Rozprawy Inżynierskie
I, 11 (1963)

HYDRAULICZNE OBLICZENIE STUDNI O DRENACH PROMIENISTYCH ZAKŁADANYCH W POBLIŻU RZEKI

BOLESŁAW KORDAS (KRAKÓW)

Studnie o drenach promienistych stanowią nowoczesny typ ujęcia wód gruntowych, znajdujący coraz szersze zastosowanie w zaopatrzeniu w wodę miast i przemysłu. Jednym z najczęstszych przypadków, występujących przy projektowaniu tego typu urządzeń, jest przypadek studni o drenach promienistych założonej w pobliżu rzeki lub zbiornika. W pracy przedstawiono sposób wykorzystania metody «źródeł i upustów» dla hydraulicznego obliczenia tego właśnie przypadku. W pierwszej części pracy poddano analizie schemat studni założonej w kontaktującym się z rzeką basenie wód artezyjskich. W drugiej części przedmiotem analizy jest studnia o drenach promienistych, założona w kontaktującym się z rzeką basenie wód gruntowych o swobodnym zwierciadle. W obu przypadkach zakłada się nieskończoną głębokość basenu wód gruntowych.

1. Basen wód artezyjskich

1. Przyjmijmy studnię o drenach promienistych, założoną w basenie wód artezyjskich, kontaktującym się z rzeką w schemacie przedstawionym na rys. 1.

Jak widać z rysunku rozważane ujęcie stanowi system n drenów, założonych w jednej płaszczyźnie poziomej $z = z_0$. Dreny rozłożone promieniście wokół studni zbiorczej tworzą z osią y kąty α_i $(i = 1, 2, ..., n)$. Długości drenów są równe $L_i = R_i - R_0$ (gdzie R_0 oznacza promień studni zbiorczej). Promienie wszystkich drenów są równe r_0.

Dla rozwiązania zagadnienia przyjęto następujące założenia:

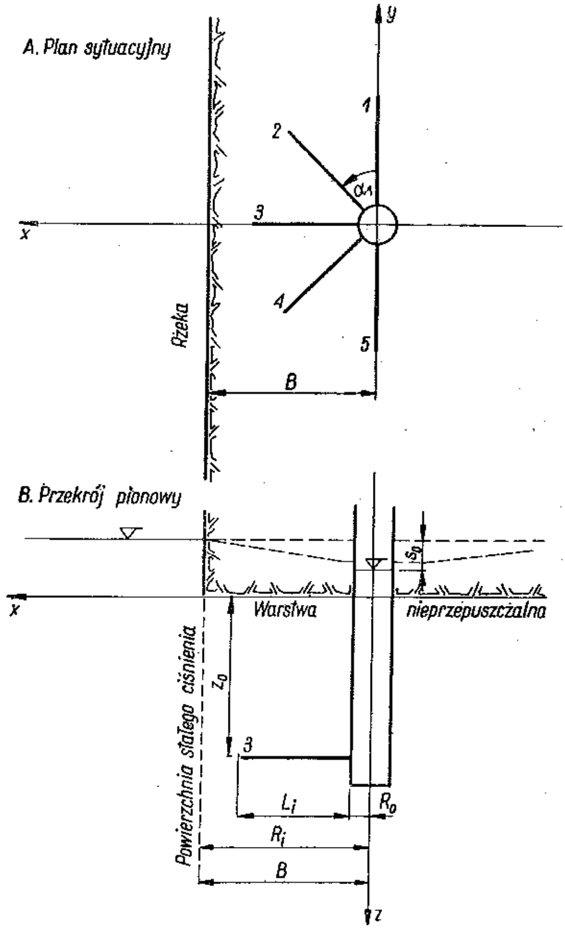
1) grunt jest ośrodkiem jednorodnym i izotropowym,

2) przepływ wód gruntowych jest ruchem ustalonym, potencjalnym, podporządkowanym prawu Darcy'ego,

3) wydajności jednostkowe drenów q_i są stałe na całych długościach drenów.

Jeżeli chodzi o ostatnie z założeń, to przyjęciem bardziej ścisłym byłoby założenie, że powierzchnia drenu jest powierzchnią jednakowego ciśnienia. Jednakże założenie takie prowadzi do dużych trudności matematycznych, w związku z czym przyjęto hipotezę $q_i = \text{const}$. Jak wykazały przeprowadzone eksperymenty, [9], hipoteza ta nie odbiega zbytnio od rzeczywistości (oczywiście przy uwzględnieniu nieskończonej głębokości basenu wód artezyjskich).

2. W pierwszym etapie rozwiązywania zagadnienia przedmiotem poszukiwań jest funkcja depresji $s = s(x, y, z)$, określająca pole depresji pojawiające się w ob-



Rys. 1

szarze filtracji. Funkcja ta pozostaje jak wiadomo w bezpośrednim związku z funkcją potencjału prędkości $\varphi(x, y, z)$

(2.1) $$s(x, y, z) = k\varphi(x, y, z),$$

gdzie k oznacza współczynnik filtracji.

Z przyjętego schematu filtracji wynika, iż poszukiwana funkcja depresji powinna spełnić dwa warunki brzegowe: warunek

(2.2) $$\left[\frac{\partial s(x, y, z)}{\partial z}\right]_{z=0} = 0,$$

równoznaczny z przyjęciem płaszczyzny poziomej $z = 0$ jako warstwy nieprzepuszczalnej oraz warunek

(2.3) $$[s(x, y, z)]_{x=0} = 0,$$

równoznaczny z przyjęciem płaszczyzny pionowej $x = 0$ jako powierzchni jednakowej depresji.

3. Weźmy pod uwagę jeden z drenów rozpatrywanego systemu, tworzący z osią y dowolny kąt β. Funkcja depresji tego drenu przyjmuje postać:

$$(3.1)\qquad s(x,y,z)_\beta = \frac{q_\beta}{4\pi k}\sum_{m=0}^{1}\int\limits_{R_p}^{R_\beta}\left\{\frac{1}{\sqrt{(x-\varrho\sin\beta)^2+(y-\varrho\cos\beta)^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}-\frac{1}{\sqrt{(x-2B+\varrho\sin\beta)^2+(y-\varrho\cos\beta)^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}\right\}d\varrho,$$

skąd po scałkowaniu

$$(3.2)\qquad s(x,y,z)_\beta = \frac{q_\beta}{4\pi k}\sum_{m=0}^{1}\ln\left\{\frac{R_\beta-r_\beta+\sqrt{R_\beta^2-2R_\beta r_\beta+r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}{R_0-r_\beta+\sqrt{R_0^2-2R_0 r_\beta+r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}\times\frac{R_0-\bar r_\beta+\sqrt{R_0^2-2R_0\bar r_\beta+\bar r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}{R_\beta-\bar r_\beta+\sqrt{R_\beta^2-2R_\beta\bar r_\beta+\bar r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}\right\},$$

gdzie

$$r_\beta = x\sin\beta+y\cos\beta,\qquad \bar r_\beta = (2B-x)\sin\beta+y\cos\beta,$$
$$r^2 = x^2+y^2,\qquad \bar r^2 = (2B-x)^2+y^2.$$

Podstawiając w tym równaniu na miejsce β kolejne wartości kątów α_i odpowiadających poszczególnym drenom otrzymuje się funkcję depresji każdego z nich. Dodając tak otrzymane funkcje dochodzi się do wyrażenia określającego funkcję depresji całego ujęcia:

$$(3.3)\qquad s(x,y,z) = \frac{1}{4\pi k}\sum_{i=1}^{n}\sum_{m=0}^{1} q_i\ln\left\{\frac{R_i-r_{\alpha_i}+\sqrt{R_0^2-2R_i r_{\alpha_i}+r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}{R_0-r_{\alpha_i}+\sqrt{R_0^2-2R_0 r_{\alpha_i}+r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}\times\frac{R_0-\bar r_{\alpha_i}+\sqrt{R_0^2-2R_0\bar r_{\alpha_i}+\bar r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}{R_i-\bar r_{\alpha_i}+\sqrt{R_i^2-2R_i\bar r_{\alpha_i}+\bar r^2+[z-(-1)^m z_0]^2}}\right\},$$

gdzie

$$r_{\alpha_i} = x\sin\alpha_i+y\cos\alpha_i,$$
$$\bar r_{\alpha_i} = (2B-x)\sin\alpha_i+y\cos\alpha_i.$$

Funkcja (3.3) jest poszukiwaną funkcją depresji. Jak nie trudno sprawdzić, spełnia ona warunki brzegowe (2.2) i (2.3).

4. Posługując się wyprowadzonym wyżej wyrażeniem na funkcję depresji, możliwe jest określenie wydajności jednostkowych q_i, a w konsekwencji i całkowitej wydajności ujęcia ΣQ_i. Dla dokonania tego posłużymy się metodą zastosowaną przez

POŁUBARINOWĄ-KOCZINĘ, [12]. W metodzie tej cylindryczne powierzchnie drenów, spełniające warunek $s = s_0 = \text{const}$, gdzie s_0 oznacza depresję w studni zbiorczej, są zastępowane przez tworzące się wokół drenów (w wyniku założenia $q_i = \text{const}$) elipsoidy jednakowej depresji. Wybierając na powierzchni każdej z tych elipsoid jeden punkt i podstawiając kolejno współrzędne tych punktów do równania (3.3), otrzymuje się kanoniczny układ n równań liniowych w postaci:

$$a_{ji}\, q_i = 4\pi k s_0, \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n. \tag{4.1}$$

Rozwiązując ten układ równań dochodzi się do wzorów określających wydajności jednostkowe drenów q_i. Całkowita wydajność ujęcia

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = \sum_{i=1}^{n} q_i L_i\,. \tag{4.2}$$

Współczynniki a_{ji} pojawiające się w układzie równań (4.1) są funkcjami charakterystyk geometrycznych badanego systemu drenów.

Należy nadmienić, iż w przypadku symetrycznego układu drenów o tej samej długości $L = R - R_0$ następuje znaczne uproszczenie układu równań (4.1).

2. Basen wód gruntowych o swobodnym zwierciadle

5. Weźmy pod uwagę studnię o drenach promienistych założoną w kontaktującym się z rzeką basenie wód gruntowych o swobodnym zwierciadle. Schematyczne przedstawienie tego przypadku podano na rys. 2. Założenia poczynione przy okazji rozwiązywania poprzedniego przypadku pozostają w mocy. Charakterystyki geometryczne przyjętego systemu drenów są identyczne jak w przypadku basenu wód artezyjskich, przy czym jako głębokość drenów z_0 przyjmuje się ich zagłębienie poniżej statycznego zwierciadła wód gruntowych.

Podobnie jak poprzednio pierwsza część zadania sprowadza się do określenia funkcji potencjału prędkości $\varphi(x, y, z)$ odpowiadającej przyjętemu schematowi przepływu. Funkcja ta powinna spełniać warunki brzegowe

$$\left[\frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial z}\right]_{z=0} = 0\,, \tag{5.1}$$

$$[\varphi(x, y, z)]_{x=0} = 0\,, \tag{5.2}$$

analogiczne do warunków brzegowych (2.2) i (2.3).

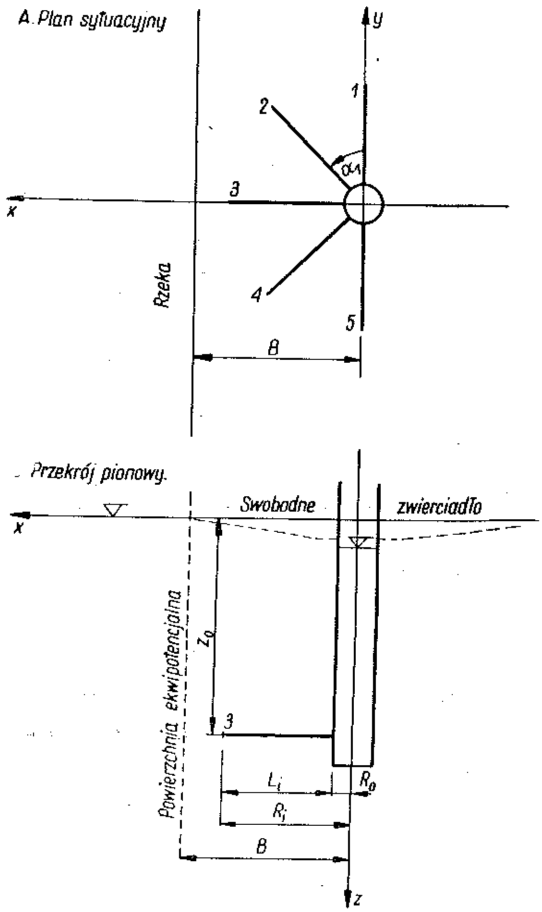
Przyjęcie warunku brzegowego (5.1) oznacza, iż w płaszczyźnie statycznego zwierciadła wód gruntowych nie powinny się pojawiać normalne składowe prędkości filtracji, co odpowiada fizycznym warunkom przepływu.

Szukana funkcja depresji może być określona przy wykorzystaniu zależności (2.1), zgodnie z którą

$$\varphi(x, y, z) = \frac{s(x, y, z)}{k}, \tag{5.3}$$

gdzie $s(x, y, z)$ oznacza funkcję depresji (3.3) wyprowadzoną wyżej dla systemu drenów zakładanych w basenie wód artezyjskich. Sposób wykorzystania funkcji

(5.3) do określania wydajności jednostkowych drenów q_i jest analogiczny do zastosowanego uprzednio. Istotna różnica między tymi dwoma analizowanymi przypadkami polega na sposobie określania depresji w studni zbiorczej s_0. W przypadku systemu drenów zakładanych w basenie wód gruntowych o swobodnym



Rys. 2

zwierciadle dla określenia depresji w studni zbiorczej konieczną jest znajomość równania swobodnego zwierciadła wód gruntowych. Dla znalezienia tego równania posłużymy się równaniem (5.3) wprowadzając do niego ogólny warunek swobodnego zwierciadła

$$\varphi + kz = 0, \tag{5.4}$$

z którego wynika, iż równanie swobodnego zwierciadła może być przedstawione w postaci

$$z(x, y) = -\frac{\varphi(x, y, z)}{k}. \tag{5.5}$$

Równanie (5.5) jest równaniem uwikłanym, albowiem w wyrażeniu określającym potencjał prędkości $\varphi(x, y, z)$ występuje również zmienna z. Ponieważ jednak w normalnych warunkach eksploatacji $z \ll z_0$, zatem możliwe jest zaniedbanie z po prawej stronie równania (5.5). Po takim uproszczeniu otrzymuje się przybliżone równanie swobodnego zwierciadła wód gruntowych:

$$z(x,y) = -\frac{1}{2\pi k}\sum_{i=1}^{n} q_i \ln\left\{\frac{R_i - r_{\alpha_i} + \sqrt{R_i^2 - 2R_i r_{\alpha_i} + r^2 + z_0^2}}{R_0 - r_{\alpha_i} + \sqrt{R_0^2 - 2R_0 r_{\alpha_i} + r^2 + z_0^2}} \times \frac{R_0 - \bar{r}_{\alpha_i} + \sqrt{R_0^2 - 2R_0 \bar{r}_{\alpha_i} + \bar{r}^2 + z_0^2}}{R_i - \bar{r}_{\alpha_i} + \sqrt{R_i^2 - 2R_i \bar{r}_{\alpha_i} + \bar{r}^2 + z_0^2}}\right\}. \tag{5.6}$$

Wykorzystując to równanie możemy określić depresję w studni zbiorczej, co otwiera drogę do całkowitego rozwiązania zagadnienia.

Literatura cytowana w tekście

[1] C. Abweser, *Grundlagen für den Bau von Horizontalbrunnen*, Schweizerische Bauzeitung, Nr 47, 1950.

[2] D. Citrini, *Drenaggi a raggiera e sistemi di pozzi in una falda artesiana*, L. Energia Elettrica, Nr 1, 1951.

[3] D. Citrini, *Esperienze sul modello di un pozzo a tubi drenanti orrizontali*, L'Acqua, Nr 5/6, 1953.

[4] E. Crausse, *Etude analogue des qualités drainantes d'une galérie munie de drains rayonnants*, IX Congres Intern. de Mecan. Appliquee, T. IV, ss. 316-327, Bruxelles 1957.

[5] R. Haefeli, J. Zeller, *Three-dimensional seepage-tests with viscous fluids*, III Congres Intern. de Mécan. des Sols, T.I. ss. 137-141, Zurich 1953.

[6] L. Ikonomov, *Formules pour le calcul des captages des eaux souterraines par puits a drain filtrants*, Le Genie Civil, Nr 5, 1958.

[7] B. Kordas, *Calcul du debit des puits a drains rayonnants places dans la nappe artesienne*, Conférence d'Hydraulique, Budapest 1960.

[8] B. Kordas, *Contribution a l'etude des puits a drains rayonnants*, IX Congres de l'AIRH Belgrade 1961.

[9] B. Kordas, *Hidraulicki problemi bunara sa zrakastim drenovima koji se nalaze u bazenima arteskih voda*, Dysertacja, Belgrad 1961.

[10] G. Nahrgang, F. Falcke, *Modelversuchen über Strönungsforgänge an Horizontalbrunnen*, GWF, Nr 4, 1954.

[11] П. Палубаринова-Кочина, *Теория движения грунтовых вод*, Москва 1952.

[12] П. Полубаринова-Кочина, *Задача о системи горизонтальных скважин* Arch. Mech. Stos., 3, 1955.

[13] A. Vibert, *Puits de captage a drains rayonnants et puits de captage classiques*, Le Genie Civil, Nr 11, 1953.

[14] M. Wegenstein, *La recharge de nappes souterraines au moyen de puits centraux et galeries d'alimentation horizontales*, Schweizerische Bauzeitung, Nr 48, 1954.

Резюме

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОЛОДЦЕВ С РАДИАЛЬНЫМИ ДРЕНАМИ, УКЛАДЫВАЕМЫМИ ВБЛИЗИ РЕКИ

Дается способ использования метода «источников и стоков» для гидравлического расчета колодцев с радиальными дренами, укладываемыми вблизи реки.

Для получения решения применяются следующие предположения:

1) грунт является однородной и изотропной средой,

2) течение грунтовой воды является стационарным, потенциальным движением, подчиняющимся закону Дарси,

3) единичная производительность дрен q_i — постоянна по всей длине дрен.

В первой части работы анализируется схема колодца с радиальными дренами, расположенными в контактирующимся с рекой бассейне артезианских вод. Вводится общее уравнение функций депрессии (3.3), удовлетворяющее краевым условиям (2.2) и (2.3). Из уравнения (3.3), путем применения операции, аналогичной той, которую применяет Полубаринова-Кочина [12] получается каноническая система линейных уравнений (4.1). Решая эту систему, получаются формулы, определяющие единичную производительность дрен. Полная производительность колодца определяется формулой (4.2).

Во второй части работы анализируется колодец с радиальными дренами в расположенном в контактирующимся с рекой бассейне грунтовых вод со свободным зеркалом. Дается общее уравнение функции потенциала скорости (5.3), которую можно использовать для определения единичной производительности дрен q_i (способ использования этого уравнения для определения q_i аналогичен предыдущему). Выводится общее уравнение свободного зеркала грунтовых вод (5.6), при использовании которого возможно определить величину депрессии в центральном колодце.

Summary

HYDRAULIC COMPUTATION OF A WELL WITH RADIAL DRAINS IN THE NEIGHBOURHOOD OF A RIVER

The source and sink method is used for the purpose of hydraulic computation of a well with radial drains in the neighbourhood of a river.

To solve the problem the following is assumed: a) the soil is homogeneous and isotropic, b) the motion of ground water constitutes a steady-state potential flow subjected to the Darcy law, c) the flow rate in a drain q_i is constant along the entire length of the drain.

The first part of the paper contains an analysis of a well with radial drains in a basin of artesian waters in contact with a river. General Eq. (3.3) is derived for the depression function satisfying the boundary conditions (2.2) and (2.3). By performing an operation analogous to that used by Polubarinova-Kotchina, [12], the canonial set of linear Eq. (4.1) is obtained from (3.3). Solving this set of equations we obtain equations determining the flow rate in a drain q_i. The total flow rate is determined by (4.2).

In the second part of the paper the object of the analysis is a well with radial drains in a basin of ground waters with free surface communicating with a river. General equation for the velocity potential is given, (5.3), which can be used to determine the flow rate of a drain q_i (the way in which this equation is used to obtain q_i is similar to that of the previous case). General equation of the free surface of ground water (5.6) is derived. This can be made use of to find the depression in the collector well.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 31 października 1961 r.