(r_i, t) - \sum_{i=1}^n (y_k - y_i) \hat{G}_i(r_i, t) \right], \end{cases}$$

gdzie według (4.9) dla otworów eksploatacyjnych

$$G_i(r_i, t) = f[\xi_i, q_i(t)],$$

dla otworów zasilających

$$\hat{G}_i(r_i, t) = f[\xi_i, \hat{q}_i(t)], \quad \xi_i = \frac{r_i^2}{4\kappa t}.$$

Korzystając z równań (2.3) i (4.13) otrzymamy składowe prędkości przemieszczenia punktu na konturze przy działaniu wszystkich otworów:

$$(4.14) \quad \begin{cases} v_x = \frac{-1}{8\pi m_0 \kappa h} \left[ \sum_{i=1}^m (x_k - x_i) G_i(r_i, t) - \sum_{i=1}^n (x_k - x_i) \hat{G}_i(r_i, t) \right], \\ v_y = \frac{-1}{8\pi m_0 \kappa h} \left[ \sum_{i=1}^m (y_k - y_i) G_i(r_i, t) - \sum_{i=1}^n (y_k - y_i) \hat{G}_i(r_i, t) \right]. \end{cases}$$

Przy założeniu niezmiennych w czasie wydatków  $q_i$  znikają wszystkie pochodne wydatków względem czasu i równanie (4.3) przyjmuje postać

$$(4.15) \quad p(r, t) = p_0 - \frac{\mu}{4\pi \kappa h} q E_i(-\xi).$$

Rozkład ciśnień w złożu przy działaniu wszystkich otworów eksploatacyjnych i zasilających określa następująca funkcja:

$$(4.16) \quad p(r, t) = p_0 + \frac{\mu}{4\pi \kappa h} \left[ \sum_{i=1}^m q_i E_i(-\xi_i) - \sum_{i=1}^n \hat{q}_i E_i(-\xi_i) \right].$$

Pochodne ciśnienia otrzymamy z równania (4.8):

$$(4.17) \quad \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{4\pi \kappa h} q \left[ \frac{2(x_k - x)}{r^2} - \frac{x_k - x}{2\kappa t} \right], \\ \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu}{4\pi \kappa h} q \left[ \frac{2(y_k - y)}{r^2} - \frac{y_k - y}{2\kappa t} \right]. \end{cases}$$

Stąd przez superpozycję otrzymamy pochodne ciśnienia przy działaniu wszystkich otworów, a tym samym składowe prędkości dowolnego punktu  $M(x_k, y_k)$  na konturze:

$$(4.18) \quad \dot{v}_x = \frac{-1}{4\pi m_0 h} \left\{ \sum_{i=1}^m q_i \left[ \frac{2(x_k - x_i)}{r_i^2} - \frac{x_k - x_i}{2\kappa t} \right] - \sum_{i=1}^n \hat{q}_i \left[ \frac{2(x_k - x_i)}{r_i^2} - \frac{x_k - x_i}{2\kappa t} \right] \right\},$$

$$(4.19) \quad \dot{v}_y = \frac{-1}{4\pi m_0 h} \left\{ \sum_{i=1}^m q_i \left[ \frac{2(y_k - y_i)}{r_i^2} - \frac{y_k - y_i}{2\kappa t} \right] - \sum_{i=1}^n \hat{q}_i \left[ \frac{2(y_k - y_i)}{r_i^2} - \frac{y_k - y_i}{2\kappa t} \right] \right\}.$$

Wybierając dowolny punkt  $M(x_k, y_k)$  na początkowym konturze roponośnym obliczymy prawe strony równań dla danych wydatków  $q_i$  i  $\hat{q}_i$  oraz odległości tego punktu od otworów eksploatacyjnych i zasilających  $r_i$ .



W ten sposób wyznaczymy składowe prędkości  $v_x$  i  $v_y$ , oraz wektor wypadkowy prędkości  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  punktu na konturze.

Przesunięcie tego punktu w czasie  $\Delta t$  otrzymamy mnożąc wektor prędkości przez przedział czasu  $\Delta S = v\Delta t$ . Obliczając w ten sposób przesunięcie innych punktów konturu znajdziemy nowe jego położenie po czasie  $\Delta t$ . Powtarzając powyższe działania otrzymamy kolejne położenie konturu.

### 5. Metoda graficzna

Wektor prędkości otrzymamy różniczkując funkcję (4.15) z uwzględnieniem zależności (4.5):

$$(5.1) \quad \mathbf{v} = -\frac{k}{\mu m_0} \frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{r}^0 = -\frac{q}{4\pi m_0 h} \left( \frac{2}{r} - \frac{r}{2\lambda t} \right) \mathbf{r}^0.$$

Prędkość punktu na konturze przy działaniu wszystkich otworów wynosi

$$(5.2) \quad \mathbf{v} = -\frac{1}{4\pi m_0 h} \left[ \sum_{i=1}^m q_i \left( \frac{2}{r_i} - \frac{r_i}{2\lambda t} \right) \mathbf{r}_i^0 - \sum_{i=1}^n \hat{q}_i \left( \frac{2}{r_i} - \frac{r_i}{2\lambda t} \right) \hat{\mathbf{r}}_i^0 \right].$$

Wykreślenie wektora wykonuje się w ten sposób, że łączymy dany punkt  $M(x_k, y_k)$  na konturze ze wszystkimi otworami eksploatacyjnymi i zasilającymi. Następnie obliczamy długości wektorów

$$v_i = \frac{q_i}{4\pi m_0 h} \left( \frac{2}{r_i} - \frac{r_i}{2\lambda t} \right)$$

i kreślimy je w kierunku  $\mathbf{r}_i^0$  od punktu  $M$  do poszczególnych otworów (rys. 3). Kreśląc wielobok wektorów prędkości otrzymamy wypadkowy wektor w punkcie  $M$ , który pomnożony przez czas  $\Delta t$  daje nam przesunięcie punktu  $M$ ,  $\Delta S = v\Delta t$ . Powtarzając powyższe operacje w innych punktach konturu początkowego możemy w pewnych odstępach czasu wyznaczyć kolejne położenia konturu roponośnego.

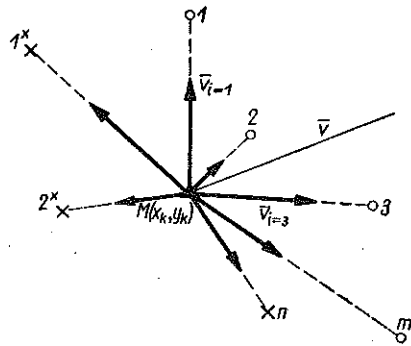
Dzięki tej metodzie można ustalić, po jakim czasie woda dostanie się do pierwszego otworu eksploatacyjnego.

Dzięki tej metodzie można ustalić, po jakim czasie woda dostanie się do pierwszego otworu eksploatacyjnego.

### 6. Metoda izobaryczna

Początkowe położenie konturu w chwili  $t = t_0$  wyznacza się na podstawie danych geologiczno-eksploatacyjnych.

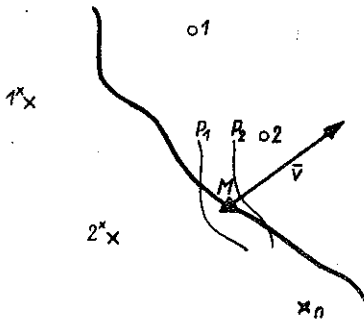
Wektor prędkości  $\mathbf{v}$  w dowolnym punkcie  $M$  na konturze można również wyznaczyć za pomocą siatki izobarycznej, wykreślonej na planie otworów eksploatacyjnych i zasilających.



Rys. 3

Z najbliższych izobar, między którymi znajduje się dany punkt  $M$  na konturze (rys. 4), znajdziemy

$$(6.1) \quad \text{grad } p_M = \frac{p_1 - p_2}{2}$$



Rys. 4

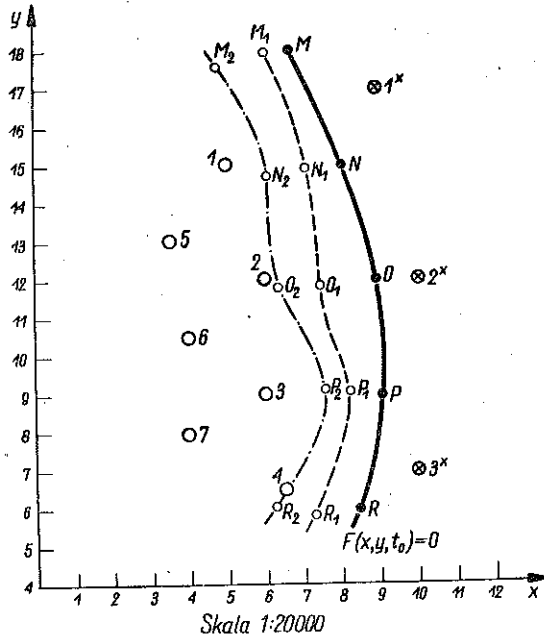
Prędkość wypadkowa

$$v = - \frac{k}{\mu m_0} \text{grad } p_M r_0^0$$

o<sub>3</sub> jest prostopadła do krzywych izobarycznych, które można wyznaczyć z równania (4.16). Analogicznie jak w poprzednich metodach mnożąc wektor prędkości przez odpowiedni czas  $\Delta t$  otrzymamy przemieszczenie konturu.

### 7. Przykład

W celu sprawdzenia analitycznej metody badania ruchu konturu roponośnego w procesie zawadniania złoża rozwiązano następujące zadanie. Na rys. 5 w skali



Rys. 5

1 : 20000 rozmieszczono 7 otworów eksploatacyjnych i 3 otwory zasilające. Dla uproszczenia obliczeń przyjęto jednakową lepkość i moduł ścisłości dla wody i ropy.

Współrzędne wszystkich otworów oraz ich wydatki podano niżej.

| Otwory eksploatacyjne |                             |           | Otwory zasilające |    |                                   |           |           |
|-----------------------|-----------------------------|-----------|-------------------|----|-----------------------------------|-----------|-----------|
| Nr                    | $q_i$ [m <sup>3</sup> /dob] | $x_i$ [m] | $y_i$ [m]         | Nr | $\hat{q}_i$ [m <sup>3</sup> /dob] | $x_i$ [m] | $y_i$ [m] |
| 1.                    | 200                         | 1000      | 3000              | 1* | 300                               | 1800      | 3400      |
| 2.                    | 180                         | 1200      | 2400              | 2* | 350                               | 2000      | 2400      |
| 3.                    | 140                         | 1200      | 1800              | 3* | 330                               | 2000      | 1400      |
| 4.                    | 160                         | 1300      | 1300              |    |                                   |           |           |
| 5.                    | 120                         | 700       | 2600              |    |                                   |           |           |
| 6.                    | 100                         | 800       | 2100              |    |                                   |           |           |
| 7.                    | 60                          | 800       | 1600              |    |                                   |           |           |

Na konturze początkowym  $F(x, y, t_0) = 0$  przyjęto 5 punktów  $M, N, O, P, R$  o współrzędnych zestawionych w następujący sposób:

|           | $M$  | $N$  | $O$  | $P$  | $R$  |
|-----------|------|------|------|------|------|
| $x_k$ [m] | 1340 | 1600 | 1800 | 1800 | 1700 |
| $y_k$ [m] | 3600 | 3000 | 2400 | 1800 | 1200 |

Składowe prędkości  $v_x$  i  $v_y$  punktów na konturze obliczono z równań (4.18) i (4.19) przyjmując następujące dane liczbowe:

$$\alpha = \frac{k}{\mu \left( \frac{m_0}{K_c} + \frac{1}{K_s} \right)} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sek}, \quad t_0 = 1 \text{ rok},$$

$$k = 1 \text{ darcy}, \quad \mu = 2cP, \quad m_0 = 0,2, \quad K_c = 2 \cdot 10^4 \text{ kG/cm}^2, \quad K_s = 10^1 \text{ kG/cm}^2,$$

miąższość złoża  $h = 1 \text{ m}$ .

Obliczając przemieszczenia poszczególnych punktów na konturze początkowym  $\Delta S_x = v_x \Delta t$ ,  $\Delta S_y = v_y \Delta t$ ,  $\Delta S = \sqrt{\Delta S_x^2 + \Delta S_y^2}$ , otrzymano jego położenie po czasie  $\Delta t = 183$  doby (kontur 1).

Powtarzając powyższe obliczenia wyznaczono następane położenie konturu 2. Wyniki obliczeń podano w tablicach 1-3.

Tablica 1. Kontur początkowy

|                   | $M$    | $N$    | $O$    | $P$    | $R$    |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $-v_x$ [m/d]      | 0,7564 | 1,0399 | 1,6968 | 0,8920 | 1,3992 |
| $-v_y$ [m/d]      | 0,0494 | 0,0469 | 0,1738 | 0,0688 | 0,2504 |
| $-\Delta S_x$ [m] | 137,66 | 189,27 | 308,82 | 162,30 | 254,66 |
| $-\Delta S_y$ [m] | 8,99   | 8,55   | 31,48  | -13,90 | 45,57  |

Tablica 2. Kontur 1

|                  | $M_1$   | $N_1$   | $O_1$   | $P_1$   | $R_1$   |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $x_{k1}[m]$      | 1202,34 | 1410,73 | 1491,18 | 1637,70 | 1445,34 |
| $y_{k1}[m]$      | 3591,00 | 2991,45 | 2368,52 | 1813,90 | 1154,50 |
| $-v_x[m/d]$      | 1,34    | 1,149   | 1,28    | 0,659   | 1,11    |
| $-v_y[m/d]$      | 0,405   | 0,792   | 0,089   | 0,008   | 0,38    |
| $-\Delta S_x[m]$ | 243,88  | 209,12  | 232,96  | 119,94  | 202,02  |
| $-\Delta S_y[m]$ | 73,71   | 44,14   | -16,23  | 1,528   | -69,67  |

Tablica 3. Kontur 2

|             | $M_2$   | $N_2$   | $O_2$   | $P_2$   | $R_2$   |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $x_{k2}[m]$ | 956,46  | 1201,61 | 1258,22 | 1517,76 | 1243,32 |
| $y_{k2}[m]$ | 3517,29 | 2947,31 | 2384,75 | 1812,37 | 1224,17 |

Przemieszczający się kontur roponośny zgodnie z rys. 5 zawodni najpierw otwór eksploatacyjny nr 4 a następnie nr 2 itd.

W celu wyrównania frontu wodnego należałoby zwiększyć wydobycie z otworu nr 3.

Z przytoczonego przykładu wynika, że w każdym etapie eksploatacji można tak kierować ruchem konturu, aby osiągnąć równomierne wypieranie ropy do otworów w procesie zawadniania złoża.

## 8. Wnioski

Metody przedstawione w tej pracy mogą być zastosowane do hydrodynamicznych obliczeń eksploatacji konkretnego złoża w procesie zawadniania.

Badanie ruchu konturu roponośnego pozwala na wysunięcie następujących wniosków eksploatacyjnych:

- 1) przy danym procesie eksploatacji i znanym układzie otworów eksploatacyjnych i zasilających można ustalić kolejność zawadniania poszczególnych otworów,
- 2) w celu wyeliminowania «języków wodnych» należy odpowiednio dobrać wydatki w otworach eksploatacyjnych i zasilających, co zapewni prawidłowy ruch konturu roponośnego,
- 4) dzięki podanym metodom można wybrać najdogodniejszy rozkład otworów i wydatków,
- 4) powyższe metody przyczynią się do opracowania procesu eksploatacji, umożliwiając maksymalne wydobycie ropy.

## Literatura cytowana w tekście

- [1] И. А. Чарный, *Подземная Гидромеханика*, Гостехиздат, Москва 1948.
- [2] В. Н. Щелкачев и Б.Б. Лапук, *Подземная Гидравлика*, 1949.
- [3] M. MUSKAT, *The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media*, Michigan 1946.

## Резюме

### ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕФТЯНОГО КОНТУРА ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТЕ

В работе даются приближенные методы исследования движения нефтяного контура для произвольно расположенных эксплуатационных и инъекционных скважин в процессе вытеснения нефти водой в пласте.

В случае фильтрации сжимаемой жидкости задача сводится к решению уравнения типа теплопроводности с применением метода суперпозиции для положительных и отрицательных источников.

Для изменяющихся во времени дебитов в отдельных скважинах получается решение (4.14), позволяющее определить перемещение произвольной точки на контуре, а тем самым и движение всего контура после истечения времени  $\Delta t$ . При предположении постоянных во времени дебитов приведенное выше решение сводится к более упрощенному виду (4.18) и (4.19).

Для оценки полученных результатов дается конкретный пример определения движения нефтяного контура.

Доказывается, что эти методы могут иметь практическое применение к расчетам и правильному управлению движением контура в каждой стадии эксплуатации нефтяного пласта.

## Summary

### APPROXIMATE INVESTIGATION METHODS OF OIL FRONT MOTION WITH A FLOW OF A COMPRESSIBLE LIQUID IN OIL DEPOSIT

In this paper approximate methods are proposed for the investigation of the motion of an oil front in the process of flooding, the arrangement of producing and injection wells being arbitrary.

In the case of the flow of a compressible liquid, the problem reduces to that of solving heat conductivity equation, with the application of the superposition method for positive and negative sources.

For time-variable flows in each particular well the solution (4.14) is obtained enabling the determination of the displacement of any point on the oil front and, in consequence, the motion of the entire front after the time  $\Delta t$ . Assuming the flow rates to be invariable in time, this solution reduces to a more simplified form, (4.18) and (4.19).

To appraise the results obtained, a numerical computation example is given.

It is shown that the methods described may find practical application to the computation and correct control of the motion of the front at each stage of the exploitation of the oil deposit.

ZAKŁAD CIECZY I GAZÓW  
IPPT PAN

*Praca została złożona w Redakcji dnia 30 maja 1960 r.*