

PODSTAWY PROJEKTOWANIA JEDNONAWOWYCH SPRĘŻONYCH RAM WIELOPIĘTROWYCH

WANDA PAPROCKA-GRABCZYŃSKA (WARSZAWA)

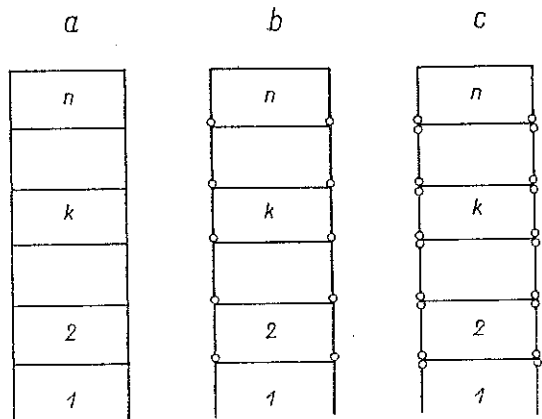
1. Wstęp

W pracy [17] podano prostą metodę wyznaczania sił wewnętrznych w jednonawowych ramach wielopiętrowych w przypadku zmian schematu statycznego i obciążeń w trakcie wznoszenia konstrukcji.

Niniejsze opracowanie oparte na metodzie podanej w pracy [17] zawiera podstawy projektowania sprężonych, jednonawowych ram wielopiętrowych najczęściej stosowanego elementu konstrukcyjnego w sprężonych budynkach wielokondygnacyjnych. Dotychczasowe publikacje dotyczące zastosowania sprężenia w szkieletowych budynkach wielopiętrowych omawiają schematy statyczne konstrukcji, sposób uwzględnienia sprężenia i poszczególnych obciążeń oraz zawierają opisy konstrukcji i sposobów ich wykonania [2, 9, 10, 14, 19, 20 i 21]. Natomiast metody obliczeniowe tych konstrukcji zostały jedynie opracowane dla ram jednopiętrowych lub układów belkowych [1, 3, 4 i 11].

2. Schematy statyczne konstrukcji

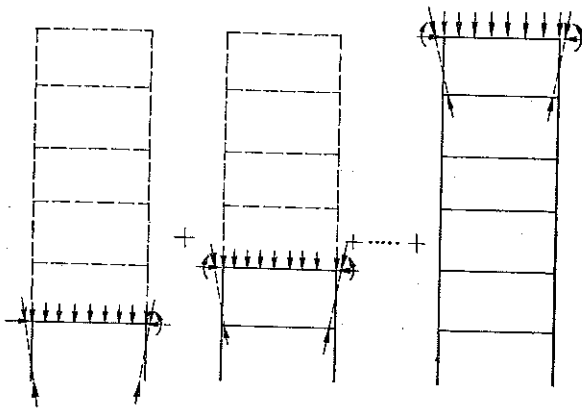
2.1. Schematy końcowe. W zależności od kolejności i sposobu wykonania poszczególnych elementów i ich złącz oraz ich sprężenia możemy zarówno dla konstrukcji betonowanej na miejscu budowy, jak i dla wykonanej z prefabrykatów, otrzymać następujące schematy statyczne konstrukcji: konstrukcję monolityczną (rys. 1a), konstrukcję składającą się z szeregu ram wspierających się na sobie przegubowo (rys. 1b) oraz układ słupowo-belkowy (rys. 1c). Ten ostatni otrzymujemy wtedy, gdy rygle są sprężone przed ułożeniem na słupach lub gdy na nich jedynie wspierają. Układ ten wymaga zastosowania sztywnych stropów i ścian przeponowych.



Rys. 1

2.2. Schematy pośrednie. Przy projektowaniu musimy prześledzić wszystkie schematy pośrednie, przez które przechodzi konstrukcja w trakcie jej wznoszenia.

Jeżeli sprężanie poszczególnych pięter ramy o schemacie końcowym przedstawionym na rys. 2 odbywa się równoległe z ich wznoszeniem (jest to z reguły



Rys. 2

stosowane w praktyce), to przez wzniesienie każdej kondygnacji zmienia się schemat statyczny konstrukcji i jej obciążenie. Tak więc wpływ sprężenia pierwszej kondygnacji przekazuje się na ramę jednopiętrową, drugiej — na dwupiętrową, k -kondygnacji na k -piętrową itd. To samo dotyczy obciążenia ramy ciężarem własnym oraz konstrukcją stropów, jeśli konstrukcja ta jest np. wykonana z elementów prefabrykowanych i układana na danej kondygnacji przed wzniesieniem kondygnacji następnej.

Obciążenia takie, jak ciężar stały, ustawiony po wzniesieniu całej konstrukcji, obciążenie użytkowe, wiatr, śnieg itd. działają na końcowy schemat konstrukcji, tj. na ramę n -piętrową (rys. 1).

3. Metody obliczania sił wewnętrznych

Aby wyznaczyć rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji stosując jedną ze znanych metod statyki budowli, musimy rozwiązać n -schematów statycznych konstrukcji, gdyż uwzględniając obciążenie piętra pierwszego, musimy obliczyć ramę jednopiętrową, piętra k -go — ramę k -piętrową itd. Następnie wyniki otrzymane z poszczególnych rozwiązań dodajemy (rys. 2).

Zastosowanie metody przedstawionej przez autorkę w pracy [17] umożliwia jednoetapowe uwzględnienie obciążeń ustawianych w trakcie wznoszenia konstrukcji przez obliczenie tylko jednego schematu statycznego konstrukcji (rys. 4), tj. rami składającej się z n ram jednopiętrowych sprężyscie utwierdzonych dla obciążeń symetrycznych (rys. 5) oraz sprężyscie utwierdzonych i poziomo sprężyscie podpartych dla obciążeń antysymetrycznych (rys. 6). Zastosowanie metody ognisk pozwala również na obliczenie tylko jednego schematu statycznego konstrukcji, jednak ze względu na brak odpowiednich wzorów na wielkości momentów węzłowych z metody tej nie można bezpośrednio skorzystać.

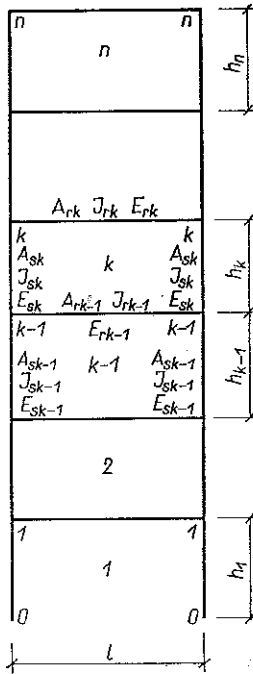
4. Projektowanie

4.1. Zastosowanie metody jednoetapowej do wyznaczenia sił wewnętrznych. Omówimy pokrótce sposób korzystania z tej metody [17] w przypadku rami n -piętrowej, symetrycznie podpartej wg schematu przedstawionego na rys. 3, jeżeli każde z pięter rami jest sprężane przed wzniesieniem piętra następnego.

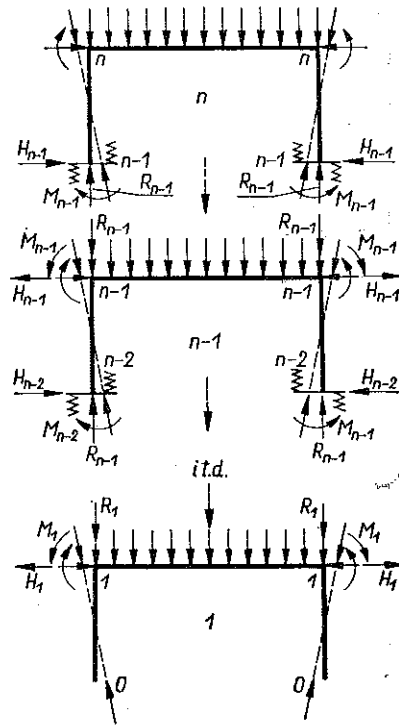
Dla obciążeń symetrycznych wprowadzono oznaczenia:

$$(4.1) \quad \beta_{ks} = \frac{E_{rk} I_{rk}}{l} \varphi_{k-1Ms}, \quad \delta_k = \frac{I_{rk}}{A_{rk} h_k^2}.$$

Wielkości φ_{k-1Ms} podano w tablicy 1.



Rys. 3



Rys. 4

Dla obciążeń antysymetrycznych wprowadzono oznaczenia

$$(4.2) \quad \beta_{ka} = \frac{E_{rk} I_{rk}}{l} = \varphi_{k-1Ma},$$

$$\varrho_{ka} = \frac{E_{rk} I_{rk}}{h_k l} u_{k-1Ma} = \frac{E_{rk} I_{rk}}{h_k l} \varphi_{k-1Ha}$$

oraz w tablicy 1 podano φ_{k-1Ma} i $u_{k-1Ma} = \varphi_{k-1Ha}$.

Przyjmijmy również oznaczenie

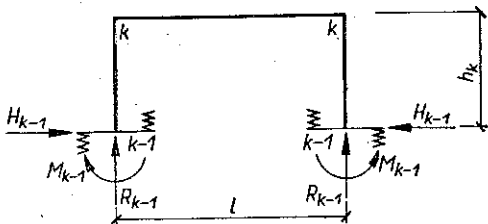
$$(4.3) \quad \alpha_k = \frac{h_k I_{rk}}{l I_{sk}} \frac{E_{rk}}{E_{sk}},$$

przy czym h_k jest wysokością piętra oznaczonego numerem k , l rozpiętością ramy, I_{rk} momentem bezwładności rygla k -go piętra, I_{sk} momentem bezwładności każdego

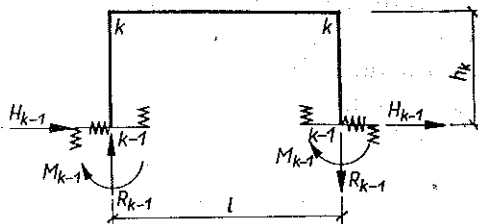
Tablica 1

	Nr pozycji	Schemat podparcia, obciążenia i odkształcenia	Przemieszczenia węzła k-1
Obciążenie symetryczne	1a		$\varphi_{k-1}Ms = \frac{1}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}}{3+2\alpha_{k-1}}$
	2a		$\varphi_{k-1}Ms = \frac{1}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}}{2(2+\alpha_{k-1})}$
	3a		$\varphi_{k-1}Ms = \frac{1}{2E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}+4\beta_{k-1s}}{2+6(\beta_{k-1s}/\alpha_{k-1})+\alpha_{k-1}+4\beta_{k-1s}}$
Obciążenie antysymetryczne	1b		$\varphi_{k-1}Ma = \frac{l}{6E_{rk-1} J_{rk-1}}$
			$\varphi_{k-1}Ha = \frac{h_{k-1}l}{6E_{rk-1} J_{rk-1}} = u_{k-1}Ma$
	2b		$\varphi_{k-1}Ma = \frac{l}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}}{1+6\alpha_{k-1}}$
		$\varphi_{k-1}Ha = \frac{h_{k-1}l}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}}{2(1+6\alpha_{k-1})} = u_{k-1}Ma$	
	3b		$\varphi_{k-1}Ma = \frac{1}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}+\beta_{k-1a}}{1+6\alpha_{k-1}+6\beta_{k-1a}}$
		$\varphi_{k-1}Ha = \frac{h_{k-1}l}{E_{rk-1} J_{rk-1}} \frac{\alpha_{k-1}+2\beta_{k-1a}+2\beta_{k-1a}}{2(1+6\alpha_{k-1}+6\beta_{k-1a})} = u_{k-1}Ma$	

ze słupów na piętrze k -tym, E_{rk} modułem Younga k -go rygla, E_{sk} modułem Younga k -go słupa oraz A_{rk} pole przekroju k -go rygla.



Rys. 5



Rys. 6

Obliczenia należy przeprowadzić w następującym porządku.

1. Wszystkie obciążenia działające na ramę zastępujemy przez obciążenia symetryczne i antysymetryczne i wpływ ich rozpatrujemy osobno.

2. Wyznaczamy na podstawie przyjętych oznaczeń oraz tablicy 1 dla poszczególnych pięter ramy wielkości α_k , β_{ks} , δ_k , β_{ka} i q_{ka} przechodząc kolejno od piętra pierwszego do n -go. Dla piętra pierwszego wyznaczamy φ_{1Ms} oraz φ_{1Ma} i φ_{1Ha} korzystając z tablicy 1 (pozycje 1 lub 2) w zależności od sposobu podparcia ramy; dla pozostałych pięter, tj. od 2 do n -go, wyznaczamy φ_{k-1Ms} , φ_{k-1Ma} i φ_{k-1Ha} korzystając również z tablicy 1 (poz. 3). W przypadku gdy złącza węzłów ramy nie zapewniają monolityczności i poszczególne piętra wspierają się na sobie przegubowo (rys. 1b), otrzymujemy szereg ram przegubowo podpartych (poziome sprężyste podparcie, występujące przy obciążeniach antysymetrycznych, nie wpływa na wielkości sił wewnętrznych) i przemieszczenia φ_{k-1Ms} , φ_{k-1Ma} i φ_{k-1Ha} nie wchodzi do obliczeń.

Dla ramy monolitycznej o nieskończonej liczbie pięter, przy jednakowych wysokościach wszystkich pięter, stałym przekroju słupów i stałym przekroju rygli na wszystkich kondygnacjach znajdziemy następujące graniczne wartości parametrów β i q :

$$(4.4) \quad \beta_{ks} = \frac{\alpha_k (\sqrt{12 + 8\alpha_k + \alpha_k^2} - \alpha_k)}{12 + 8\alpha_k}, \quad \beta_{ka} = \frac{\alpha_k \left(\sqrt{1 + \frac{2}{3\alpha_k}} - 1 \right)}{2}, \quad q_{ka} = \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{3\alpha_k}}}{6 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{3\alpha_k}} \right)}$$

Praktycznie β_{ks} , β_{ka} i q_{ka} osiągają w przybliżeniu podane we wzorach (4.4) wartości już dla 2 i 3 piętra ramy.

3. Po wyznaczeniu wielkości α_k , β_{ks} , δ_k , β_{ka} i q_{ka} wyznaczamy osobno dla obciążeń symetrycznych, osobno dla antysymetrycznych wielkości nadliczbowe, uwzględniając siły sprężające oraz ciężar stały ustawiany w trakcie wznoszenia konstrukcji. Przechodzimy kolejno od piętra n -go do pierwszego, rozpatrując każde piętro jako

ramę jednopiętrową sprężyscie podpartą (rys. 4) o schemacie podparcia dla obciążeń symetrycznych pokazanym na rys. 5, dla obciążeń antysymetrycznych — na rys. 6, przy czym obciążeniami poszczególnych pięter są: piętra n -go — obciążenia jego słupów i rygla, piętra $n - 1$ obciążenia jego słupów i rygla oraz oddziaływanie piętra n zaczepione w węzłach $n - 1$ w postaci sił R_{n-1} , H_{n-1} oraz momentów M_{n-1} , itd. (rys. 4). Przeprowadzając obliczenia dla schematu n -go piętra obliczamy R_{n-1} , H_{n-1} i M_{n-1} , które następnie dodajemy do obciążeń piętra $n - 1$, następnie to samo dla schematu $(n - 1)$ -go piętra itd.

W tablicy 2 podano wielkości R_{k-1} , H_{k-1} , M_{k-1} oraz momentów zginających w węzłach dla sprężyscie podpartego k -go piętra dla najczęściej spotykanych obciążeń symetrycznych (w tym sprężenie), przy czym dla obciążeń ustawionych na ryglu wielkości te podano jako funkcje momentów całkowitego utwierdzenia rygla. Dla całkowitego utwierdzenia k -go piętra wystarczy we wzory zestawione w tablicy 2 wprowadzić $\beta_{ks} = 0$. Dla przegubowego podparcia należy znaleźć granicę tych wyrażeń przy β_{ks} dążącym do nieskończoności. Można tu również, tak jak i dla obciążeń antysymetrycznych, skorzystać z tablic 3-7 podanych w pracy [17].

Dla obciążeń nie objętych tablicami wielkości nadliczbowe k -go piętra należy wyznaczyć przeprowadzając obliczenia zgodnie ze schematami postępowania podanymi w punkcie 3 pracy [17].

4. Po wyznaczeniu wielkości nadliczbowych dla każdego piętra ramy, pochodzących od obciążeń jego słupów i rygla oraz od oddziaływań piętra wyższego, sporządzamy dla wszystkich pięter ramy wykresy M_a , T_a i N_a . Konstruując następnie wykres-sumę z tych wykresów oraz wykresów M_a , T_a i N_a otrzymanych z rozwiązań ramy n -piętrowej, na którą działają obciążenia, które zostały ustawione na konstrukcji już po jej całkowitym wzniesieniu (część ciężaru stałego, obciążenie użytkowe, wiatr, śnieg itp.), otrzymujemy ostateczny wykres M_a , T_a i N_a dla n -piętrowej ramy, sprężanej w trakcie jej wznoszenia.

4.2. Stany obciążenia i kryteria ich miarodajności. Ustalenie poszczególnych stanów obciążenia omówimy na przykładzie ramy wykonanej z elementów prefabrykowanych o ryglach sprężonych, słupach niesprężonych, łączonych w monolit przez sprężenie rygli. Wprowadzamy przy tym następujące oznaczenia obciążeń rygla k : g oznacza ciężar własny rygla działający na rygiel, gdy jest on belką wspartą swobodnie na słupach, g' ciężar płyt stropowych ustawiony po sprężeniu piętra k , tj. ustawiony na piętrze k będącym już ramą monolityczną, g'' pozostałe obciążenia stałe ustawione po wykonaniu całej konstrukcji, p obciążenie użytkowe, w siła wiatru, s ciężar śniegu.

Stan początkowy obciążenia. Rozkład momentów zginających pochodzących od obciążeń zewnętrznych narzuca przebieg tras kabli. W związku z tym możemy z góry przewidzieć znaki momentów zginających od sprężenia. Sprężenie rygla k wywoła w środku jego rozpiętości moment ujemny, w przekroju przypodporowym — dodatni. Ustalenie stanu początkowego obciążenia rygla k będzie zatem polegało na znalezieniu minimum momentu przeszłowego oraz maksimum momentu podporowego.

Tablica 2. Reakcje podporowe i momenty zginające w węzłach sprężyste zamocowanego pręta k dla podanych obciążeń symetrycznych

Nr poz.	Schemat obciążenia	Reakcje podporowe		Momenty zginające w węzłach k		
		M _{k-1}	H _{k-1}	R _{k-1}	M _k	
1		$\frac{1}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{3(1+2\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	0	$\frac{2(1+3\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} M$	$\frac{\alpha_k + 4\beta_{ks}}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} M$
2		$\frac{3\frac{\delta_k}{\alpha_k}(1+\alpha_k)}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{3\frac{\delta_k}{\alpha_k}(1+2\alpha_k+2\beta_{ks})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	0	$\frac{3\frac{\delta_k}{\alpha_k}(\alpha_k+2\beta_{ks})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{h_k P}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$
3	<p>Dwuline symetryczne obciążenia rygla k</p> <p>M₀ — moment całkowity tego utwierdzenia rygla na podporze k</p>	$\frac{1}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{3(1+2\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{1}{2} \frac{M_0}{h_k}$	$\frac{2(1+3\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k})}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{M_0 h}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$
4		$\frac{n+m(\alpha_k+2)}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{n(\alpha_k+\beta_{ks})-m(\alpha_k-2\beta_{ks}+2)}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	0	$\frac{n(\alpha_k+4\beta_{ks})+2m\beta_{ks}}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$	$\frac{n(\alpha_k+4\beta_{ks})+2m\beta_{ks}}{2+6\frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}$

* Uwaga: momenty utwierdzenia należy wstawiać z uwzględnieniem ich znaków

Załóżmy, że trasę kabla w ryglu piętra r poprowadzono tak, że moment podporowy od sprężenia tego rygla jest ujemny. Moment ten spowoduje wystąpienie w ryglu $r - 1$ momentu dodatniego stałego na całej długości rygla. Teoretycznie rzecz biorąc należałoby zatem w stanie początkowym obciążenia rygla k (w przekroju przypodporowym tego rygla) uwzględnić wpływ sprężenia rygli $k+1$, $k+3$, $k+5$ itd. Praktycznie biorąc, ze względu na to, że sprężenie rygla $k+2$ wywołuje w ryglu k moment ujemny większy od momentu dodatniego wywołanego sprężeniem rygla $k+3$, do stanu początkowego obciążenia rygla k wejść może tylko sprężenie rygla $k+1$. Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić w stosunku do obciążeń przykładanych w trakcie wznoszenia konstrukcji z tym zastrzeżeniem, że obciążenia poszczególnych rygli będą oddziaływały na rygiel k przeciwnie do sprężających te rygle sił (por. tablicę 3).

Tablica 3. Znaki momentów w przekrojach przypodporowym i przesłowym rygla k od poszczególnych obciążeń

PRZEKRÓJ	Sprężenie piętra k		Obciążenie piętra k		Sprężenie piętra $k+1$		Obciążenie piętra $k+1$		Sprężenie piętra $k+2$		Obciążenie piętra $k+2$		Sprężenie piętra $k+3$		Obciążenie piętra $k+3$	
	g	g'	g	g'	g	g'	g	g'	g	g'	g	g'	g	g'	g	g'
W środku rozpiętości rygla	-	+	+	+		-	-		+	+						-
Przypodporowy (w licu stupa)	+	+	-	+		-	-		+	+						-

Ostatecznie więc ustalenie stanu początkowego obciążenia rygla k będzie polegało na wyborze osobno dla przekroju przypodporowego i przekroju środkowego rygla najniekorzystniejszego z następujących stanów obciążenia.

- 1) Przedsprężenie rygla k (jeśli jest przewidziane).
- 2) Przedsprężenie rygla k i sprężenie rygla k , łączące piętro k w monolit oraz ciężar własny g rygla k , działający na rygiel, będący belką swobodnie podpartą na słupach (stan ten przeważnie decyduje).
- 3) Przedsprężenie rygla k , sprężenie rygla k , ciężar własny g rygla k , obciążenie g' piętra k i sprężenie rygla $k+1$. Stan ten decyduje w przekroju przypodporowym rygla k , jeżeli w tym przekroju suma momentów od sprężenia piętra $k+1$ oraz od obciążenia piętra k obciążeniem g' jest dodatnia (tabl. 3).

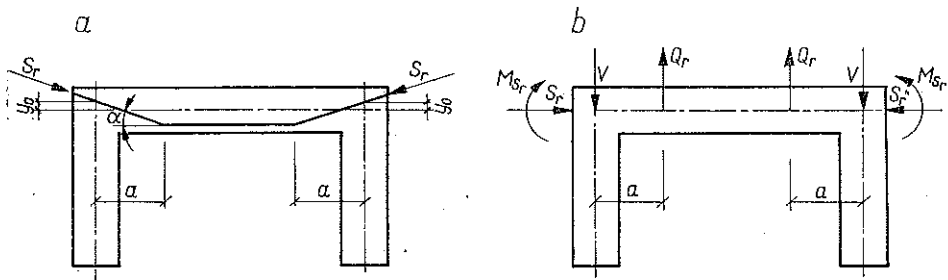
Siłę sprężającą w stanie początkowym obciążenia przyjmujemy bez potrącenia strat reologicznych (obliczenie strat por. np. [15]).

Stan bezużytkowy obciążenia. Za stan bezużytkowy obciążenia rygla k należy przyjąć stan obciążenia wszystkimi obciążeniami działającymi stale na konstrukcję po jej całkowitym wzniesieniu. Dodajemy zatem wpływy obciążeń przykładanych w trakcie wznoszenia konstrukcji, tj. takich jak sprężenie rygla k i wyższych (z uwzględnieniem strat reologicznych), ciężar własny rygli g , ciężar płyt stropowych g' oraz wpływ obciążeń stałych g'' (pozostały ciężar stropów, ścianki działowe itd.), ustawionych na ostatecznym schemacie konstrukcji.

Stan użytkowy obciążenia. Za stan użytkowy obciążenia rygła k przyjmujemy stan obciążenia w stanie bezużytkowym oraz najniekorzystniej działającymi obciążeniami użytkowymi p , wiatrem w i śniegiem s .

Kryteria miarodajności poszczególnych stanów obciążenia. Przy projektowaniu konstrukcji trudno jest z góry przewidzieć, w jakich stanach obciążenia konstrukcja będzie obciążona najniekorzystniej. Okazuje się bowiem, że nawet w różnych przekrojach tego samego elementu mogą decydować różne stany obciążenia. Tak więc aby prawidłowo zaprojektować konstrukcję, należy przeprowadzić obliczenia biorąc pod uwagę wszystkie trzy stany obciążenia.

4.3. Schematy obciążenia zastępujące sprężenie. Niezależnie od stosowanej do wyznaczenia sił wewnętrznych metody (którejs z znanych metod lub omówionej uprzednio metody jednoetapowej) w celu ułatwienia obliczeń wprowadza się zamiast sił sprężających, działających na zmiennym mimośrodku równym odległości trasy kabla od osi podłużnej elementu, schematy obciążenia zastępujące sprężenie. Opierając się na tym, co podał GUYON w swej pracy [5], można ustalić następujące podstawowe schematy sprężenia rygła ramy oraz odpowiadające im schematy zastępcze.



Rys. 7

Przy trasie kabla prostoliniowej załamanej, tj. np. dla schematu sprężenia pokazanego na rys. 7a, otrzymujemy z pewnym przybliżeniem schemat zastępczy pokazany na rys. 7b. Nieściśłość przyjętego schematu wynika z zastąpienia (ze względu na niewielkie nachylenia kabla do osi belki) sił S_r , Q_r i V przez ich odpowiednie rzuty poziome i pionowe). W schemacie tym poszczególne wektory oznaczają:

$$(4.5) \quad M_{sr} = S_r y_0, \quad Q_r = S_r \sin \alpha, \quad V = Q_r.$$

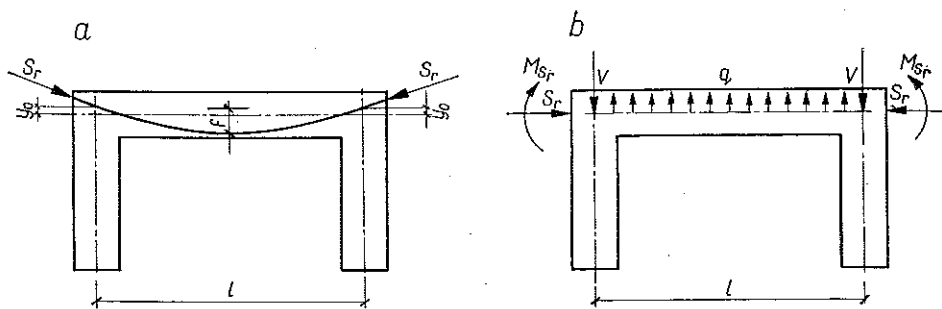
Przy krzywoliniowej trasie kabla, tj. np. dla schematu symetrycznego sprężenia pokazanego na rys. 8a otrzymujemy przybliżony schemat zastępczy przedstawiony na rys. 8b.

W schemacie tym mamy:

$$(4.6) \quad M_{sr} = S_r y_0, \quad q = \frac{S_r}{r},$$

$$V = \int_0^{l/2} q dx, \quad \frac{1}{r} = \frac{y''}{\sqrt{[1+(y')^2]^3}} \approx y''.$$

Ze wzorów (4.6) w przypadku trasy kabla będącej funkcją liniową x otrzymujemy $y'' = 0$ i $q = 0$, co jest zgodne z warunkiem $q = 0$ w schemacie przedstawionym na rys. 7b.



Rys. 8

W przypadku gdy trasa kabla jest parabolą o równaniu

$$y = y_0 - \frac{4f}{l^2} x(l-x)$$

otrzymujemy również ze wzorów (4.6) następujące wyrażenia:

$$(4.7) \quad \frac{1}{r} = y'' = \frac{8f}{l^2}, \quad q = \frac{8f}{l^2} S_r = \text{const},$$

$$V = q \frac{l}{2} = \frac{4f}{l} S_r.$$

Na podstawie podanych wyżej przykładów można i dla innych schematów sprężenia wyznaczyć w prosty sposób obciążenia zastępcze.

W pracy JEVTIČA [7] znajdziemy momenty całkowitego utwierdzenia belki obustronnie zamocowanej dla różnych przypadków jej sprężenia. Korzystając z podanych schematów obciążenia zastępujących sprężenie (rys. 7 i 8) oraz wzorów (4.5)–(4.7) lub też z obliczonych przez JEVTIČA momentów całkowitego utwierdzenia, można (stosując metodę jednoetapową) wyznaczyć siły wewnętrzne od sprężenia rygła bezpośrednio z tablicy 2 oraz tablic 3–7 pracy [17]. Wyznaczone w pracy siły wewnętrzne od sprężenia słupów kablami prostoliniowymi zostały zestawione w tablicy 2 oraz tablicach 3 i 6 pracy [17]. W przypadkach nieobjętych tablicami (np. sprężenie słupa kablami krzywoliniowymi) należy wyznaczyć siły wewnętrzne korzystając z podanych w p. 3 pracy [17] schematów postępowania.

4.4. Dobór przekrojów i sił sprężających. Zaprojektowanie omawianej konstrukcji polega na wyznaczeniu przekrojów elementów, sił sprężających i tras kabli.

Po obliczeniu, na podstawie założonego *a priori* stosunku sztywności rygli do sztywności słupów rozkładu sił wewnętrznych w poszczególnych stanach obciążenia, ustaleniu naprężeń dopuszczalnych i założeniu współczynnika redukującego

początkową wartość siły sprężającej dobieramy przekroje ramy stosując jedną ze znanych metod wymiarowania przekroju np. metodę MAGNELA [12], GUYONA [5] lub inną.

Siły sprężające wygodnie jest dobierać korzystając z wprowadzonego przez J. MAMESA [13] pojęcia siły właściwej S_w . Jeśli bowiem siła sprężająca w jednym ze stanów obciążenia równa jest sile właściwej, wyznaczonej dla danego stanu, to zgodnie z określeniem siły właściwej oba naprężenia dopuszczalne będą w tym stanie wykorzystane.

Siłę sprężającą staramy się dobrać w ten sposób, aby w każdym z miarodajnych stanów obciążenia oba ekstremalne naprężenia były bliskie naprężeniom dopuszczalnym.

O ile przy wyznaczaniu przekrojów elementów i sił sprężających możemy korzystać z istniejących rozwiązań, o tyle zagadnienie trasowania kabli, w literaturze omówione obszerniej jedynie dla ram jednopiętrowych jednokrotnie statycznie niewyznaczalnych, wymaga przeprowadzenia odpowiedniego rozwiązania.

4.5. Wyznaczanie tras kabli. *Trasa kabla a linia ciśnienia od sprężenia (przy symetrii sprężenia).* Trasę kabla możemy wyznaczać korzystając bezpośrednio z warunków na naprężenia, bądź też posługując się linią ciśnienia od sprężenia. Ze względu na jego większą przejrzystość i dogodność opracujemy tu szczegółowo drugi z wyżej cytowanych sposobów wyznaczania tras kabli.

Załóżmy, że rygiel piętra k jest sprężony symetrycznie siłą S_r , a słupy siłami S_s i oznaczmy przez y rzędne trasy kabla w ryglu i w słupach (odkładane od osi przekrojów — dodatnie na zewnątrz ramy) przez e rzędne linii ciśnienia, przez H_{k-1}^S rozpór od sprężenia, przez M_{k-1}^S moment podporowy od sprężenia, a przez M_{wz} moment wzbudzony od sprężenia. W ryglu występuje wtedy od sprężenia (por. oznaczenia w tablicy 2) moment zginający

$$(4.8) \quad M_k'' = S_r y + M_{wz} = S_r y + M_{k-1}^S - H_{k-1}^S h_k$$

oraz siła podłużna

$$(4.9) \quad N_{kr} = S_r + H_{k-1}^S.$$

Moment ten i siłę możemy zastąpić przez siłę podłużną N_{kr} działającą na ramieniu e .

W sile tej występuje jednak nieznaną rozpór H_{k-1}^S , który może być wyznaczony dopiero po określeniu przebiegu tras kabli w słupie i ryglu. Ze względu na to, że rozpór ten jest na ogół w porównaniu z S_r mały, to do wyznaczenia związku pomiędzy trasą kabla a linią ciśnienia pomijamy go i otrzymujemy przybliżone wartości momentu zginającego i siły podłużnej, określone za pomocą wzorów

$$(4.10) \quad M_k'' = S_r e, \quad N_{kr} = S_r.$$

W słupie występuje od sprężenia siła podłużna

$$(4.11) \quad N_{ks} = S_s$$

oraz moment zginający w odległości z od podpory

$$(4.12) \quad M_{k-1,k} = S_s y + M_{wz} = S_s y + M_{k-1}^S - H_{k-1}^S z.$$

Moment ten i siłę możemy zastąpić przez siłę S_s działającą na ramieniu e , czyli moment

$$(4.13) \quad M_{k-1,k} = S_s e$$

oraz siłę podłużną określoną za pomocą wzoru (4.11).

Równanie linii ciśnienia e w ryglu i słupach przyjmujemy korzystając z obwiedni granicznych (o których będzie mowa dalej) lub bezpośrednio z warunków na naprężenia. Następnie, pamiętając że M_{k-1}^S i H_{k-1}^S są funkcjami sił sprężających S_r i S_s oraz parametrów określających trasy kabli w ryglu i słupach, wyznaczamy te parametry z układu dwóch równań na trasy kabli w ryglu i słupach o postaci

$$(4.14) \quad \begin{aligned} y &= e - \frac{M_{wz}}{S_r} = e + \frac{H_{k-1}^S h - M_{k-1}^S}{S_r}, \\ y &= e - \frac{M_{wz}}{S_s} = e + \frac{H_{k-1}^S z - M_{k-1}^S}{S_s}, \end{aligned}$$

wynikających z przyrównania do siebie momentów M_k'' określonych za pomocą wzorów (4.8) i (4.10)₁ oraz momentów $M_{k-1,k}$ określonych za pomocą wzorów (4.12) i (4.13). Wyznaczając parametry otrzymujemy jednocześnie trasy kabli. Z równania (4.14)₁ widać, że trasa kabla w ryglu jest przesunięta w stosunku do linii ciśnienia o wartość stałą równą

$$w = - \frac{M_{wz}}{S_r} = \frac{H_{k-1}^S h - M_{k-1}^S}{S_r}.$$

Z równania (4.14)₂ wynika, że trasa kabla w słupie jest przesunięta w stosunku do linii ciśnienia o wielkość zmienną liniowo:

$$u = - \frac{M_{wz}}{S_s} = \frac{H_{k-1}^S z - M_{k-1}^S}{S_s}.$$

W przypadku szczególnym sprężenia tylko rygla, gdy przyjmiemy linię ciśnienia w ryglu w postaci dowolnej ale symetrycznej względem osi symetrii rygla krzywej o równaniu

$$e = e_0 + f(x),$$

spełniającej warunki brzegowe takie, że dla $x = 0$ i $x = l$ będzie $e = e_0$ (e_0 oznacza mimośród linii ciśnienia w osiach słupów) równanie trasy kabla w ryglu będzie miało postać [por. wzór (4.14)₁]

$$y = e_0 + f(x) + \frac{H_{k-1}^S h - M_{k-1}^S}{S_r} = e_0 + f(x) - \frac{M_{wz}}{S_r}.$$

Wprowadzając oznaczenie

$$(4.15) \quad y_0 = e_0 - \frac{M_{wz}}{S_r}$$

otrzymamy równanie trasy kabla w postaci

$$(4.16) \quad y = y_0 + f(x).$$

Ponieważ dla $x = 0$ i $x = l$ otrzymamy $y = y_0$ (tak została dobrana funkcja $f(x)$), więc y_0 oznacza mimośród trasy kabla w osiach słupów. Ustalmy linię ciśnienia od sprężenia rygla w postaci paraboli

$$e = e_0 - \frac{4f}{l^2} x(l-x).$$

Równanie trasy kabla w ryglu będzie miało wobec tego postać

$$(4.17) \quad y = y_0 - \frac{4f}{l^2} x(l-x).$$

Korzystając z tablicy 2 (rys. 8) oraz ze wzorów (4.6) i (4.7) otrzymujemy moment wzbudzony w postaci

$$(4.18) \quad M_{wz} = - \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} \right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} S_r y_0 +$$

$$+ \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} (\alpha_k + 2\beta_{ks})}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} h_k S_r + \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} \right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} \left(\frac{8f}{l^2} S_r \right) \frac{l^2}{12}.$$

Podstawiając (4.18) do (4.15) otrzymujemy równanie

$$y_0 = e_0 + \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} \right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} y_0 - \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} (\alpha_k + 2\beta_{ks})}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} h_k -$$

$$- \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} \right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} \cdot \frac{2}{3} f,$$

z którego wyznaczamy

$$(4.19) \quad y_0 = \frac{e_0 - \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} (\alpha_k + 2\beta_{ks})}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} h_k - \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k}\right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} \cdot \frac{2}{3} f}{1 - \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k}\right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}}$$

Podstawiając następnie y_0 do równania (4.17) otrzymujemy równanie trasy kabla. Dla założonej linii ciśnienia w postaci prostej o równaniu

$$e = e_0$$

równanie trasy kabla będzie miało postać

$$y = y_0 = \frac{e_0 - \frac{3\delta_k}{\alpha_k} \frac{\alpha_k + 2\beta_{ks}}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} h_k}{1 - \frac{2 \left(1 + 3 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k}\right)}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}}}$$

Wskutek przyjęcia założeń upraszczających określonych za pomocą wzorów (4.10) może się zdarzyć, że po wyznaczeniu ze wzorów (4.14) tras kabli ostateczne naprężenia w którymś z przekrojów mogą przekroczyć naprężenia dopuszczalne. Przekroczenia te nie powinny jednak być duże, a wyeliminować je można wprowadzając odpowiednie poprawki w przebiegu tras kabli.

Trasy współbieżne kabli. Trasa współbieżna powinna spełniać następujące warunki: (1) pokrywać się z linią ciśnienia od sprężenia oraz (2) nie wywoływać reakcji. Okazuje się, że w konstrukcjach ramowych więcej niż jednokrotnie statycznie niewyznaczalnych możemy zrealizować tylko warunek (1) ewentualnie oba warunki, ale w sposób niepełny, tj. dopuszczając istnienie reakcji wzbudzonych od skrócenia rygla i dopuszczając przesunięcie linii ciśnienia w stosunku do trasy kabla wywołane tym skróceniem.

W przeprowadzonych niżej rozważaniach nazwiemy «współbieżną» trasę spełniającą oba warunki oraz «niepełną współbieżną», gdy dopuści się istnienie wywołanych skróceniem rygla reakcji i wywołane tym skróceniem przesunięcie linii ciśnienia od sprężenia w stosunku do trasy kabla. Poza tym biorąc pod uwagę fakt, że w omawianych konstrukcjach stosuje się sprężenie rygli i słupów oddzielnymi kablami i ogólnie rzecz biorąc różnymi siłami sprężającymi, określimy warunki współbieżności osobno dla tras kabli w ryglu i słupach. Wyznaczone z tych warunków

trasy będą współbieżne zawsze, tj. niezależnie od wzajemnego stosunku sił sprężających rygle i słupy.

W przypadku omawianej przez nas konstrukcji oba warunki współbieżności są dla piętra k spełnione, gdy osobno siły podłużne wzbudzone i momenty wzbudzone od sprężenia rygla oraz siły podłużne wzbudzone i momenty wzbudzone od sprężenia słupów są równe zeru.

Jeżeli teraz zgodnie z tym co dla symetrycznego sprężenia ramy podano uprzednio napiszemy moment wzbudzony od sprężenia (rygla lub słupa) w ryglu k -ym w postaci

$$M_{wz} = M_{k-1}^S - H_{k-1}^S h,$$

a siłę wzbudzoną w ryglu k -ym w postaci

$$N_{wz,r} = H_{k-1}^S$$

oraz moment wzbudzony w słupie k -ym w postaci

$$M_{wz} = M_{k-1}^S - H_{k-1}^S z,$$

a siłę wzbudzoną w słupie k -ym w postaci

$$N_{wz,s} = 0,$$

to żądane warunki sprowadzą się do wzorów

$$(4.20) \quad H_{k-1}^S = 0, \quad M_{k-1}^S = 0.$$

W przypadku układu złożonego z szeregu ram jednopiętrowych wspartych na sobie przegubowo równość $M_{k-1}^S = 0$ wynika z przyjętego schematu konstrukcji i warunek współbieżności tras kabla jest określony jedynie za pomocą wzoru $H_{k-1}^S = 0$. Warunek ten np. dla prostoliniowej trasy kabla w słupie prowadzi do rozwiązań

$$(4.21) \quad m = 0, \quad n = 0 \quad \text{lub} \quad m = -2n,$$

gdzie m i n oznaczają odpowiednio mimośrodowość trasy kabla na podporze i w narożu ramy (por. np. [6 i 18] oraz tablicę 6 pracy [17]).

Dla trasy kabla w ryglu będącej dowolną krzywą o rzędnych y ze wzorów (4.6), rys. 8, oraz tablicy 6 pracy [17] otrzymujemy

$$(S_r y_0 - M_{utwq}) + \delta_k h_k S_r = 0.$$

Gdy krzywa jest parabolą drugiego stopnia o równaniu

$$(4.22) \quad y = y_0 - \frac{4f}{l^2} x(l-x),$$

otrzymujemy warunek współbieżności w postaci

$$(4.23) \quad y_0 = \frac{2}{3} f + \delta_k h_k.$$

W przypadku ramy monolitycznej lub układu złożonego z szeregu ram jedno-
piętrowych całkowicie zamocowanych jedyną współbieżną trasą kabla w słupie
będzie, zgodnie ze wzorami zestawionymi w tabelicy 2, trasa spełniająca warunki

$$(4.24) \quad m = 0, \quad n = 0,$$

tj. pokrywająca się z osią słupa.

Natomiast wyznaczenie dla tych przypadków współbieżnej trasy kabla w ryglu
nie jest możliwe. Jeżeli bowiem np. dla ramy monolitycznej przyjmujemy trasę kabla
w ryglu w postaci dowolnej krzywej o rzędnych y , to ze wzoru (4.6), rys. 8, oraz
tabelicy 2 otrzymamy warunki (4.20) w postaci równań

$$(4.25) \quad S_r y_0 - M_{utw a} - \frac{3\delta_k}{\alpha_k} (1 + \alpha_k) h_k S_r = 0,$$

$$3 \left(1 + 2 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} \right) (S_r y_0 - M_{utw a}) \frac{1}{h_k} - \frac{3\delta_k}{\alpha_k} (1 + 2\alpha_k + 2\beta_{ks}) S_r = 0,$$

które przy dowolnych wartościach α_k i β_{ks} nie mogą być jednocześnie spełnione.

Spełniając natomiast warunek

$$(4.26) \quad S_r y_0 - M_{utw a} = 0$$

otrzymamy niepełną współbieżną trasę kabla, bowiem siła podłużna wzbudzona
i moment wzbudzony będą już tylko wywołane skróceniem rygla, co wynika ze
wzorów (4.25).

Warunek (4.26) prowadzi w przypadku trasy będącej parabolą 2 stopnia o rów-
naniu (4.22) do związku

$$S_r y_0 - \left(\frac{8f}{l^2} S_r \right) \frac{l^2}{12} = 0,$$

skąd otrzymujemy

$$(4.27) \quad y_0 = \frac{2}{3} f.$$

Pomijając teraz, jako bardzo mały, wpływ siły podłużnej wzbudzonej w ryglu
na wielkość siły podłużnej w ryglu, czyli przyjmując $N_{kr} = S_r$, otrzymujemy prze-
sunięcie trasy kabla w ryglu w stosunku do linii ciśnienia niezależne od parametrów
określających trasę kabla:

$$w = - \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} (\alpha_k + 2\beta_{ks})}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} h_k.$$

Jak widzimy również i to przesunięcie jest wywołane tylko skróceniem rygla. Jedynie
w słupach, w których moment od sprężenia rygla w przekroju oddalonym o z od
podpory jest równy

$$M_{k-1, k} = \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} [-(1 + \alpha_k) h_k + (1 + 2\alpha_k + 2\beta_{ks}) z] S_r}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}},$$

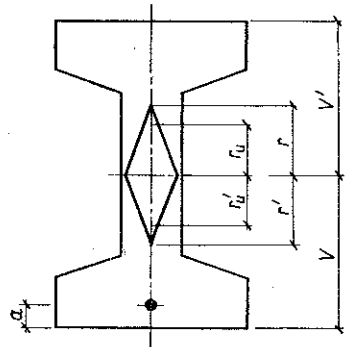
otrzymujemy przy współbieżnej trasie kabla w słupie pokrywającej się z osią słupa rzędne linii ciśnienia w słupie od sprężenia zależne nie tylko od skrócenia rygla, lecz i od stosunku sił sprężających rygla i słupy.

Określone są one za pomocą wzoru

$$e = \frac{3 \frac{\delta_k}{\alpha_k} [-(1 + \alpha_k) h_k + (1 + 2\alpha_k + 2\beta_{ks}) z] S_r}{2 + 6 \frac{\beta_{ks}}{\alpha_k} + \alpha_k + 4\beta_{ks}} \frac{S_r}{S_s}$$

Obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia.

Obwiednie te dla omawianego przypadku ramy wielopiętrowej można określić jedynie w sposób przybliżony, wprowadzając założenia upraszczające określone za pomocą wzorów (4.10). Po wyznaczeniu promieni rdzeni uogólnionych (r'_{u_0} , r'_{u_1} , r'_{u_2} i r'_{u_3}) w poszczególnych stanach obciążenia (rys. 9 i [8]) określamy z warunków na naprężenia warunki na rzędne e linii ciśnienia od sprężenia (por. np. [16]):



Rys. 9

a) w stanie początkowym

$$(4.28) \quad e > -r'_{u_0} - \frac{M_0 + N_0 r'_{u_0}}{S_0},$$

$$e < r_{u_0} - \frac{M_0 - N_0 r_{u_0}}{S_0};$$

b) w stanie bezużytkowym

$$(4.29) \quad e > -r'_{u_1} - \frac{M_1 + N_1 r'_{u_1}}{S},$$

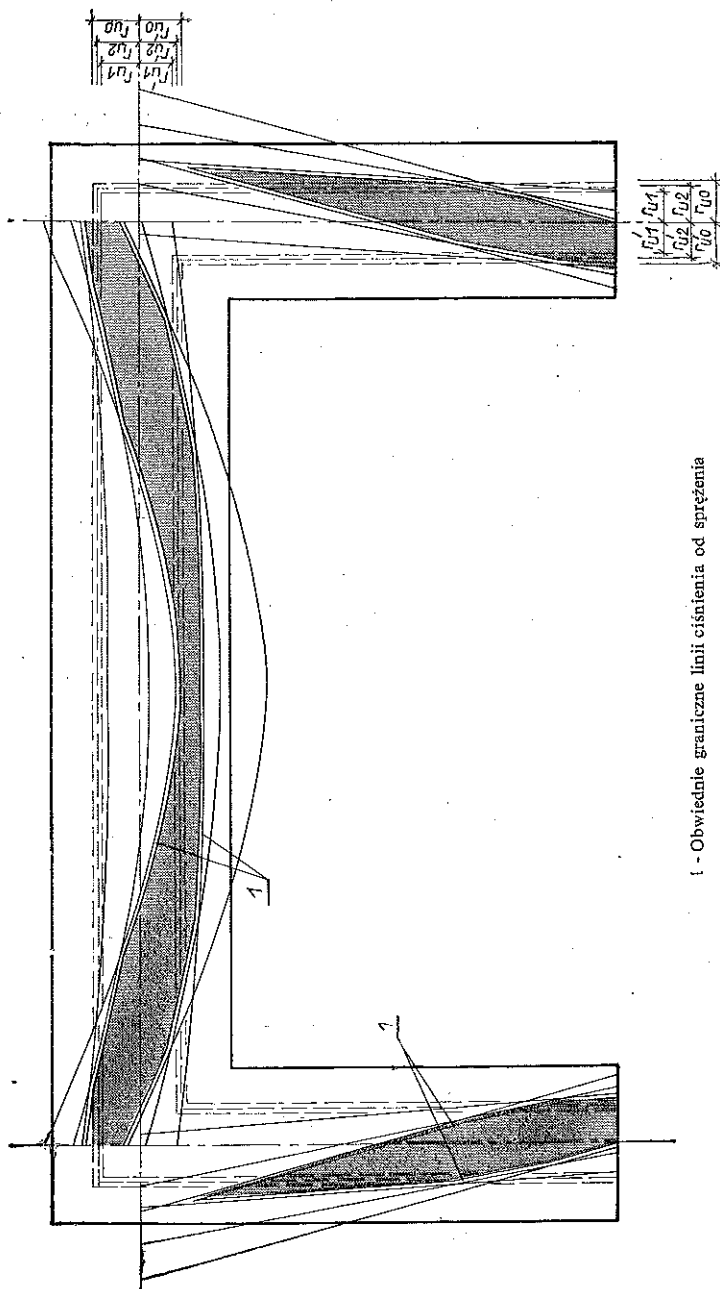
$$e < r_{u_1} - \frac{M_1 - N_1 r_{u_1}}{S};$$

c) w stanie użytkowym

$$(4.30) \quad e > -r'_{u_2} - \frac{M_2 + N_2 r'_{u_2}}{S},$$

$$e < r_{u_2} - \frac{M_2' - N_2' r_{u_2}}{S}.$$

W nierównościach (4.28), (4.29) i (4.30) M_0 , M_1 , M_2 oraz N_0 , N_1 i N_2 oznaczają momenty zginające i siły podłużne w poszczególnych stanach obciążenia, przy czym



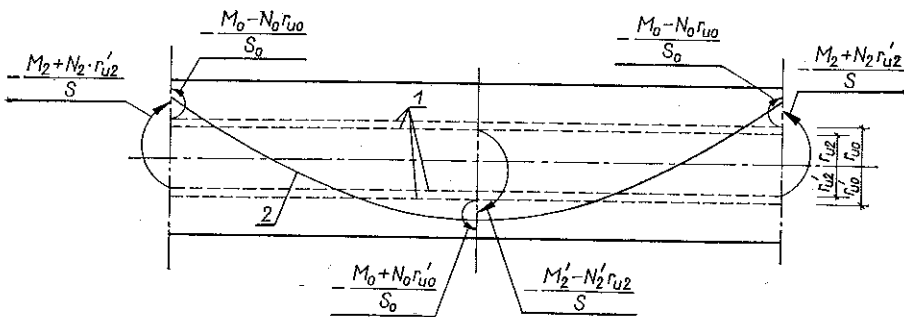
1 - Obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia

Rys. 10

M_2 oznacza moment minimalny, M'_2 moment maksymalny, a N_2 i N'_2 są odpowiadającymi im siłami podłużnymi w stanie użytkowym obciążenia; S_0 i S oznaczają siły sprężające w stanie początkowym oraz bezużytkowym i użytkowym obciążenia.

Jeżeli we wzory (4.28), (4.29) i (4.30) wprowadzimy zamiast znaków nierówności znaki równości, to otrzymamy równania sześciu funkcji. Po ich wykreśleniu i po przeprowadzeniu odpowiedniej analizy nierówności (4.28), (4.29) i (4.30) określamy, które z gałęzi sześciu krzywych wyznaczają obwiednie graniczne. Gałęzie te oznaczono na rys. 10 liniami podwójnymi.

W celu maksymalnego wykorzystania naprężeń prowadzimy na ogół linie ciśnienia stycznie do obwiedni w miejscach występowania ekstremalnych momentów, tj. w środku rygła, w narożach ramy i w przekrojach podporowych, czyli tak aby strzałki linii ciśnienia były jak największe.



1 - granice rdzeni uogólnionych, 2 - linia ciśnienia od sprężenia

Rys. 11

W większości przypadków zamiast wykreślenia obwiedni granicznych wystarczy odłożyć od granic rdzeni uogólnionych w miejscach występowania ekstremalnych momentów wektory: od dolnej granicy wektory $-(M + Nr'_u)/S$, a od górnej $(M - Nr_u)/S$ zgodnie z rys. 11 (por. [5]). W przypadku przedstawionym na rys. 11 decydowały stany obciążenia początkowy i użytkowy. Linia ciśnienia powinna tu przebiegać pomiędzy oznaczonymi na rysunku punktami otrzymanymi przez odpowiednie odłożenie wektorów.

W tym miejscu wypada jeszcze nadmienić, że wykres linii ciśnienia od sprężenia musi ponadto odpowiadać warunkowi nieprzekroczenia przez trasę kabla obrysu belki. Warunek ten dla trasy kabla w ryglu o rzędnych y można napisać w postaci

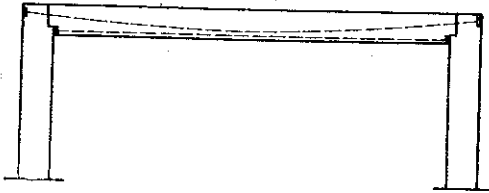
$$(4.31) \quad -(v - a) \leq y \leq v' - a,$$

gdzie v i v' oznaczają zgodnie z rys. 9 odległości skrajnych włókien od środka ciężkości, a oznacza minimalną odległość osi kabla od skraju belki.

4.6. Wytyczne do projektowania. *Wybór rodzaju konstrukcji i systemu sprężania.* Względy ekonomiczne oraz prostota wykonania przemawiają w pierwszym rzędzie za zredukowaniem operacji sprężania do minimum. W związku z tym wydaje się najwłaściwsze stosowanie sprężenia wyłącznie w ryglach ramownic. Jest to możliwe wtedy, gdy zastosujemy smukłe słupy, bowiem takim słupom towarzyszą stosun-

kowo małe momenty w narożach i naprężenia rozciągające w słupach mogą być wtedy przejęte przez zbrojenie niesprężające.

Szczególnie korzystne jest zastosowanie w omawianych urządzeniach elementów prefabrykowanych. Zalety prefabrykacji są powszechnie znane, a osiągnięcie sztywnych połączeń rygli ze słupami nie nastęca tu żadnych trudności. Sprężając bowiem prefabrykowane rygle kablami zakotwionymi w słupach (betonowanych na miejscu lub również prefabrykowanych) otrzymujemy w prosty sposób przez zastosowanie zwykłych styków rozpór i słupów złącza monolityczne.



Rys. 12

Zastosowanie prefabrykatów pozwala również spręzać tylko rygle i wówczas, gdy słupy są sztywne. Redukcję momentów w narożach ramy przeprowadzamy wtedy ustawiając część obciążeń stałych (płyty stropowe) na ryglu, gdy pracuje on jako belka swobodnie podparta. W celu przeniesienia tych obciążeń rygiel powinien

być wstępnie sprężony, jak to przedstawia rys. 12 [9], a ostateczne sprężenie rygla, dzięki któremu osiąga się ramę monolityczną, powinno nastąpić dopiero po ustawieniu wyżej wymienionych obciążeń.

Decydując się na konstrukcję prefabrykowaną dążymy do zastosowania jednakowych elementów, tj. dążymy do zastosowania jednakowych wysokości wszystkich kondygnacji, przekrojów rygli, przekrojów słupów oraz cięgien sprężających i tras kabli.

Niżej omówimy warunki, przy jakich spełnienie powyższych postulatów będzie możliwe.

Kryteria doboru wzajemnego stosunku sztywności rygli i słupów. O wyborze wzajemnego stosunku sztywności rygli i słupów decyduje wybrany typ konstrukcji i system jej sprężania oraz warunek ekonomiczności. Stosując bowiem np. sprężenie tylko w ryglach musimy zastosować odpowiednio smukłe słupy (por. uwagi poprzednie).

Okazuje się, że za zastosowaniem smukłych słupów przemawia również warunek ekonomicznego zaprojektowania przekrojów. Żeby się o tym przekonać, analizujemy rozkład momentów od obciążeń zewnętrznych w ryglu k ramy.

Dla skrajnych przypadków podparcia rygla przy uwzględnieniu tylko obciążeń ciągłych pionowych otrzymamy: przy nieskończone sztywności słupów — moment na podporze równy $-ql^2/12$, moment w przęśle równy $ql^2/24$; przy podparciu przegubowym moment na podporze równy zeru, w przęśle równy $ql^2/8$.

Tak więc przy obciążeniu tylko pionowym właściwie założony stosunek sztywności poszczególnych rygli do sztywności poszczególnych słupów powinien (przy zastosowaniu przekrojów przyrównanych rygla) wywołać momenty na podporach rygli równe $-ql^2/16$, w przęsłach $ql^2/16$. Ponieważ jednak na wielkość momentu podporowego wpływa, poza obciążeniami pionowymi, również i wiatr, musimy dobrać stosunek sztywności rygli do sztywności słupów tak, aby przekroje pod-

porowe mogły przenieść i momenty od wiatru. W tym celu musimy założyć bardziej smukłe słupy. Otrzymamy wtedy zmniejszenie bezwzględnej wartości momentu podporowego od obciążeń pionowych oraz zwiększenie momentu przęsłowego.

W zależności od mniej lub więcej trafnego założenia wzajemnego stosunku sztywności rygli do słupów będziemy mogli wyznaczyć ich przekroje z pierwszego rozwiązania ramy, bądź też chcąc zaprojektować konstrukcję bardziej ekonomicznie trzeba będzie obliczenia powtórzyć.

W związku z tym dobrze jest przeprowadzić pierwsze obliczenia w sposób przybliżony. Przy przyjęciu dla wszystkich pięter ramy jednakowych długości i przekrojów elementów możemy przy wyznaczaniu momentów od obciążeń przykładowych w trakcie wznoszenia konstrukcji skorzystać ze wzorów (4.4) (są to wzory ścisłe dla górnych pięter ramy) oraz z tablicy 2 i tablicy 4 pracy [17]. Momenty pochodzące od wiatru możemy wyznaczyć stosując wzory przybliżone podane np. przez ŻEMOCZKINA [22]. Najtrudniej jest tutaj określić w sposób przybliżony rozkład momentów od obciążeń ustawionych po całkowitym wzniesieniu konstrukcji.

Nie istnieje właściwie żadna metoda, która by pozwoliła dobrać *a priori* stosunki sztywności rygli do sztywności słupów tak, aby po wyznaczeniu rozkładu momentów i dokonaniu doboru przekrojów (zachowując przy tym założone stosunki) wszystkie przekroje były jednakowo wykorzystane. Tak jak we wszystkich konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych musimy i tutaj albo pogodzić się z niezupełnie ekonomicznym rozwiązaniem, albo też obliczenia przeprowadzić więcej niż jednokrotnie. W związku z tym przy doborze wstępnych założeń należy się kierować doświadczeniem praktyki inżynierskiej.

Kryteria możliwości zastosowania jednakowych elementów na wszystkich kondygnacjach. Jest rzeczą niewątpliwą, że zrezygnowanie z drobnych oszczędności na materiale, oszczędności, które można byłoby uzyskać dobierając przekrój każdego elementu odpowiednio do występujących w nim ekstremalnych momentów na korzyść zastosowania jednakowych elementów na wszystkich kondygnacjach ramy prowadzi, szczególnie w przypadku zastosowania prefabrykatów, do bardziej ekonomicznego rozwiązania.

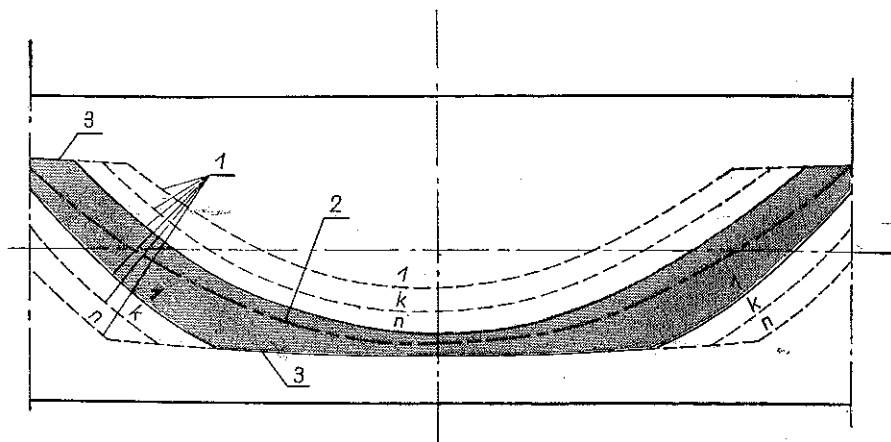
Zastanówmy się teraz, czy i kiedy zastosowanie jednakowych elementów (rozumiemy pod tym określeniem jednakowych długości, przekrojów, cięgien sprężających i tras kabli) jest możliwe.

Zastosowanie jednakowych przekrojów wszystkich rygli wymaga zaprojektowania ich przekroju na maksymalną z maksymalnych bezwzględnych wartości momentów występujących w poszczególnych ryglach. To samo dotyczy słupów.

Zastosowanie jednakowych sił sprężających wszystkie rygle może być w przypadku ich jednakowych przekrojów spełnione automatycznie (por. określenie siły właściwej w [13]).

Przyjęcie we wszystkich ryglach jednakowych tras kabli jest możliwe, jeżeli będzie istniał wspólny obszar wewnątrz wykreślonych dla poszczególnych rygli obwiedni granicznych linii ciśnienia od sprężenia (por. rys. 13). Będziemy bowiem wtedy mogli przeprowadzić w tym obszarze linię ciśnienia od sprężenia wspólną dla

wszystkich rygli, a zakładając że momenty wzbudzone są we wszystkich piętrach rami w przybliżeniu równe (przy jednakowych siłach sprężających; trasach kabli, przekrojach rygli, przekrojach słupów i stałej wysokości pięter są one, z wyjątkiem dwóch, trzech dolnych pięter rami równe), otrzymamy na podstawie wykreślonej linii ciśnienia trasę kabla wspólną dla wszystkich rygli [por. (4.14)₁].



1 - Obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia w stanie użytkowym, 2 - linia ciśnienia od sprężenia, 3 - obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia w stanie początkowym

Rys. 13

Okazuje się, że istnienie takiego wspólnego obszaru jest możliwe, jeśli w przekrojach, w których występują ekstremalne momenty, decydującymi przy projektowaniu tras kabli będą stany początkowy i użytkowy obciążenia. Jeśli bowiem określimy jednakowe przekroje wszystkich rygli, a obciążeniem w stanie początkowym będzie ich ciężar własny plus ewentualnie jednakowa dla wszystkich rygli część obciążenia stałego, działające na rygiel, będący belką swobodnie podparta, to w stanie początkowym obciążenia otrzymamy wspólne dla wszystkich rygli granice rdzeni uogólnionych i obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia będą przebiegać we wszystkich ryglach jednakowo. W związku z tym będzie istniała prawie stuprocentowa możliwość poprowadzenia wspólnej dla wszystkich rygli trasy kabla (jedyny kłopot może nam tu sprawić nieco różny moment wzbudzony w dolnych piętrach rami). Wspólny obszar, wewnątrz którego poprowadzimy linię ciśnienia od sprężenia, będzie wtedy zawarty w przekroju przypodporowym rygla między obwiednią graniczną w stanie początkowym (stałą dla wszystkich rygli), a obwiednią graniczną w stanie użytkowym wykreśloną dla rygla o największej bezwzględnej wartości momentu podporowego, natomiast w środku przęsła — między obwiednią graniczną w stanie początkowym, a obwiednią graniczną w stanie użytkowym, wykreśloną dla rygla o największej wartości momentu przęsłowego.

Przy miarodajności stanów bezużytkowego i użytkowego obciążenia nie możemy mieć stuprocentowej pewności, czy obszar taki istnieje; wtedy bowiem nie tylko obwiednie graniczne linii ciśnienia od sprężenia w stanie użytkowym, ale i w stanie bezużytkowym będą dla różnych rygli różne.

Dla ilustracji omawianego problemu przedstawiono szkicowo (rys. 13) wspólny obszar zawarty między obwiedniami linii ciśnienia od sprężenia wykreslonymi dla poszczególnych rygli ramy (żeby nie zaciemniać rysunku poprowadzono je tylko dla rygli piętra 1, k i n). Na rysunku tym przedstawiono również poprowadzoną w tym obszarze linię ciśnienia od sprężenia. Obwiednie graniczne w stanie użytkowym obciążenia, wyznaczające omawiany obszar, zostały poprowadzone odpowiednio do występujących w ramie ekstremalnych momentów. Założono przy tym jednakowe obciążenia pionowe wszystkich rygli oraz uwzględniono wpływ wiatru.

Odpowiednie obwiednie w stanie początkowym obciążenia są tu dla wszystkich rygli stałe.

Nie ulega tu oczywiście kwestii, że istnieje możliwość zastosowania jednakowych elementów na wszystkich kondygnacjach i w szeregu innych poza wyżej wymienionym przypadkiem.

Przypadków tych nie możemy już jednak sklasyfikować w sposób ogólny.

5. Uwaga końcowa

Na podstawie przeprowadzonych rozważań zaleca się przy projektowaniu wielopiętrowych ram sprężonych co następuje:

- 1) stosować elementy prefabrykowane,
- 2) stosować sprężenie tylko w ryglach (smukłe słupy) kablami zakotwionymi w słupach,
- 3) stosować prefabrykowane elementy stropowe, układane w trakcie wznoszenia konstrukcji,
- 4) stosować na wszystkich kondygnacjach jednakowe elementy (długość, przekroje, ciągną sprężające i trasy kabli),
- 5) obliczenia przeprowadzać w oparciu o metodę wyznaczania sił wewnętrznych podaną w pracy [17] oraz o sformułowane w niniejszej pracy podstawy projektowania.

Literatura cytowana w tekście

1. I. S. ARLETT, *Prestressed concrete portal frames*, Congrès International du Béton Précontraint, Gand 1951, No B, 37.
2. S. CLAUDE, P. LAMBERT, *Une application de la précontrainte. Réalisation de planchers dans un Grand Magasin Parisien*, Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, Mars-Avril 1954.
3. B. W. CRACKNELL, W. A. KNIGHT, *The analysis of prestressed concrete statically indeterminate structures*, Symposium September 1951, The Cement and Concrete Association, London.
4. Y. A. GUYON, *A theoretical treatment of continuity in prestressed concrete*, Symposium September 1951, The Cement and Concrete Association, London.
5. Y. A. GUYON, *Béton précontraint*, V. I, II, Paris 1958.
6. Y. A. GUYON, *Étude sur les poutres continues et sur certains systèmes hyperstatiques en béton précontraint*, Ann. ITBTP 1945, No 8.
7. D. JEVIĆ, *Contribution au calcul des moments parasites dans les systèmes hyperstatiques en béton précontraint*, Revue Précontrainte, No 1, 1955.

8. S. KAUFMAN, I. MAMES, *Uogólniony rdzeń przekroju w belce wstępnie sprężonej*, Arch. Inżyn. Łądowej, 3/4, 1 (1955).
9. G. O. KEE, S. JAMPÉL, *Continuity using post-tensioned hightensile alloy steel bars*, Symp. prestres. Concr. Stat. Ind. Struct., London 1951.
10. S. KLIMEK, *Ocena zrealizowanych wielopiętrowych obiektów przemysłowych z kablobetonu*, Przegląd Budowlany i Budownictwo Mieszaniowe, 2, 1962.
11. G. MAGNEL, *Continuity in prestressed concrete*, Symp. Prestr. Concr. Stat. Ind. Struct., London 1951.
12. G. MANGEL, *Le béton précontraint*, Gand 1953.
13. I. MAMES, *Sprężona belka ciągła. Analiza i projektowanie*, Arch. Inżyn. Łądowej, 4, 3 (1957).
14. B. NEUNERT, *Neubau des Verwaltungsgebäudes der Allianz Versicherungs*, Beton und Stahlbetonbau, Berlin 1954.
15. W. OLSZAK, *Konstrukcje wstępnie sprężone*, tom I, PWN, Warszawa 1955.
16. W. OLSZAK, S. KAUFMAN, C. EIMER, Z. BYCHAWSKI, *Teoria konstrukcji sprężonych*, cz. II, PWN, Warszawa 1961.
17. W. PAPROCKA-GRABCZYŃSKA, *Metoda jednoetapowego obliczania ram wielopiętrowych w przypadku uwzględnienia zmian schematu statycznego w trakcie wznoszenia konstrukcji*, Rozpr. Inżyn., 2 (1962).
18. W. PAPROCKA-GRABCZYŃSKA, *Studium pracy dwuprzegubowej ramy wstępnie sprężonej*, Inżynieria i Budownictwo, marzec 1959.
19. E. SHEPLEY, *Design and construction of a prestressed concrete framework*, Civil Engineering and Public Works Review, March, April 1954.
20. F. WALLEY, H. C. ADAMS, *Prestressed concrete as applied to building frames*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part III, V, 5, April 1956.
21. Z. ZIELIŃSKI, *Budynek prefabrykowany z trójkątów sprężonych*, Inżynieria i Budownictwo, 4 (1962).
22. Б. В. Жемочкин, Д. П. Пащевский, *Статика сооружений*, Москва 1950.

Резюме

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОДНОПРОЛЕТНЫХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ РАМ

В работе приводится решение вопроса о проектировании однопролетных предварительно напряженных многоэтажных рам, которые являются чаще всего применяемым элементом конструкции предварительно напряженных многоэтажных зданий. Обсуждаются конечные статические схемы этих конструкций, а также промежуточные схемы, соответствующие отдельным стадиям зданий во время их возведения. Приводится, кратко, способ определения внутренних усилий, вызванных нагрузками, прилагаемыми во время постройки. Этот способ описан в работе автора „Метод одноэтажного расчета многоэтажных рам, в случае учета изменений статической схемы во время возведения конструкции (см. Rozpr. Inżyn. 2, 10, 1962). Даются схемы нагрузки, заменяющие предварительное напряжение. Рассматриваются отдельные состояния нагрузки и критерии их достоверности, а также применяемые способы подбора сечений и напрягающих сил. Окончательно решен вопрос разметки арматуры основываясь на огибающих предельных линий давления от напряжения. При этом используются приведенные таблицы внутренних усилий на k -том этаже рамы; даются также указания для проектирования.

S u m m a r y

PRINCIPLES OF DESIGN OF SINGLE-BAY MULTI-STOREY
PRESTRESSED FRAMES

This paper presents a solution of the problem of design of a single-bay multi-storey prestressed frame of an element most commonly met with in prestressed multi-storey buildings. The final static systems of this structure and the intermediate ones through which the structure passes during assemblage are discussed. The author's method for determining the internal forces produced by loads applied in the course of construction, presented in her paper «A single-stage computation method of multi-storey frames, taking into account changes of the static system during the assemblage of the structure» [Rozpr. Inżyn., 2, 10 (1962)] is described in brief. The discussion includes load systems replacing the prestress. Particular states of loading are analysed as well as their validity criteria and methods for selecting cross-sections and prestressing forces. Finally the problem of cable location design is solved by means of a method based on limit envelopes of the pressure lines due to prestressing making use of tables of internal forces for k storey of the frame. Directions for design are given.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH
INSTYTUTU PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 12 kwietnia 1962 r.