

SUBLIMACJA PŁASKIEJ ŚCIANKI POD WPŁYWEM PROMIENIOWANIA GAZU
OGRZANEGO SILNĄ FALĄ UDERZENIOWĄ*)

JACEK KOPYSTYŃSKI (WARSZAWA)

1. Wstęp

Jednym z efektów, jaki zawsze towarzyszy rozchodzeniu się fali uderzeniowej w dowolnym ośrodku, jest podgrzewanie materiału ośrodka w obszarze pozostającym za tą falą. Gdy natężenie fali uderzeniowej jest dostatecznie duże, to podgrzewanie to może prowadzić do powstania tak wysokich temperatur, że w pewnych rozważaniach staje się istotny promienisty transport energii. Promieniowanie wysyłane jest we wszystkich kierunkach, a m.in. również w kierunku rozchodzenia się fali uderzeniowej. Dla obserwatora znajdującego się w obszarze przed falą można więc mówić o strumieniu promieniowania, wychodzącym z powierzchni fali uderzeniowej.

Zadaniem postawionym w tej pracy jest zbadanie pewnego modelu oddziaływania fali uderzeniowej, rozchodzącej się w ośrodku gazowym, na powierzchnię ciała stałego (lub cieczy). Powierzchnię tę w dalszym ciągu nazywamy ścianką. Interesować nas będzie taki przypadek, w którym strumień promieniowania padający na ściankę jest tak duży, że może powodować jej sublimację (lub wrzenie). W dalszym ciągu (zgodnie z założeniem i jego uzasadnieniem podanym w p. 3) nie będziemy odróżniać ścianki stałej od ciekłej. Przemianę fazową materiału ścianki w gaz nazywać będziemy zawsze sublimacją, a materiał, który jeszcze nie uległ sublimacji, określamy jako ciało stałe. Rozpatrywać będziemy zagadnienie jednowymiarowe, a zatem takie, w którym ścianka oraz fala uderzeniowa padająca na nią, a następnie odbijająca się od niej są płaszczyznami równoległymi do siebie. Przy takiej konfiguracji jedyną zmienną przestrzenną jest odległość x mierzona w kierunku prostopadłym do ścianki. Drugą zmienną niezależną jest oczywiście czas t ; zagadnienie jest więc niestacjonarne. Poszukiwanymi wielkościami są następujące:

- 1) rozkład temperatury $T_{st} = T_{st}(x, t)$ w całej objętości ciała stałego,
- 2) chwila t_s odpowiadająca początkowi wystąpienia sublimacji,
- 3) prędkość sublimacji $\dot{\xi} = \dot{\xi}(t)$, tj. prędkość, z jaką przemieszcza się powierzchnia sublimacji względem laboratoryjnego układu współrzędnych.

Zagadnienie jednowymiarowej przemiany fazowej zachodzącej na pewnej powierzchni, polegające na znalezieniu trzech powyższych wielkości, rozpatrywane było przez wielu autorów. Przytoczymy w tym miejscu tylko kilka prac, które wydają się najistotniejsze. Pierwsze podejście do problemu polegało na rozpatrzeniu przemiany fazowej na granicy dwóch faz tego samego materiału, przewodzących ciepło

*) Praca została wykonana w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN

wg prawa Fouriera w przypadku, gdy na pewnej ustalonej powierzchni utrzymywana jest dana, ale w ogólności zależna od czasu, temperatura (tzw. zagadnienie Neumana). Analityczne rozwiązanie tego zagadnienia istnieje jedynie w przypadku, gdy temperatura ta jest stała; podane jest ono w monografii H. S. CARSLAWA i J. C. JAEGERA [1]. W pracy O. P. SHARMA i in. [2] przedstawione są przybliżone metody rozwiązań w przypadku ogólnym. W problemie Neumana materiał, który uległ przemianie fazowej, pozostaje w dalszym ciągu w sąsiedztwie powierzchni przemiany i bierze udział w procesie przewodnictwa cieplnego. Stosowane jest również inne podejście do zagadnienia powierzchniowej przemiany fazowej, mianowicie takie, w którym przyjmuje się, że materiał, jaki uległ stopnieniu lub sublimacji, zostaje z powierzchni przemiany natychmiast usuwany [3 – 6]. Model taki znajduje zastosowanie w pracach dotyczących zagadnienia przejścia przez atmosferę pojazdów kosmicznych lub meteorów (problem powrotu — re-entry). Najbardziej ogólne ujęcie problemu powierzchniowej przemiany fazowej znajduje się w pracy S. J. CITRONA [5], który zastosował metodę kolejnych przybliżeń dla rozwiązania zagadnienia topnienia płaskiej płyty pod wpływem dowolnego zewnętrznego strumienia ciepła.

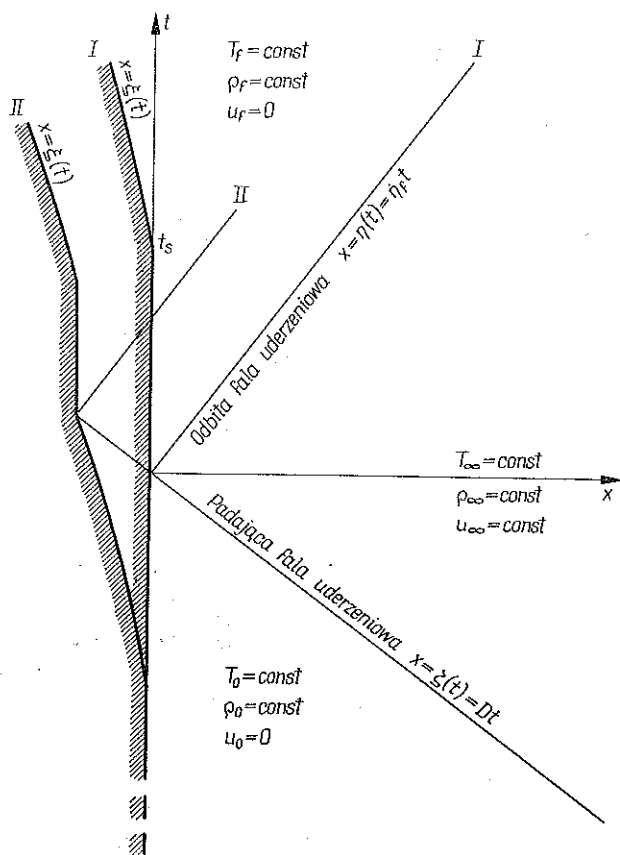
Autorowi tej pracy nie są znane teoretyczne publikacje dotyczące sublimacji ścianki pod wpływem strumienia promieniowania pochodzącego od gazu ogrzanego falą uderzeniową. Rozpatrzenie tego zagadnienia polega w zasadzie na dobraniu odpowiedniego modelu transportu promieniowania, a następnie na znalezieniu rozwiązania równania przewodnictwa w ciele stałym przy określonych warunkach brzegowo-początkowych; pod tym ostatnim względem jest ono w ogólności zbliżone do omówionych powyżej prac [3 i 4], a zwłaszcza do pracy J. S. CITRONA [5]. Należy podkreślić, że w interesującym nas przypadku sublimacji warunki fizyczne panujące na ściance nie są stałe, jak to zawsze dotychczas zakładano, lecz ulegają skokowym zmianom w czasie: gaz przylegający do ścianki ma inne parametry zanim fala padająca dotrze do ścianki, a inne po odbiciu się tej fali. Odpowiednio do tego występować będą dwie różne, odpowiadające różnym wartościom ciśnienia panującego na ściance, temperatury sublimacji ścianki.

Rozpatrywane w tej pracy zagadnienie sublimacji można traktować jako wyidealizowany model oddziaływania promieniowania ze ścianką w następujących dwóch zjawiskach fizycznych: 1) w przypadku dochodzenia silnej fali uderzeniowej do końca dostatecznie szerokiej (o średnicy znacznie większej od długości Rosselanda) rury uderzeniowej, a następnie jej odbicia się od tego końca, 2) w przypadku oddziaływania powstałej w wyniku bardzo silnego wybuchu fali uderzeniowej z płaską przegrodą, której rozmiary są małe w porównaniu z odległością od centrum wybuchu.

2. Jakościowy opis zjawiska

Dla opisanego odbicia fali uderzeniowej od ścianki można korzystać z kilku różnych układów współrzędnych: 1) układu związanego z poruszającą się falą uderzeniową (padającą lub odbitą), 2) układu laboratoryjnego, 3) układu związanego ze ścianką; do momentu rozpoczęcia sublimacji układ ten pokrywa się ze współrzędnymi laboratoryjnymi.

Dla scharakteryzowania przewodnictwa w ciele stałym będziemy korzystać z układu związanego ze ścianką. Zgodnie z tym, co powiedziano we wstępie, interesować nas będzie tylko zagadnienie jednowymiarowe, przedstawione schematycznie na rys. 1. Powierzchnie fal uderzeniowych oraz powierzchnia sublimacji są tu płaszczyznami równoległymi do płaszczyzny $x = 0$, a jedyną (prócz czasu) zmienną niezależną jest odległość od ścianki. Rysunek 1 ilustruje dwa możliwe przypadki

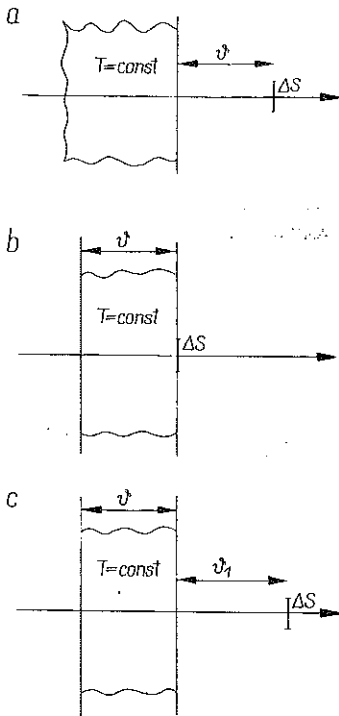


Rys. 1

odpowiadające różnym stałym materiałowym ścianki lub różnym ciśnieniom początkowym gazu sąsiadującego ze ścianką; sublimacja ścianki rozpoczyna się przed lub dopiero po odbiciu się fali. Jeżeli sublimacja zaczyna się przed dojściem fali do ścianki, to na skutek skokowego wzrostu ciśnienia za falą odbitą zostaje ona przerwana w momencie odbicia się fali i rozpoczyna się ponownie dopiero po pewnym skończonym czasie.

Niech fala uderzeniowa porusza się z nieskończoności z prędkością, której wartość wtedy, gdy fala jest nieskończenie daleko od ścianki, wynosi $D < 0$ (rys. 1). Zbliża się ona do ścianki ograniczonej z prawej strony płaszczyzną $x = 0$. Jako

początek rachuby czasu $t = 0$ przyjmujemy chwilę osiągnięcia przez falę powierzchni ścianki. Za falą uderzeniową temperatura gazu podnosi się ponad wartość, jaką miał on przed falą, i to tym bardziej im większe jest natężenie fali, którego miarą może być np. wartość $|D|$. Wobec tego przy dostatecznie silnej fali istotnego znaczenia w transporcie energii nabiera strumień promieniowania wychodzący z gorącego gazu, pozostającego za falą. Promieniowanie to częściowo dochodzi do ścianki (częściowo jest pochłaniane przez gaz znajdujący się przed falą padającą) powodując wzrost jej temperatury. Ponieważ temperatura za falą odbitą jest jeszcze wyższa niż była za falą padającą, to po odbiciu fali uderzeniowej (czyli dla czasu $t > 0$) rola promieniowania w transporcie energii do ścianki rośnie i proces podgrzewania jest podtrzymywany. Jeżeli strumień energii padający na ściankę jest dostatecznie silny, a odprowadzanie ciepła w głąb ścianki niezbyt duże, to temperatura ścianki w pewnej chwili t_s osiąga wartość T_s odpowiadającą temperaturze przejścia w stan gazowy. Temperaturę T_s nazywać będziemy umownie temperaturą sublimacji. Powstały



Rys. 2

z sublimacji gaz dostaje się do obszaru przepływu powodując jego zaburzenie; zmianie ulegają w ogólności parametry termodynamiczne, prędkość gazu i prędkość fal uderzeniowych. Ponadto od momentu t_s powierzchnia rozdziału faz przestaje być nieruchoma, lecz przemieszcza się z pewną prędkością $\xi < 0$. Wpływ sublimacji na przepływ jest od razu widoczny w zmienionej postaci warunku brzegowego dla prędkości gazu na ściance: składowa normalna prędkości jest różna od zera, podczas gdy przy odbiciu fali od nieruchomej sztywnej powierzchni prędkości normalna zawsze znika.

Opisane zjawisko przedstawione jest schematycznie na rys. 1 ilustrującym w płaszczyźnie x, t położenie ścianki i fali uderzeniowej (padającej lub odbitej), odpowiadające dwom możliwym momentom wystąpienia sublimacji ścianki. Rysunek ten przedstawia jedynie jakościowo obraz zjawiska i nie pokazuje w skali ani odległości, ani temperatury; w szczególności prędkość sublimującej ścianki jest wielokrotnie przesadzona w stosunku do prędkości fal uderzeniowych. Rysunek 1 przedstawia wyidealizowany przypadek, w którym fala padająca i odbita mają stałe prędkości wynoszące odpowiednio D oraz $\dot{\eta}_f$.

Na rys. 1 można wyróżnić kilka obszarów oraz ograniczających je linii. Omówimy je krótko ograniczając się dla ustalenia uwagi do przypadku oznaczonego przez I i wprowadzimy odpowiednie używane później oznaczenia:

1. Obszar $x \leq 0$ dla $t \leq t_s$ oraz $x \leq \xi(t)$ dla $t \geq t_s$ — ciało stałe o półnieskończonej grubości. Opisane jest ono przez współczynniki materiałowe ρ_{st} , c_{st} i κ_{st}

(lub $\chi_{st} = \kappa_{st}/\rho_{st} c_{st}$) oznaczające odpowiednio gęstość, ciepło właściwe, współczynnik przewodnictwa cieplnego (lub współczynnik przewodnictwa temperaturowego).

2. Linia $x = 0$ dla $t < t_s$ oraz $x = \xi(t)$ dla $t \geq t_s$ — powierzchnia rozdziału faz, na której $T_{st} < T_s$ dla $t < t_s$ oraz $T_{st} = T_s$ dla $t \geq t_s$. Charakterystyczną wielkością dla tej linii jest ciepło przemiany c_s .

3. Obszar $0 < x < \zeta(t) = Dt$ dla $t \leq 0$ — gaz przed (idealną) falą padającą.

4. Linia (prosta) $x = \zeta(t) = Dt$ dla $t \leq 0$ — powierzchnia (idealnej) fali padającej.

5. Linia (prosta) $x = \eta(t) = \dot{\eta}_f t$ dla $t \geq 0$ — powierzchnia (idealnej) fali odbitej.

6. Obszar $x > \zeta(t)$ dla $t \leq 0$ oraz $x > \eta(t)$ dla $t > 0$ — gaz za falą padającą ($t \leq 0$) lub przed falą odbitą ($t > 0$).

7. Obszar $0 < x < \eta(t)$ dla $0 < t < t_s$ oraz $\xi(t) < x < \eta(t)$ dla $t > t_s$ — gaz zawarty pomiędzy ścianką a odbitą falą uderzeniową. Obszar ten dla czasów $t > t_s$ zawiera również produkty sublimacji; w przypadku gdy nie uwzględnia się dyfuzyjnego mieszania gazu powstałego z sublimacji i gazu otaczającego, obszar ten ulega podziałowi na dwa obszary rozgraniczone powierzchnią rozdziału obu gazów.

Gaz zajmujący całą półprzestrzeń, znajdującą się na prawo (na rys. 1) od ścianki, opisany jest przez temperaturę T , gęstość ρ , prędkość u , koncentrację wagową c składnika przesublimowanego; wielkości te są funkcjami x, t . Współczynniki materiałowe: wykładnik adiabaty γ , masa cząsteczkowa M , droga swobodna promieniowania l ; są to w ogólności wielkości zależne od rodzaju gazu oraz od parametrów stanu T, ρ i c .

3. Założenia fizyczne

W punkcie tym podamy wszystkie używane później ograniczenia i założenia dotyczące modelu zjawiska, a więc własności ciała stałego, gazu i warunków początkowych konieczne do ustalenia wzoru dla strumienia promieniowania, padającego na ściankę, oraz do matematycznego sformułowania zagadnienia sublimacji. Założenia te wygodnie jest sklasyfikować w następujący sposób:

A. *Założenia dotyczące ciała stałego.* 1. Przewodnictwo cieplne w ciele stałym, które traktujemy jako obszar półnieskończony ($-\infty < x < \xi(t)$), podlega prawu Fouriera i opisane jest liniowym równaniem przewodnictwa. W chwili $t = -\infty$ temperatura ciała stałego wynosi $T_{st}(x, -\infty) = T_0$.

2. Współczynniki materiałowe ciała stałego ρ_{st} , c_{st} i κ_{st} są stałe.

3. Istnieje temperatura sublimacji T_s zależna tylko od rodzaju materiału ścianki i od ciśnienia zewnętrznego panującego na niej. Sublimacji towarzyszy pobieranie stałego ciepła przemiany c_s , którego wartość zależy tylko od rodzaju ścianki oraz od T_s .

Założenie istnienia temperatury sublimacji jest równoważne przyjęciu, że zanim temperatura ścianki nie osiągnie wartości T_s , to ścianka nie przekazuje masy do obszaru przepływu. Przyjęcie istnienia temperatury sublimacji jest w ogólności niedokładnym przybliżeniem, gdyż jak wiadomo parowanie względnie sublimacja

zachodzi w każdej temperaturze. Przy odpowiednim doborze rodzaju ścianki i warunków początkowych ciśnienie za falą odbitą może być tak wysokie (np. dla fal o prędkościach rzędu 10 km/s rozchodzących się w powietrzu pod ciśnieniem atmosferycznym ciśnienie za falą odbitą jest rzędu $10^4 - 10^5$ atm), że przewyższa ciśnienie krytyczne dla danego materiału ścianki. W tym przypadku za temperaturę sublimacji będziemy przyjmować temperaturę krytyczną dla danego materiału; gdy ścianka nagrzej się do tej temperatury, to na pewno zacznie przechodzić w stan gazowy.

Założenie dotyczące ciepła sublimacji wymaga również bliższego wyjaśnienia. Jak zaznaczono we wstępie, ścianka, od której odbija się fala, może być zarówno stała jak i ciekła. W przypadku ścianki z ciała stałego nie będzie nas interesować ewentualne powierzchniowe topnienie a następnie podgrzewanie i wrzenie stopionej warstwy. Wprowadzone założenie, że zachodzi przemiana fazy stałej w gazową, sprowadza mogącą istnieć w rzeczywistości strukturę warstwy przemiany fazowej do matematycznej powierzchni (J. I. MASTERS [6] rozpatruje w ogólnych zarysach przypadek występowania na powierzchni ciała stałego warstwy cieczy; zakłada on jednak, że strumień ciepła, dochodzący do ścianki od gazu, jest stały w czasie). Podczas przemiany fazowej materiału ścianki w gaz pobierane jest ciepło przemiany $c'_s = \text{const}$. W ogólności c'_s jest sumą ciepła topnienia, ciepła pobieranego przez jednostkę masy cieczy, gdy jej temperatura podwyższa się od temperatury topnienia do temperatury wrzenia, oraz ciepła parowania. Aby otrzymać efektywne ciepło przemiany c_s (w dalszym ciągu c_s nazywać będziemy ciepłem sublimacji), należy ewentualnie (gdy T_s jest dostatecznie duże) do zdefiniowanej powyżej wartości c'_s dodać energię potrzebną do zdysocjowania lub zjonizowania gazu powstałego z sublimacji. Jeżeli okaże się, że temperatura sublimacji równa jest temperaturze krytycznej, to w tym przypadku efektywne ciepło przemiany jest jedynie sumą ciepła dysocjacji i jonizacji, gdyż «termodynamiczne» ciepło przemiany c'_s w temperaturze krytycznej wynosi zero.

4. Zajmować się będziemy tylko przypadkiem, w którym sublimacja rozpoczyna się po odbiciu fali od ścianki, czyli temperatura sublimacji T_s zostaje osiągnięta w chwili $t_s > 0$.

B. *Założenia dotyczące oddziaływania pomiędzy gazem a ścianką.* 1. Ścianka oraz produkty sublimacji nie oddziałują w żaden sposób na parametry przylegającego do ścianki gazu, a więc w szczególności na strumień energii padającej na ściankę oraz na ciśnienie gazu w pobliżu ścianki.

2. Gaz oddziałuje na ściankę tylko przez a) przekazywanie jej pewnego strumienia energii, przy czym ścianka pochłania cały padający na nią strumień; b) wywieranie na nią pewnego ciśnienia, od wartości którego zależy temperatura sublimacji. Przy takich założeniach sprzężenie pomiędzy gazem a ścianką działa tylko w jedną stronę: od gazu do ścianki.

C. *Założenia dotyczące gazu i fal uderzeniowych.* 1. Gaz przylegający do ścianki zajmuje całą półprzestrzeń. Parametry jego w chwili $t = -\infty$ wynoszą: temperatura $T_0 = \text{const}$ (równa temperaturze początkowej ciała stałego), gęstość $\rho_0 = \text{const}$, prędkość $u_0 = 0$.

2. Gaz jest nielepki i nieprzewodzący ciepła na drodze molekularnej; jego ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem c_p , wykładnik adiabaty γ a także stopnie dysocjacji i jonizacji są stałe (w szczególności nie zależą od temperatury i ciśnienia). Gaz jest doskonały, czyli podlega równaniu stanu Clapeyrona

$$(3.1) \quad p = \rho RT, \quad R = \frac{R_0}{M},$$

gdzie $R_0 = 8,31796 \text{ J mol}^{-1} \text{ stop}^{-1}$ jest uniwersalną stałą gazową, a M oznacza masę cząsteczkową gazu (stałą w całej objętości gazu, ponieważ założono, że stopień dysocjacji gazu jest stały). Dla zorientowania w rzędzie wielkości występujących w różnych wzorach stałych współczynników liczbowych w konkretnych obliczeniach będziemy zawsze masę cząsteczkową gazu odnosić do masy cząsteczkowej zdysocjowanego powietrza $M_{\text{pow}} = 14,4 \text{ g mol}^{-1}$, a gęstość gazu do gęstości powietrza w warunkach normalnych $\rho_{\text{pow}} = 1,293 \text{ kg m}^{-3}$.

Przyjmujemy również, że $\gamma = 1,25$; taka wartość wykładnika adiabaty proponowana jest przez J. B. ZELDOWICZA i J. P. RAJZERA [7] dla gazu wysokozjonizowanego za jaki należy uważać gaz ogrzany silną falą uderzeniową. Przyjmowanie powyższych wartości dla M_{pow} i γ wprowadza duże błędy przy opisie gazu znajdującego się w obszarze przed falą padającą, dla którego naturalne byłoby raczej przyjęcie, że stopień dysocjacji cząsteczek wynosi zero (z czego wynikałoby, że dla powietrza $M_{\text{pow}} = 28,8 \text{ g mol}^{-1}$, $\gamma = 1,4$).

3. Transport energii promienistej w gazie odbywa się jedynie na drodze promieniowania ciągłego, a wpływ energetyczny promieniowania stanów dyskretnych jest pominięty. Według ZELDOWICZA [7] zastosowanie takiego przybliżenia daje wartość strumienia promieniowania różniącą się od wartości rzeczywistej co najwyżej o czynnik dwa. Jedynym parametrem charakteryzującym transport energii promienistej w gazie jest średnia (uśredniona po wszystkich częstościach widma) droga swobodna promieniowania l . Wielkość ta w gazie wysokozjonizowanym określona jest przybliżoną zależnością podaną przez ZELDOWICZA [7]: $l \sim T^{-\beta'} N^{-\beta''}$, gdzie $\beta' \sim 1,5 - 3$, $\beta'' \sim 1,6 - 1,9$, a N oznacza liczbę cząstek w jednostce objętości. Ponieważ w gazie o ustalonym stopniu dysocjacji i jonizacji gęstość ρ jest w przybliżeniu proporcjonalna do liczby cząstek N , więc mamy

$$(3.2) \quad l = l(\rho, T) \sim \rho^{-\beta''} T^{\beta'}.$$

Brak wyczerpujących tablic wielkości l w różnych gazach poważnie utrudnia przeprowadzenie obliczeń w konkretnych przypadkach. Drogę swobodną l w przypadku powietrza brać będziemy z tablic [8].

4. Fala padająca rozchodzi się ze stałą prędkością $D < 0$ w nieruchomym ($u_0 = 0$) ośrodku o gęstości ρ_0 i temperaturze T_0 równej temperaturze początkowej (tj. w chwili $t = -\infty$) ciała stałego. Fala jest na tyle silna, że $D^2 \gg \gamma RT_0$ oraz istotny jest promienisty transport energii z obszaru za falą.

Przyjmujemy jednocześnie, że ośrodek, w którym rozchodzi się fala, jest dostatecznie gęsty na to, aby można było pomijać gęstość energii promieniowania i ciśnienia promieniowania w porównaniu z masową gęstością energii i ciśnieniem hydrodynamicznym.

5. Fala padająca jest matematyczną powierzchnią nieciągłości gęstości i temperatury gazu oraz jego prędkości. Parametry gazu w obszarze za falą padającą (dla $t \leq 0$) oraz w obszarze przed falą odbitą (dla $t > 0$) są stałe i oznaczone wskaźnikiem ∞ . Są one związane ze stałymi u_0 , ρ_0 , t_0 i D przez warunki zgodności Rankine'a-Hugoniot'e'a, które w układzie laboratoryjnym mają postać

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \rho_0(D - u_0) &= \rho_\infty(D - u_\infty), \\ \rho_0 RT_0 + \rho_0(D - u_0)^2 &= \rho_\infty RT_\infty + \rho_\infty(D - u_\infty)^2, \\ \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT_0 + \frac{1}{2}(D - u_0)^2 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT_\infty + \frac{1}{2}(D - u_\infty)^2. \end{aligned}$$

Uwzględniając założenie 4, że $u_0 = 0$ oraz $D^2 \gg \gamma RT_0$ znajdujemy

$$(3.4) \quad \begin{aligned} T_\infty &= \frac{2}{R_0} \frac{\gamma - 1}{(\gamma + 1)^2} D^2 M = 1,710 \cdot 10^2 D \frac{M}{M_{\text{pow}}} \text{ [°K]}, \\ \rho_\infty &= \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_0 = 11,64 \frac{\rho_0}{\rho_{\text{pow}}} \text{ [kg m}^{-3}\text{]}, \\ u_\infty &= \frac{2}{\gamma - 1} D = 8D \text{ [km s}^{-1}\text{]}. \end{aligned}$$

Ostatnie z równości (3.4), a także w wielu innych zależnościach podawanych w dalszym ciągu pracy, odpowiadają wartości $\gamma = 1,25$.

6. Fala padająca ma natężenie podkrytyczne. Wpływ promienistej struktury fali padającej uwzględniony jest jedynie w wyrażeniu dla drogi swobodnej promieniowania w obszarze przed falą padającą.

Podamy bliższe uzasadnienie przyjęcia takiego założenia.

Jak wiadomo, promieniowanie wychodzące z powierzchni fali absorbowane jest najsilniej w warstwie gazu sąsiadującej z tą powierzchnią. Temperatura tej warstwy podnosi się powyżej wartości T_0 i w bezpośrednim sąsiedztwie fali przyjmuje pewną wartość T_- . Przedstawimy za ZELDOWICZEM [7] wzór określający temperaturę T_- oraz podamy definicję krytycznego natężenia fali uderzeniowej. Temperatura T_- zdefiniowana jest za pomocą wzoru

$$(3.5) \quad \sigma T_\infty^4 = \rho_0 |D| \frac{RT_-}{\gamma - 1}$$

($\sigma = 5,6687 \cdot 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ stop}^{-4}$ jest stałą Boltzmann), którego sens fizyczny jest taki, że cały strumień promieniowania wychodzący z powierzchni fali zostaje zużyty na podwyższenie energii wewnętrznej gazu przed falą. Stąd

$$(3.6) \quad T_- = \frac{160}{R_0^5} \frac{(\gamma - 1)^5}{(\gamma + 1)^8} \frac{|D|^7 M^5}{\rho_0} = 1,622 \cdot 10^{-5} |D|^7 \left(\frac{M}{M_{\text{pow}}} \right)^5 \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0}.$$

Może okazać się, że obliczona stąd wartość T_- jest większa od temperatury T_∞ . Sytuacja taka nie realizuje się w rzeczywistości, lecz okazuje się, że temperatura przed falą jest (przy pominięciu lepkości i przewodnictwa cieplnego) równa temperaturze za falą: $T_- = T_\infty$. LANDAU [9] tego typu falę uderzeniową o ciągłej zmianie profilu temperatury nazywa skokiem izotermicznym. Zamiast (3.5) zachodzi w tym przypadku związek

$$(3.7) \quad \sigma T_\infty^4 = \rho_0 |D| \frac{RT_\infty}{\gamma - 1},$$

określający krytyczne natężenie fali padającej. Przekształcając wzór (3.7) otrzymujemy warunek

$$(3.8) \quad \frac{8\sigma (\gamma - 1)^4 |D|^5 M^4}{R_0^4 (\gamma + 1)^6 \rho_0} = 9,489 \cdot 10^{-8} |D|^5 \left(\frac{M}{M_{\text{pow}}} \right) \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0} < 1$$

konieczny na to, aby fala miała natężenie praktyczne.

Korzystając z podanych własności temperatury gazu przed padającą falą uderzeniową oraz z faktu, że gęstość gazu w obszarze przed falą (nawet dowolnie blisko powierzchni fali) wynosi z dobrym przybliżeniem ρ_0 , znajdujemy, że droga swobodna promieniowania w obszarze bezpośrednio poprzedzającym falę wynosi $l_0 = l_0(\rho_0, T_-)$. W miarę oddalania się od powierzchni fali w głąb obszaru leżącego przed falą temperatura gazu maleje od T_- lub T_∞ do wartości T_0 . Odpowiednim zmianom ulega również wielkość l . Zakładamy jednak, że w całym obszarze przed falą padającą $l_0 = \text{const}$ i określone jest przez rodzaj gazu i parametry ρ_0, T_- . Przybliżenie takie jest bliskie rzeczywistości, gdyż zgodnie z tym, co już było podane, najsilniejsza absorbcja promieniowania zachodzi w sąsiedztwie fali, a więc w obszarze, gdzie temperatura gazu jest bliska wartości T_- .

Należy zaznaczyć, że pominięcie promienistej struktury padającej fali uderzeniowej jest w zasadzie sprzeczne z zasadą zachowania energii; promieniowanie z obszaru za falą powoduje w rzeczywistości obniżenie temperatury tego obszaru poniżej idealnej wartości T_∞ . Natomiast w przyjętym modelu obszar gazu za falą promieniuje do obszaru przed falą nie obniżając jednocześnie swojej temperatury. Sprzeczność ta nie jest jednak istotna, jeśli zauważymy, że skończony strumień promieniowania wysyłany jest z nieskończenie dużego rezerwuaru energii, jakim jest półnieskończony obszar gazu za falą padającą.

7. Parametry gazu w obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą (oznaczone wskaźnikiem f) określone są przez warunki zgodności na idealnej fali odbitej:

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \rho_\infty (\dot{\eta}_f - u_\infty) &= \rho_f (\dot{\eta}_f - u_f), \\ \rho_\infty RT_\infty + \rho_\infty (\dot{\eta}_f - u_\infty)^2 &= \rho_f RT_f + \rho_f (\dot{\eta}_f - u_f)^2, \\ \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT_\infty + \frac{1}{2} (\dot{\eta}_f - u_\infty)^2 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT_f + \frac{1}{2} (\dot{\eta}_f - u_f)^2, \end{aligned}$$

wzory (3.4) oraz warunek, że gaz za idealną falą odbitą spoczywa czyli $u_f = 0$. Otrzymujemy znane zależności

$$(3.11) \quad T_f = \frac{2}{R_0} \frac{(\gamma-1)(3\gamma-1)}{\gamma(\gamma+1)^2} D^2 M = 3.762 \cdot 10^2 \frac{D^2 M}{M_{\text{pow}}},$$

$$\rho_f = \frac{\gamma(\gamma+1)}{(\gamma-1)^2} \rho_0 = 58,19 \frac{\rho_0}{\rho_{\text{pow}}}, \quad \dot{\eta}_f = 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} |D| = \frac{2}{9} |D|.$$

Średnia droga swobodna promieniowania w obszarze za falą odbitą wynosi $l = l_f = l_f(\rho_f, T_f)$.

4. Strumień promieniowania

Dla opisanego przewodnictwa cieplnego wewnątrz ciała stałego oraz dla wyznaczenia prędkości sublimacji konieczna jest znajomość padającego na ściankę strumienia energii promienistej q^0 . Również w równaniach gazodynamiki (równanie energii) występuje strumień promieniowania, a dokładniej jego pochodna $\partial q/\partial x$. Aby podać ścisłą postać strumienia promieniowania, należałoby rozwiązać równanie transportu promieniowania w ośrodku o zmiennych parametrach. Tak więc w rzeczywistości równanie gazodynamiki i równanie transportu promieniowania stanowią zespół wzajemnie sprzężonych skomplikowanych zależności, dla których rozwiązania stosować będziemy odpowiedni model przybliżony.

Zanim opiszemy występujący w naszym zagadnieniu strumień promieniowania, podamy podstawowe wzory dotyczące promieniowania warstw o stałej temperaturze T , w których droga swobodna promieniowania wynosi l i w ogólności zależy od położenia. Definiujemy optyczną grubość warstwy, której grubość geometryczna wynosi $x_2 - x_1$:

$$(4.1) \quad \vartheta = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{l(x)}.$$

Z rozważań geometrycznych podanych np. w pracach [7 i 10] mamy dla strumienia promieniowania następujące wzory zilustrowane na rys. 2 (str. 618): strumień promieniowania przechodzący przez element powierzchni Δs odległy optycznie o ϑ od nieskończonej płaskiej powierzchni ciała doskonale czarnego i równoległy do ciała doskonale czarnego (rys. 2a)

$$(4.2) \quad 2\sigma T^4 \int_1^\infty e^{-w\vartheta} \frac{dw}{w^3};$$

strumień promieniowania z warstwy o grubości optycznej ϑ przechodzący przez element powierzchni Δs leżący na powierzchni tej warstwy (rys. 2b)

$$(4.3) \quad \sigma T^4 \left(1 - 2 \int_1^\infty e^{-w\vartheta} \frac{dw}{w^3} \right).$$

Ze wzoru (4.3) pisanego dwukrotnie: raz dla warstwy o grubości optycznej ϑ , a drugi raz dla warstwy o grubości $\vartheta + \vartheta_1$ otrzymujemy strumień promieniowania

z warstwy o grubości optycznej ϑ przechodzący przez element powierzchni Δs odległy optycznie o ϑ_1 od tej warstwy i równoległy do niej (rys. 2c)

$$(4.4) \quad 2\sigma T_1^4 \int_1^\infty e^{-w\vartheta_1} (1 - e^{-w\vartheta}) \frac{dw}{w^3}.$$

Zastosujemy wzory (4.1) – (4.4) do opisanego nas zagadnienia. Znajdziemy strumień promieniowania przechodzący przez jednostkowy element powierzchni Δs leżący na pewnej kontrolnej płaszczyźnie o współrzędnej x ($x \geq \xi$).

Otrzymane wzory będą miały różną postać w zależności od tego, czy dotyczą strumienia przed, czy po odbiciu fali od ścianki. Korzystając z założeń dotyczących temperatury gazu i drogi swobodnej promieniowania w poszczególnych obszarach gazu otrzymujemy następujące wzory dla strumienia promieniowania:

1. Dla $t \leq 0$ w obszarze pomiędzy ścianką a falą padającą. Zakładaliśmy (p. 3, C5), że temperatura gazu za falą padającą wynosi T_∞ , a droga swobodna w obszarze przed falą $l_0 = l_0(\rho_0, T_-)$. Obszar $x > \xi$ promieniuje w stronę ścianki tak jak ciało doskonale czarne, czyli strumień promieniowania z powierzchni fali wynosi σT_∞^4 . Promieniowanie to nie dochodzi w całości do ścianki, gdyż ulega częściowej absorpcji w chłodnym gazie przed falą. Strumień dany jest więc zgodnie ze wzorami (4.1) i (4.2) ⁽¹⁾ za pomocą wzoru

$$(4.5) \quad q(x, t) = -2\sigma T_\infty^4 \int_1^\infty e^{-\frac{\xi-x}{l_0}w} \frac{dw}{w^3}.$$

2. Dla $t \geq 0$ w obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą. Poszukiwany strumień jest równy sumie strumieni promieniowania: z obszaru pomiędzy ścianką a kontrolną płaszczyzną, z obszaru pomiędzy tą płaszczyzną a falą odbitą oraz z półnieskończonego obszaru gazu, leżącego przed falą odbitą. Korzystając ze wzorów (4.1) – (4.4) oraz z założeń (p. 3, C) dotyczących parametrów gazu w poszczególnych obszarach otrzymujemy wzór

$$(4.6) \quad q(x, t) = \sigma T_f^4 \left(1 - 2 \int_1^\infty e^{-\frac{x-\xi}{l_f}w} \frac{dw}{w^3} \right) - \sigma T_f^4 \left(1 - 2 \int_1^\infty e^{-\frac{\eta-x}{l_f}w} \frac{dw}{w^3} \right) - 2\sigma T_\infty^4 \int_1^\infty e^{-\frac{\eta-x}{l_f}w} \frac{dw}{w^3}.$$

Zastosujemy wzory (4.5), (4.5') i (4.6) do opisu strumienia promieniowania padającego na ściankę (w przypadku gdy $t_s > 0$). Podstawiamy w tym celu $x = \xi$ i otrzymujemy

$$(4.7) \quad q(0, t) = -2\sigma T_\infty^4 \int_1^\infty e^{-\frac{\xi}{l_0}w} \frac{dw}{w^3} \quad \text{dla} \quad t \leq 0$$

⁽¹⁾ Zauważmy jeszcze, że dla strumienia promieniowania fali podkrytycznej zamiast wzoru (4.6) można stosować prosto wyrażenie wynikające z tzw. przybliżenia dyfuzyjnego (opisanego np. w pracy [7]):

$$(4.5') \quad q(x, t) = -\sigma T_\infty^4 e^{-\sqrt{3} \frac{\xi-x}{l_0}}.$$

(lub w przybliżeniu dyfuzyjnym

$$q(0, t) = -\sigma T_{\infty}^4 e^{-\sqrt{3} \frac{\xi}{l_0}}$$

oraz

$$(4.8) \quad q(\xi, t) = -\sigma T_f^4 + 2\sigma (T_f^4 - T_{\infty}^4) e^{-\frac{\eta-\xi}{l_f} \frac{dw}{w^3}} \quad \text{dla} \quad t \geq 0.$$

Ostatni wzór możemy uprościć korzystając z fizycznie oczywistego faktu, że prędkość fali odbitej jest wielokrotnie większa od prędkości sublimacji $\dot{\eta}_f \gg |\dot{\xi}|$, a zatem $\eta - \xi \approx \eta$, czyli zamiast $q(\xi, t)$ można stosować wzór, w którym przyjęto $\xi = 0$. Wprowadzamy oznaczenie $q(0, t) = q^0(t)$, a także w celu wygodniejszego przedstawienia wzorów (4.7) i (4.8) dokonujemy dwukrotnego całkowania przez części, korzystamy z zależności $\xi = Dt$ oraz $\eta = \dot{\eta}_f t$ i wprowadzamy współrzędne bezwymiarowe

$$(4.9) \quad \tilde{x} = \frac{1}{l_f} x, \quad \tilde{t} = \frac{\dot{\eta}_f}{l} t.$$

Jednostką długości jest więc średnia droga swobodna promieniowania l_f , jednostką czasu — czas w jakim «idealna» fala odbita oddala się od ścianki na odległość równą l_f . W układzie tym równanie «idealnej» fali odbitej ma postać

$$(4.10) \quad \tilde{\eta}(\tilde{t}) = \tilde{t},$$

a zatem jest ona prostą nachyloną pod kątem 45° do osi x .

Strumień promieniowania padający na ściankę [wzory (4.7) lub (4.8)], wyrażony jako funkcja zmiennych \tilde{x}, \tilde{t} , przyjmuje następującą postać:

$$(4.11) \quad q^0(t) = -\sigma T_f^4 \begin{cases} \left[e^{-\frac{a^2}{\sqrt{3}} |\tilde{t}|} - \frac{a^2}{\sqrt{3}} |\tilde{t}| e^{-\frac{a^2}{\sqrt{3}} |\tilde{t}|} - \frac{a^4 \tilde{t}^2}{3} Ei \left(-\frac{a^2 |\tilde{t}|}{\sqrt{3}} \right) \right], & \text{jeśli } t \leq 0, \\ e^{-a^2 |\tilde{t}|}, & \text{w przybliżeniu dyfuzyjnym, jeśli } t \leq 0 \\ B \left[\frac{1}{B} + 1 - e^{-\tilde{t}} + \tilde{t} e^{-\tilde{t}} + \tilde{t}^2 Ei(-\tilde{t}) \right], & \text{jeśli } t \geq 0, \end{cases}$$

gdzie

$$Ei(-\tilde{t}) = -\int_1^{\infty} e^{-\tilde{t}w} \frac{dw}{w}$$

jest wykładniczą funkcją całkową oraz

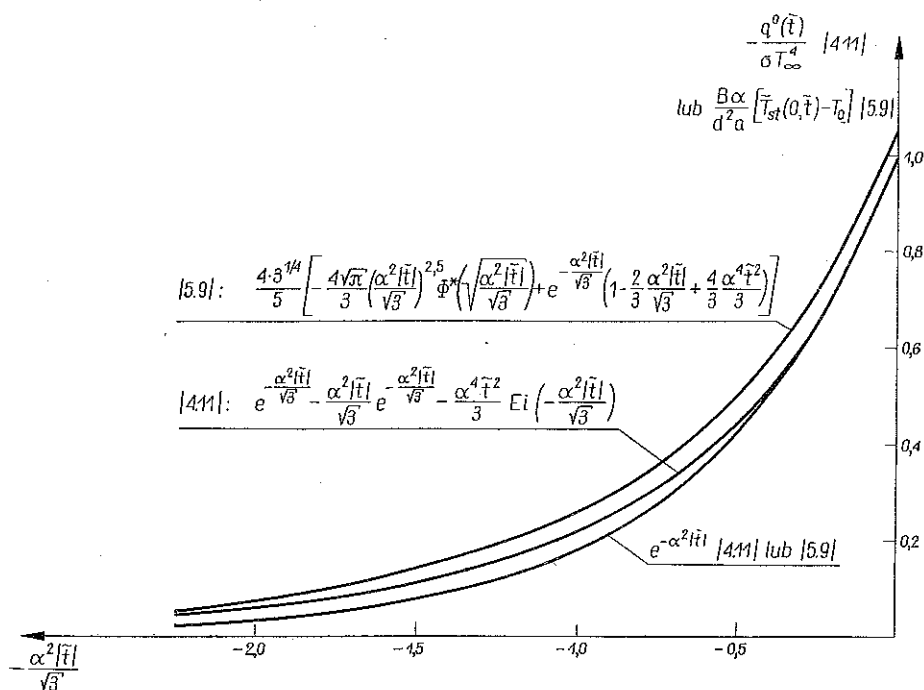
$$(4.12) \quad a^2 = \sqrt{3} \frac{|D|}{\dot{\eta}_f} \frac{l_f}{l_0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{l_f}{l_0} = 7,794 \frac{l_f}{l_0},$$

$$B = \left(\frac{T_f}{T_{\infty}} \right)^4 - 1 = \left(\frac{3\gamma-1}{\gamma} \right)^4 - 1 = 22,42$$

są stałymi zależnymi od rodzaju gazu i od warunków początkowych.

Na rys. 3 przedstawione są wykresy funkcji $q^0(\bar{t})/\sigma T_\infty^4$ dla $t \leq 0$ (tj. przed odbiciem fali) odpowiadające dwu omówionym modelom transportu promieniowania w gazie przed falą padającą.

Rysunek 4 również przedstawia wykresy funkcji $q^0(\bar{t})/\sigma T_\infty^4$, przy czym dla $t \leq 0$ wykreślone są tylko zależności dane przybliżeniem dyfuzyjnym. Wykresy wykonano dla $\gamma = 1,25$ oraz $a^2 = \infty, 1, 0,3$, tj. dla $l_f/l_0 = \infty, 0,128, 0,0116$. Z rysunku widać, że strumień promieniowania padający na ściankę silnie wzrasta w początkowym okresie po odbiciu na fali. W czasie, w którym fala odbita oddala się od ścianki na odległość rzędu średniej drogi swobodnej l_f , strumień $q^0(t)$ rośnie prawie do 80% swojej wartości maksymalnej, wynoszącej σT_f^4 , przekraczając jednocześnie blisko dwudziestokrotnie wartość σT_∞^4 , jaką miał on w chwili odbicia fali od ścianki.



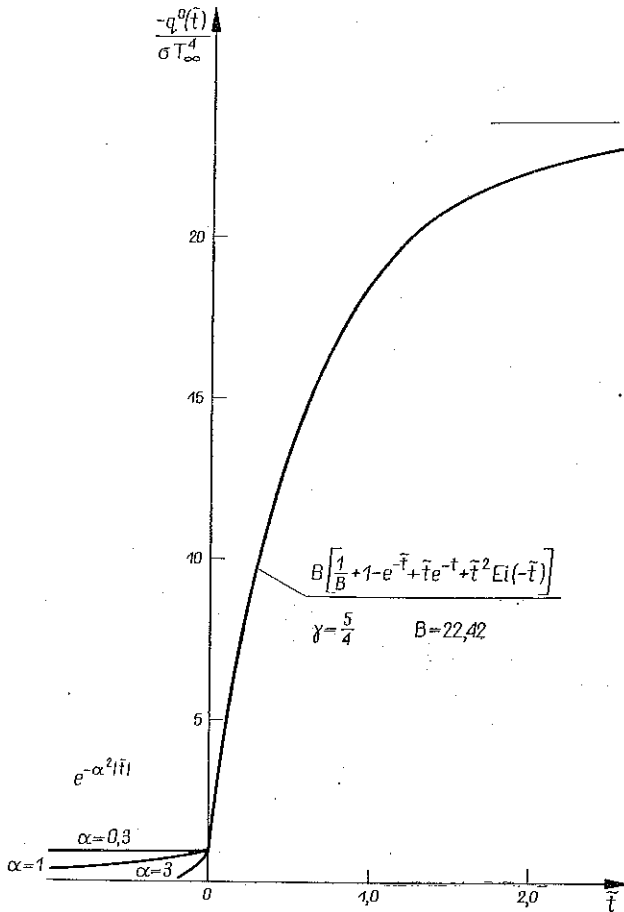
Rys. 3

Przedyskutujemy znaczenie fizyczne i możliwy przedział zmienności stałej a^2 . Formalnie a^2 może przyjmować dowolne wartości nieujemne. Jednak przyjęcie $a^2 = 0$ oznaczałoby, że dla każdego $t \leq 0$ mamy $q^0(t) = \sigma T_\infty^4 = \text{const}$, czyli że gaz przed falą padającą jest doskonale przezroczysty. Odpowiadałaby temu bezsensowna fizyczna sytuacja, w której ścianka osiągnęłaby temperaturę sublimacji już w chwili $t = -\infty$. Przyjęcie, że $a^2 = \infty$ odpowiada całkowitemu pominięciu promieniowania fali padającej lub, co jest temu równoważne, przyjęciu, że gaz przed falą padającą jest idealnie pochłaniający. Jak okaże się w dalszym ciągu, sytuacja taka w wielu przypadkach jest dość dobrze zbliżona do rzeczywistości. Ustalenie poprawnej

wartości stałej a^2 w konkretnych przypadkach wiąże się z trudnościami w określe-
niu wartości dróg swobodnych promieniowania.

Oszacujmy wielkość a^2 korzystając kolejno z jej definicji (4.12) i z zależności
(3.12) i (3.6), pozwalających wyznaczyć przybliżoną wartość stosunku l_f/l_0 . Otrzy-
mujemy

$$(4.13) \quad a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{l_f}{l_0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(\frac{\rho_0}{\rho_f}\right)^{\beta''} \left(\frac{T_f}{T_-}\right)^{\beta'} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(\frac{\rho_0}{\rho_f}\right)^{\beta''} \left(\frac{T_f}{T_\infty}\right)^{\beta'} = \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{\beta''-1} \left(\frac{3\gamma-1}{\gamma}\right)^{\beta'}$$



Rys. 4

Podstawiając za β'' wartości z przedziału [1,6; 1,9] oraz za β' wartości z przed-
ziału [1,5; 3] znajdujemy, że prawa strona nierówności przyjmuje wartości z przed-
ziału [0,4; 2,5]. Gdy natężenie fali padającej jest znacznie mniejsze od krytycznego,
to $T_- < T_\infty$ i wielkość a^2 przyjmuje wartości o wiele większe niż liczby z przedziału
[0,4; 2,5].

5. Przewodnictwo w ciele stałym

W celu znalezienia rozkładu temperatury w ciele stałym oraz dla wyznaczenia czasu rozpoczęcia sublimacji i prędkości sublimacji należy rozwiązać równanie przewodnictwa cieplnego

$$(5.1) \quad \frac{\partial T_{st}}{\partial t} - \chi_{st} \frac{\partial^2 T_{st}}{\partial x^2} = 0$$

z warunkami brzegowymi, które są różne w zależności od tego, czy $t < t_s$, czy też $t > t_s$. Poniżej zajmiemy się rozwiązaniem tego zagadnienia. Wykorzystamy w tym celu założenia p. 3 oraz wzory (4.11) dla strumienia promieniowania.

1. Przypadek $-\infty \leq t \leq t_s$. Temperatura początkowa ciała stałego równa jest temperaturze gazu przed falą padającą i wynosi

$$(5.2) \quad T_{st}(x, -\infty) = T_0 = \text{const.}$$

Bilans energii na ściance (strumień przechodzący przez powierzchnię $x = 0$) ma postać następującą: strumień zaabsorbowany

$$\left[\kappa_{st} \frac{\partial T_{st}}{\partial x} \right]_{x=0}$$

jest równy padającemu na ściankę strumieniowi promieniowania $q^0(t)$ plus molekularny strumień ciepła na granicy faz, minus strumień promieniowania wysyłanego przez powierzchnię ścianki (rzędu $\sigma T_{st}^4(0, t)$). Ze względu na występowanie wyrazu $\sigma T_{st}^4(0, t)$ suma ta stanowi warunek nieliniowy. Ze względu na założenia upraszczające (p. 3, B1 i C1) promieniowanie ścianki i molekularne przewodnictwo cieplne pomijamy i otrzymujemy przybliżony warunek brzegowy w postaci zależności

$$(5.3) \quad \left[\kappa_{st} \frac{\partial T_{st}}{\partial t} \right]_{x=0} = -q^0(t),$$

którą będziemy się posługiwali w dalszym ciągu.

W równaniach (5.1) – (5.3) wprowadzamy zmienne bezwymiarowe \tilde{x} , \tilde{t} określone wzorami (4.9), a ponadto odnosimy poszukiwaną funkcję T_{st} do temperatury sublimacji T_s :

$$(5.4) \quad \tilde{T}_{st} = \frac{T_{st}}{T_s}$$

Stąd otrzymujemy

$$(5.5) \quad \frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{t}} - a^2 \frac{\partial^2 \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}^2} = 0,$$

$$\tilde{T}_{st}(\tilde{x}, -\infty) = \tilde{T}_0,$$

$$\left[\frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}} \right]_{\tilde{x}=0} = \frac{l_f}{\kappa_{st} T_s} |q^0(\tilde{t})|,$$

gdzie

$$(5.5') \quad a^2 = \frac{\chi_{st}}{\eta_f l_f} = \frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{\kappa_{st}}{\rho_{st} c_{st} |D| l_f}.$$

Równanie (5.5) z warunkami (5.6) i (5.7) ma rozwiązanie (np. wg [11])

$$(5.6) \quad \tilde{T}_{st}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \tilde{T}_0 + \frac{l_f a}{\sqrt{\pi \kappa_{st} T_s}} \int_{-\infty}^{\tilde{t}} |q^0(\tau)| \exp \left[\frac{-\tilde{x}^2}{La^2(\tilde{t}-\tau)} \right] \frac{d\tau}{\sqrt{\tilde{t}-\tau}}.$$

Jeżeli w związku tym podstawimy $\tilde{x} = 0$ oraz $\tilde{t} = \tilde{t}_s$, to (ponieważ $\tilde{T}_{st}(0, \tilde{t}_s) = 1$) otrzymamy równanie, w którym jedyną niewiadomą jest chwila rozpoczęcia sublimacji \tilde{t}_s . Przy danej postaci strumienia q^0 ($|q^0| > 0$ dla $\tilde{t} > -\infty$ oraz $|q^0|$ jest funkcją niemalejącą) całka (5.6) jest monotonicznie rosnącą (do nieskończoności) funkcją górnej granicy, a zatem równanie dla \tilde{t}_s ma jednoznaczne rozwiązanie. Rozwiązania tego w ogólności należy poszukiwać na drodze numerycznej.

We wzorze (5.6) podstawiamy strumień promieniowania q^0 dany wzorem (4.11) oraz przyjmujemy $\tilde{x} = 0$. Otrzymujemy wzór opisujący wzrost temperatury na ścianie:

A. Jeśli $\tilde{t} \leq 0$, to

$$(5.7) \quad \tilde{T}_{st}(0, \tilde{t}) = \tilde{T}_0 + \frac{d^2 a}{B\sqrt{\pi}} \begin{cases} 2 \int_{-\infty}^{-|\tilde{t}|} \left(\int_1^{\infty} e^{-\frac{\alpha^2}{\sqrt{3}}|\tau|w} \frac{dw}{w^3} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{-|\tilde{t}|-\tau}}, \\ \int_{-\infty}^{-|\tilde{t}|} e^{-\alpha^2|\tau|} \frac{d\tau}{\sqrt{-|\tilde{t}|-\tau}} \end{cases} \text{ w przybliżeniu dyfuzyjnym,}$$

gdzie

$$(5.8) \quad d^2 = \frac{B\sigma T_\infty^4 l_f}{\kappa_{st} T_s}.$$

Po obliczeniu powyższych całek przedstawimy wzór (5.7) w innej postaci, przy czym otrzymane wyrażenie będzie miało sens bezwymiarowego przyrostu temperatury ścianki:

$$(5.9) \quad \tilde{T}_{st}(0, \tilde{t}) - T_0 = \frac{d^2 a}{Ba} \begin{cases} \frac{4 \cdot 3^{1/4}}{5} \left\{ \frac{-4\sqrt{\pi}}{5} \left(\frac{\alpha^2 |\tilde{t}|}{\sqrt{3}} \right) \Phi^* \left(\sqrt{\frac{\alpha^2 |\tilde{t}|}{\sqrt{3}}} \right) + \right. \\ \left. + e^{-\frac{\alpha^2 |\tilde{t}|}{\sqrt{3}}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\alpha^2 |\tilde{t}|}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3} \frac{\alpha^4 \tilde{t}^2}{3} \right) \right\}, \\ e^{-\alpha^2 |\tilde{t}|} \end{cases} \text{ w przybliżeniu dyfuzyjnym,}$$

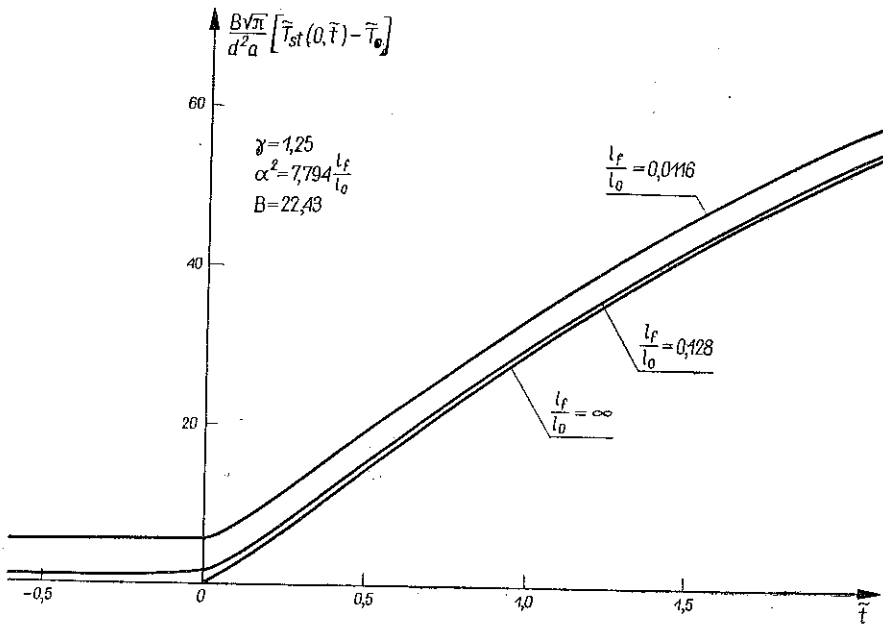
gdzie

$$(5.10) \quad \Phi^*(t) = 1 - \Phi(t) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-\tau^2} d\tau.$$

Na rys. 3 podane są wykresy funkcji (5.9). Jak widać, różnice wynikające z zastosowania dwóch różnych modeli transportu promieniowania są niewielkie; w momencie odbicia fali, tj. w chwili $t = 0$, stosunek temperatur ścianki $T_{st}(0, 0)$, obliczonych na oba sposoby, wynosi $\frac{4 \cdot 3^{1/4}}{5} = 1,053$, co daje

$$(5.11) \quad \tilde{T}_{st}(0, 0) - \tilde{T}_0 = \frac{d^2 a}{Ba} \left\{ \begin{array}{l} 1,053, \\ 1 \end{array} \right. \quad \text{w przybliżeniu dyfuzyjnym.}$$

Ze wzoru (5.11) można łatwo znaleźć warunek, jaki muszą spełniać parametry gazu i ścianki, aby sublimacja nie rozpoczęła się przed odbiciem się fali (tj. warunek dla spełnienia założenia A4 p. 3, które żąda, aby $t_s > 0$).



Rys. 5

Żądamy, aby spełniona była nierówność $T_{st}(0, 0) \leq T_{s,0}$ gdzie $T_{s,0}$ jest temperaturą sublimacji ścianki pod ciśnieniem p_0 . Wielkość $T_{st}(0, 0)$ wyznaczmy ze wzoru (5.11) i po podstawieniu do tej nierówności otrzymujemy

$$(5.12) \quad \frac{Ba}{d^2 a T_s} (T_{s,0} - T_0) \left\{ \begin{array}{l} 0,9497, \\ 1 \end{array} \right. \quad \text{w przybliżeniu dyfuzyjnym}$$

$$\approx \frac{3^{1/4} R_0^4 (\gamma + 1)^8}{16\sigma (\gamma - 1)^4} \frac{\sqrt{\rho_{st} c_{st} \kappa_{st}}}{\sqrt{l_0} |D|^{7,5} M^4} (T_{s,0} - T_s) \geq 1.$$

Nierówność (5.12) stanowi poszukiwany warunek niepowstania sublimacji przed odbiciem się fali.

B. Jeśli $0 < \tilde{t} < \tilde{t}_s$, to

$$(5.13) \quad T_{st}(0, \tilde{t}) = \tilde{T}_0 + \frac{d^2 a}{B\sqrt{\pi}} \left\{ 2 \int_{-\infty}^0 \left(\int_1^0 e^{-\frac{\alpha^2}{\sqrt{3}} \tau w} \frac{dw}{w^3} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{\tilde{t} - \tau}} \right. \\ \left. \int_{-\infty}^0 e^{-\alpha^2 \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} \text{ przybliżenie dyfuzyjne} \right. \\ \left. + B \int_0^{\tilde{t}} \left[\frac{1}{B} + 1 - e^{-\tau} + \tau e^{-\tau} + \tau^2 Ei(-\tau) \right] \frac{d\tau}{\sqrt{\tilde{t} - \tau}} \right\}.$$

Jak wykazują oszacowania, wartości całek w nawiasie figurowym niewiele różnią się między sobą i wraz ze wzrostem \tilde{t} szybko stają się małe w porównaniu z drugim wyrazem. Fizyczny sens tego jest taki, że wkład promieniowania padającego na ściankę przed odbiciem się fali w aktualną temperaturę ścianki słabo zależy od przyjętych modeli promieniowania. Dlatego w dalszym ciągu (ze względu na prostotę rachunków) używać będziemy dla promieniowania fali padającej strumienia q danego przez przybliżenie dyfuzyjne. Używanie tego przybliżenia jest tym bardziej usprawiedliwione, że stosuje się ono dobrze dla fal podkrytycznych, do jakich ogranicza się nasza teoria. Po wykonaniu części całkowań wzór (5.13) sprowadza się w przybliżeniu dyfuzyjnym do postaci

$$(5.14) \quad \frac{B\sqrt{\pi}}{d^2 a} [\tilde{T}_{st}(0, \tilde{t}) - \tilde{T}_0] = \frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{\alpha^2 \tilde{t}} \Phi^*(\sqrt{\alpha^2 \tilde{t}}) + 2\sqrt{\tilde{t}} + \\ + 4B \int_0^{\tilde{t}} \sqrt{\tilde{t} - \tau} [e^{-\tau} + \tau Ei(-\tau)] d\tau.$$

Wyrażenie stojące po prawej stronie tego wzoru zależne jest od dwóch parametrów B oraz a . Zostało ono stabelizowane dla $\gamma = 1,25$, tj. dla $B = 22,43$ oraz dla trzech wartości $\alpha^2 = \infty, 1, 0,3$. Przypominamy, że zgodnie z oszacowaniem (4.12) jest $\alpha^2 \geq 0,4$, a zatem przyjęte tutaj wartości α^2 obejmują cały zakres zmian tej liczby. Odpowiednie wykresy przedstawione są na rys. 5. Na rysunku tym wykreślona

jest również funkcja $\frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{-\alpha^2 |\tilde{t}|}$ opisująca wzrost temperatury ścianki dla $\tilde{t} \leq 0$ [wzór (5.7)].

Przedyskutujemy fizyczny sens wzoru (5.14). Wyraz zależny od a , tj. $\frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{\alpha^2 \tilde{t}} \Phi^*(\sqrt{\alpha^2 \tilde{t}})$ opisuje wpływ, jaki na aktualną temperaturę powierzchni ścianki w chwili $\tilde{t} > 0$ wywiera promieniowanie, które zostało na niej zaabsorbowane w czasie od $t = -\infty$ do $\tilde{t} = 0$. Wyraz ten w przeciwieństwie do pozostałych dwóch opisujących podwyższenie temperatury powierzchni ścianki, wywołane promieniowaniem fali padającej, jest malejącą funkcją czasu. Z rys. 5 widać, że np. gdy $a = 1$, to już po czasie $\tilde{t} = 0,06$ podwyższenie temperatury ścianki, wywołane promieniowaniem dochodzącym do niej po odbiciu się fali, zaczyna przeważać nad jej podgrzaniem, wywołanym przez promieniowanie fali padającej.

Tak więc wpływ promieniowania fali padającej na temperaturę ścianki po odbiciu się fali szybko staje się mało istotny. Na rys. 5 odpowiada temu bliskie sobie położenie linii wykreślonych dla $a = \infty$ i $a = 1$. Przeprowadzona powyżej analiza przebiegu wzrostu temperatury na powierzchni ścianki pozwala na wyciągnięcie bardzo ważnego fizycznie i istotnego ze względu na dalsze uproszczenia wniosku: jeśli sublimacja nie rozpoczęła się przed dojściem fali do ścianki, tj. jeśli zachodzi warunek (5.14), to wpływ promieniowania fali padającej na temperaturę ścianki po odbiciu się fali można w ogóle pominąć (czyli przyjąć, że $a = \infty$).

Wyznamy chwilę rozpoczęcia sublimacji: we wzorze (5.14) podstawiamy $\tilde{t} = \tilde{t}_s$ i otrzymujemy równanie, w którym jedyną niewiadomą jest \tilde{t}_s :

$$(5.15) \quad \frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{\alpha^2 \tilde{t}_s} \Phi^* (\sqrt{a^2 \tilde{t}_s}) + 2\sqrt{\tilde{t}_s} + 4B \int_0^{\tilde{t}_s} \sqrt{\tilde{t}_s - \tau} [e^{-\tau} + \tau E_i(-\tau)] d\tau = \\ = \frac{B\sqrt{\pi}(1 - \tilde{T}_0)}{d^2 a} \equiv \frac{\sqrt{2\pi} R_0^4}{16\sigma} \frac{(\gamma+1)^{7,5}}{(\gamma-1)^{3,5}} \frac{\sqrt{\rho_{st} c_{st} \kappa_{st}}}{\sqrt{l_f} |D|^{7,5} M^4} (T_s - T_0).$$

Rozwiązanie równania (5.15) łatwo znaleźć np. metodą graficzną z wykresu na rys. 7. W konkretnym przypadku wystarczy w tym celu obliczyć wartość stałej $B\sqrt{\pi}(1 - \tilde{T}_0)/d^2 a$, przyrównać ją do wartości funkcji stojącej po lewej stronie wzoru (5.7) i odczytać odpowiadający jej argument, którym jest poszukiwana niewiadoma \tilde{t}_s . Czas \tilde{t}_s zależy formalnie tylko od trzech bezwymiarowych parametrów: $B\sqrt{\pi}(1 - \tilde{T}_0)/d^2 a$, a i B [właściwie tylko od dwóch parametrów, gdyż zgodnie z tym, co powiedziano powyżej, dla stałej a można po sprawdzeniu, czy zachodzi warunek (5.12) niewystępowania sublimacji przed odbiciem na fali, przyjmować wartość $a = \infty$]. Jak przekonamy się dalej, pełna liczba parametrów charakteryzujących problem sublimacji jest większa, gdyż wielkości b^2 , a i T_0 występują niezależnie.

2. Przypadek $\tilde{t} \geq \tilde{t}_s$. Dla rozwiązania zagadnienia przewodnictwa po rozpoczęciu sublimacji przyjmujemy, że wartość \tilde{t}_s jest już znana z poprzednich obliczeń. W równaniu przewodnictwa cieplnego i w warunkach brzegowych będziemy używać bezwymiarowych współrzędnych związanych ze ścianką sublimującą:

$$(5.16) \quad \tilde{x}' = \frac{1}{l_f} (x - \xi) = \tilde{x} - \tilde{\xi}, \quad \tilde{x}' \leq 0, \\ \tilde{t}' = \frac{\dot{\eta}_f}{l_f} (t - t_s) = \tilde{t} - \tilde{t}_s, \quad \tilde{t}' \geq 0.$$

Równanie (5.1) napisane w układzie \tilde{x}' , \tilde{t}' ma postać

$$(5.17) \quad \frac{\partial \tilde{T}'_{st}}{\partial \tilde{t}'} - \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{T}'_{st}}{\partial \tilde{x}'} - a^2 \frac{\partial^2 \tilde{T}'_{st}}{\partial \tilde{x}'^2} = 0,$$

gdzie

$$(5.18) \quad \tilde{\xi} = \frac{\dot{\xi}}{\dot{\eta}_f}$$

jest bezwymiarową prędkością sublimacji (odniesioną do prędkości fali odbitej).

Na ścianie sublimującej, tj. dla $\tilde{x}' = 0$, temperatura jest stała, czyli

$$(5.19) \quad \tilde{T}_{st}(\tilde{x}', 0) = 1.$$

Rozkład temperatury w ciele stałym w momencie rozpoczęcia sublimacji $\tilde{t}' = 0$ (czyli $\tilde{t} = \tilde{t}_s$) wynika w ogólności ze wzoru (5.6), który po podstawieniu strumienia q^0 i zauważeniu, że w chwili $\tilde{t} = 0$ mamy $\tilde{x} = \tilde{x}'$, przyjmuje postać

$$(5.20) \quad \tilde{T}_{st}(\tilde{x}', 0) = T_0 + \frac{d^2 a}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{B} \int_{-\infty}^0 \exp \left[-a^2 |\tau| - \frac{\tilde{x}'^2}{4a^2(t_s - \tau)} \right] \frac{d\tau}{\sqrt{t_s - \tau}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\tilde{t}_s} \left[\frac{1}{B} + 1 - e^{-\tau} + \tau e^{-\tau} + \tau^2 Ei(-\tau) \right] \exp \left[\frac{-\tilde{x}'^2}{4a^2(t_s - \tau)} \right] \frac{d\tau}{\sqrt{t_s - \tau}} \right\}.$$

Oprócz warunków (5.14) i (5.20) w procesie sublimacji spełnione jest również równanie

$$(5.21) \quad |q^0(t)| = -\rho_{st} c_s \dot{\xi} + \kappa_{st} \left[\frac{\partial T_{st}}{\partial x} \right]_{x=\xi}, \quad \dot{\xi} \leq 0,$$

wyrażające fakt, że padająca na ściankę energia promieniowania częściowo zostaje zużyta na jej sublimację, a częściowo wnika w głąb ciała stałego. W równaniu (5.21) przechodzimy do zmiennych bezwymiarowych, a następnie wyznaczamy z niego prędkość sublimacji $\dot{\xi}$:

$$(5.22) \quad \dot{\xi} = \frac{1}{\rho_{st} c_s \eta_f} \left\{ q^0(\tilde{t}_s + \tilde{t}') - \frac{\kappa_{st} T_s}{l_f} \left[\frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}'} \right]_{\tilde{x}'=0} \right\}.$$

Po skorzystaniu ze wzoru (5.22) i znanej postaci strumienia promieniowania (4.11) równanie przewodnictwa (5.17) przyjmuje następującą ostateczną postać:

$$(5.23) \quad \frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{t}'} + a^2 L \left\{ d^2 \left[\frac{1}{B} + 1 - e^{-(\tilde{t}_s + \tilde{t}')} + (\tilde{t}_s + \tilde{t}') e^{-(\tilde{t}_s + \tilde{t}')} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\tilde{t}_s + \tilde{t}')^2 Ei(-\tilde{t}_s - \tilde{t}') \right] - \left[\frac{\partial T_{st}}{\partial \tilde{x}'} \right]_{\tilde{x}'=0} \right\} \frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}'} - a^2 \frac{\partial^2 T_{st}}{\partial \tilde{x}'^2} = 0,$$

gdzie

$$(5.24) \quad L = \frac{c_{st} T_s}{c_s}.$$

Równanie (5.23) wraz z warunkami brzegowymi (5.19) i (5.20) w pełni opisuje przewodnictwo wewnątrz ciała stałego.

Analizę rozwiązań równania (5.23) rozpoczniemy od zbadania jego rozwiązania ustalonego. Dla dostatecznie dużych czasów

$$q^0 \rightarrow \sigma T_f^4, \quad \dot{\xi} \rightarrow \dot{\xi}_{\max} = \text{const}, \quad \frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{t}'} \rightarrow 0,$$

przy czym, jak widać z rys. 4, wartość $q^0 \approx \sigma T_f^4$ osiągana jest praktycznie po czasie $\tilde{t} = 3$. Zatem stacjonarny asymptotyczny rozkład temperatury opisany jest równaniem

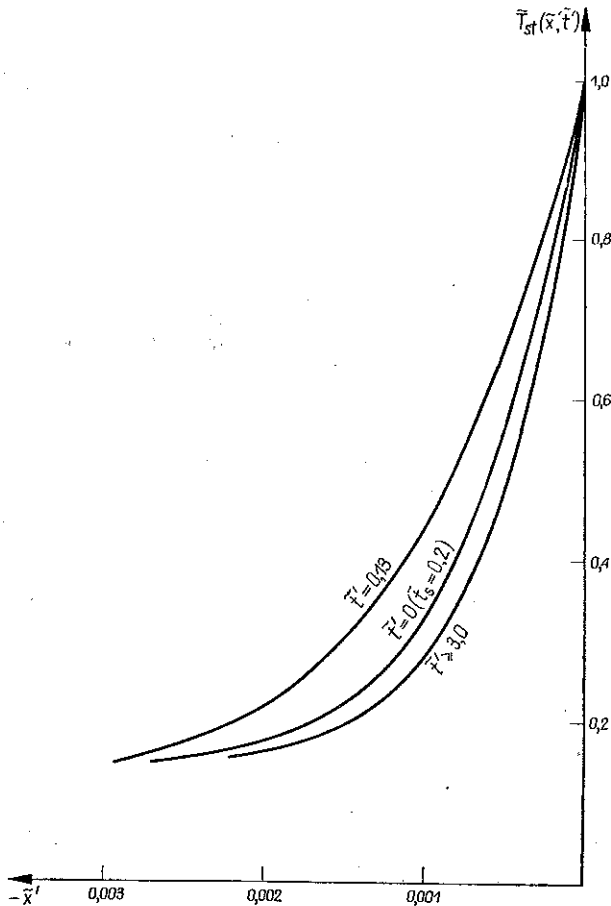
$$(5.25) \quad -\xi_{\max} \frac{dT_{st}}{d\tilde{x}'} - a^2 \frac{d^2 \tilde{T}_{st}}{d\tilde{x}'^2} = 0, \quad \tilde{T}_{st}(-\infty) = \tilde{T}_0.$$

Z rozwiązania tego równania

$$(5.26) \quad \tilde{T}_{st}(\tilde{x}') = \tilde{T}_0 + (1 - \tilde{T}_0) \exp\left(\frac{-\xi_{\max} \tilde{x}'}{a^2}\right), \quad \tilde{x}' \leq \xi_{\max} < 0$$

oraz ze wzoru (5.22) otrzymujemy asymptotyczną wartość bezwymiarowej prędkości sublimacji:

$$(5.27) \quad |\xi_{\max}| = \frac{a^2 L d^2 \left(1 + \frac{1}{B}\right)}{1 + L(1 - \tilde{T}_0)} = \frac{\sigma T_f^4}{\rho_{st} \eta_f [c_s + c_{st}(T_s - T_0)]} = \frac{8\sigma (\gamma - 1)^3 (3\gamma - 1)^4}{R_0^4 \gamma^4 (\gamma + 1)^7} \frac{|D|^7 M^4}{\rho_{st} [c_s + c_{st}(T_s - T_0)]}$$



Rys. 6

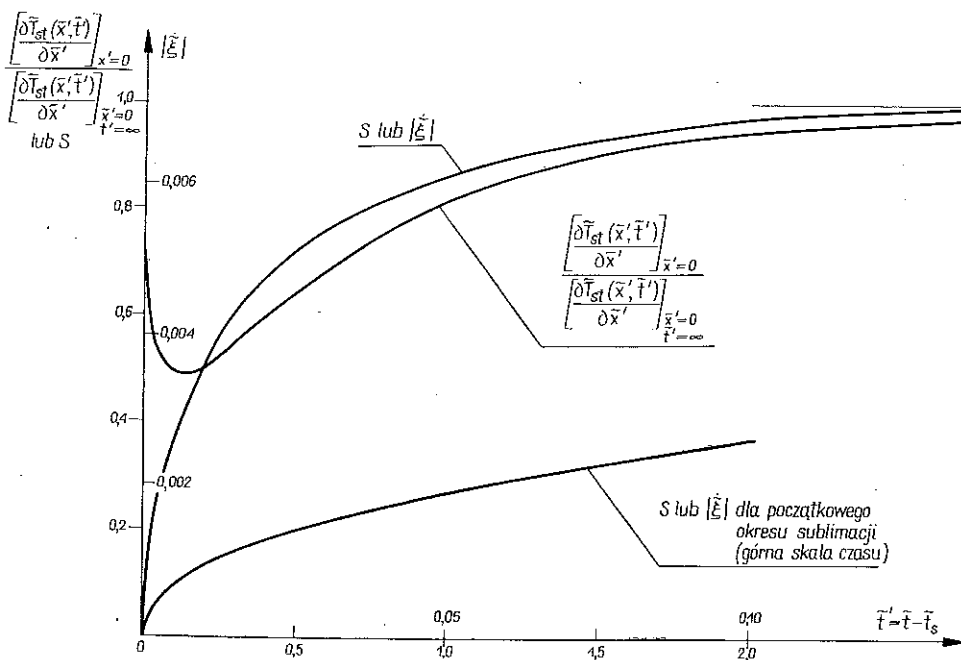
W rzeczywistości powyższa wartość graniczna nigdy nie zostanie osiągnięta, gdyż gaz za falą odbitą promieniując traci energię, temperatura jego maleje i strumień promieniowania staje się mniejszy od idealnej wartości σT_f^4 .

Na zakończenie badania zjawiska sublimacji wprowadzamy dogodną w dalszych zastosowaniach definicję:

$$(5.28) \quad S = \frac{\dot{\xi}(t)}{\xi_{\max}} = \frac{\dot{\xi}(t)}{\xi_{\max}}, \quad 0 \leq S \leq 1.$$

Funkcja ta ma sens bezwymiarowej prędkości sublimacji odniesionej do prędkości sublimacji w stanie ustalonym.

Dla zilustrowania zagadnienia przewodnictwa i sublimacji zbadany został następujący przykład fizyczny: padająca fala uderzeniowa, rozchodząca się w powietrzu o normalnej gęstości i temperaturze pokojowej (daleko przed falą), odbija się od powierzchni ciekłej rtęci. Przykładowi temu odpowiada następujący dobór



Rys. 7

warunków początkowych: $M/M_{\text{pow}} = 1$, $\rho_0/\rho_{\text{pow}} = 1$, $D = 10 \text{ km s}^{-1}$, $\gamma = 1,25$, $T_0 = 285^\circ\text{K}$ oraz stałych materiałowych: $\rho_{st} = 13,5 \text{ g cm}^{-3}$, $c_{st} = 0,032 \text{ kal g}^{-1} \text{ stop}^{-1}$, $\kappa_{st} = 0,019 \text{ kal cm}^{-1} \text{ stop}^{-1}$, $M_1 = 200 \text{ g mol}^{-1}$, $l_f = 0,05 \text{ cm}$, $c_s = 70 \text{ kal g}^{-1}$, $a = \infty$, $T_s = 2000^\circ\text{K}$. Przyjęte tutaj wartości stałych materiałowych są (z wyjątkiem M_1) podane dość dowolnie i orientują raczej w ich rzędzie wielkości. Wynika to stąd, że nie istnieją dostatecznie wyczerpujące tablice współczynników materiałowych różnych ciał w bardzo wysokich temperaturach i pod

dużym ciśnieniem — w rozpatrywanym przykładzie ciśnienie gazu za falą odbitą wynosi $1,25 \cdot 10^4$ atm. Wartości pomocniczych stałych utworzonych z podanych wyżej wielkości fizycznych wynoszą $a = 1,9697 \cdot 10^{-3}$, $b = 3,4171 \cdot 10^3$, $L = 0,92963$, $\tilde{T}_0 = 0,14286$. Moment rozpoczęcia sublimacji wyznaczony z równania (5.15) wynosi $\tilde{t}_s = 0,2$. Dysponując powyższymi liczbami rozwiązano numerycznie ⁽¹⁾ w prostokącie $-0,003 \leq \tilde{x} \leq 0$, $0 \leq \tilde{t}_s \leq 3$ równanie (5.23) z warunkami (5.19) i (5.20). Wyniki przedstawione są na rys. 6 i 7. Na rys. 6 pokazane są trzy rozkłady temperatury $\tilde{T}_{st}(\tilde{x}, \tilde{t}')$ odpowiadające czasom $\tilde{t} = 0$, $\tilde{t}' = 0,13$ oraz $t \geq 3$. Jak widać z wykresów punkt $\tilde{x}' = -0,003$ znajduje się praktycznie nieskończenie głęboko wewnątrz ciała, a czasowi $\tilde{t} = 3$ odpowiada już stan stacjonarnej sublimacji, gdyż rozwiązanie numeryczne dla $\tilde{t} = 3$ pokrywa się z rozwiązaniem ustalonym, obliczonym ze wzoru (5.26). Rysunek 7 przedstawia zależności od czasu pochodnej $\left[\frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}'} \right]_{\tilde{x}'=0}$ oraz prędkości $|\dot{\xi}|$. Jak widać pochodna $\left[\frac{\partial \tilde{T}_{st}}{\partial \tilde{x}'} \right]_{\tilde{x}'=0}$, a zatem również wnikający w głąb ścianki strumień ciepła nie zależy numerycznie od czasu i dla małych wartości \tilde{t}' wykazuje szybkie zmiany, osiągając minimum w chwili $\tilde{t}' = 0,13$. Jednak prędkość sublimacji $|\dot{\xi}|$ (rys. 7) zależna od tej pochodnej i od padającego strumienia promieniowania $q^0(\tilde{t})$ wzrasta monotonicznie z czasem, osiągając dla $\tilde{t} = 3$ wartość równą $0,996 |\dot{\xi}_{\max}|$. W liczbach bezwzględnych maksymalna prędkość sublimacji wynosi w tym przypadku $|\dot{\xi}_{\max}| = 0,00713 \eta_f = 0,0158$ m/ms. Zauważmy, że w czasie 1 ms idealna fala odbita oddala się od ścianki na odległość 2,22 m.

Literatura cytowana w tekście

1. H. S. CARSLAW, J. C. JEAGER, *Conduction of heat in solids*, Oxford 1959.
2. O. P. SHARMA, M. ROTENBERG, S. PENNER, *Phase change problems with variable surface temperature*, AIAA J., 4, 5 (1967), 677.
3. H. G. LANDAU, *Heat conduction in a melting solid*, Quart. Appl. Math., 1, 8 (1950), 81.
4. D. BAER, A. AMBRÓSIO, *Heat conduction in a semi-infinite slab with sublimation at the surface*, Planetary and space sciences, 4 (1961), 436.
5. S. J. CITRON, *Heat conduction in a melting slab*, J. Aerospace Sci., 3, 27 (1960), 219.
6. J. I. MASTERS, *Problem of intense surface heating of a slab accompanied by change of phase*, J. Appl. Phys., 5, 27 (1956), 477.
7. Я. Б. Зельдович и Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Москва 1966.
8. Н. М. Кузнецов, *Термодинамические функции и ударные адибаты воздуха при высоких температурах*, Москва 1965.
9. L. LANDAU, E. LIFSZYC, *Fizyka statystyczna*, Warszawa 1959.
10. C. M. USISKIN, E. M. SPARROW, *Thermal radiation between parallel plates separated by an absorbing-emitting isothermal gas*, Int. J. of heat and mass transfer, 1 (1960), 28.
11. L. LANDAU, E. LIFSZYC, *Mechanika ośrodków ciągłych*, Warszawa 1958.

⁽¹⁾ Całkowanie równania (5.23) na maszynie cyfrowej GIER wykonał mgr J. WĄSOWSKI z Centrum Obliczeniowego PAN.

Резюме

СУБЛИМАЦИЯ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ ГАЗА
НАГРЕТОГО СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

В работе, рассматривается, теоретически, некоторая модель воздействия сильной ударной волны, распространяющейся в идеальном газе на поверхности твердого тела (стенки). Предполагается, что падающая или отраженная ударная волна, воздействует на стенку посредством передачи энергии излучения. В расчетах, касающихся приближения волны к стенке, применяются две разные модели транспорта излучения. Обсуждается, качественно, во всем диапазоне изменчивости времени, и количественно только в случае, когда условия возникновения сублимации стенки, появляется только после отражения волны. Дается уравнение, определяющее момент начала сублимации. Констатируется, что если в каком-либо конкретном случае, сублимация не начинается перед отражением волны, тогда излучение передаваемое падающей волной по сравнению и излучением от газа, нагретого отраженной волной, можно пренебречь. Дается, также, числовой пример решения уравнения теплопроводности для случая сублимирующей степени и определяется скорость сублимации.

Summary

SUBLIMATION OF A PLANE WALL UNDER THE INFLUENCE OF RADIATION OF
A GAS HEATED BY A STRONG SHOCK WAVE

In this paper, theoretical consideration is given to a certain model of the interaction of a strong shock wave, propagating in a perfect gas, with the surface of a solid body (wall). It is assumed that the incident or reflected shock wave interacts with the wall means of radiation energy transfer. In the calculations concerning the approach of the wave to the wall two different models of radiation transport were applied. The conditions of sublimation formation were discussed qualitatively (in the full range of the variation of time) and quantitatively (only for the case in which the sublimation occurs just after the reflection of the wave). The equation determining the moment of the beginning of sublimation is also given. It is found that if in a concrete case the sublimation does not start before the reflection of the wave, then the radiation emitted by the incident wave can be neglected in comparison with the radiation from the gas heated by the reflected wave. Also given is numerical example of the solution of the equation of thermal conductivity in the case of a sublimating wall, and the rate of sublimation is determined.

ZAKŁAD GEOFIZYKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Praca została złożona w Redakcji dnia 17 marca 1969 r.