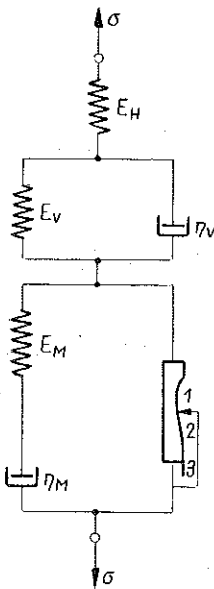


WYZNACZANIE PARAMETRÓW PEWNEGO NIELINIOWEGO MODELU
REOLOGICZNEGO

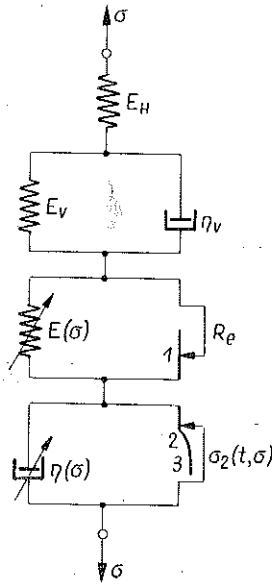
ANATOLIUSZ JAKOŁLUK, MICHAŁ CZECH, JERZY KOŁYBKO (BIAŁYSTOK)

1. Wstęp

Jedną z metod służących do opisu zjawisk reologicznych jest metoda doboru odpowiedniego modelu reologicznego. W dotychczasowej literaturze brak było wskazówek, jak należy wyznaczać parametry bardziej złożonych nieliniowych modeli reologicznych. Autorzy postawili sobie za cel wyznaczenie parametrów nieliniowego modelu reologicznego, zaproponowanego przez A. JAKOŁLUKA w pracy [1] (rys. 1).



Rys. 1. Model reologiczny
A. JAKOŁLUKA [1]



Rys. 2. Zmodyfikowany
model reologiczny

W trakcie wyznaczania parametrów części nieliniowej napotkano na pewne trudności matematyczne. Uniknięto tych trudności rozdzielając nieliniową część modelu na dwie prostsze części nieliniowe połączone szeregowo (rys. 2). Model ten składa się z trzech elementów liniowych i pięciu nieliniowych. Tak zmodyfikowany model,

przy przyjęciu założenia, że czas umocnienia t_u nie zależy od wartości naprężenia σ pozwolił w sposób względnie prosty wyznaczyć jego parametry.

Wyznaczenie parametrów tego modelu autorzy dokonali opierając się na wynikach prób pełzania stopu aluminium Al-Mg-Si (PA4), podanych w pracy A. JAKOŃLUKA [2]; współrzędne krzywych pełzania z tych badań zestawiono w tablicy 1. Wyniki te dotyczą prób pełzania, przeprowadzonych w jednoosiowym stanie naprężenia w temperaturze $T=296^\circ\text{K}$.

Tablica 1. Współrzędne krzywych $\varepsilon(t)$

t [h]	ε_{sr} [%]			
	$\sigma=288,6$ [MN/m ²]	$\sigma=290,4$ [MN/m ²]	$\sigma=302,9$ [MN/m ²]	$\sigma=333,4$ [MN/m ²]
0	1,618	1,642	2,201	4,433
1	2,010	2,034	2,603	5,165
5	2,107	2,162	2,727	5,437
10	2,162	2,209	2,793	5,581
25	2,237	2,282	2,885	5,862
50	2,290	2,336	2,961	6,135
100	2,347	2,392	3,039	6,470
150	2,390	2,437	3,107	6,695

2. Wyznaczanie parametrów modelu

2.1. Wyznaczanie parametrów części liniowej modelu. Dla umożliwienia rozdzielania krzywych pełzania, których współrzędne są podane w tablicy 1, na części opisywane przez liniową i nieliniową część modelu przeprowadzono próby pełzania przy $\sigma=288,6$ [MN/m²] z pełzaniem wstecznym przy odciążeniu. Wyniki tych prób przedstawiono na rys. 3. Linią przerywaną naniesiono średnią uzyskaną z trzech prób.

Parametr ciała Hooke'a dla badanego stopu i temperatury, w której przeprowadzono próby, wynoszącej $T=296^\circ\text{K}$, został wyznaczony z następującego związku podanego przez A. JAKOŃLUKA w pracy [1]:

$$(2.1) \quad E_H(T) = 90,45 - 0,05814 T \text{ [GN/m}^2\text{]},$$

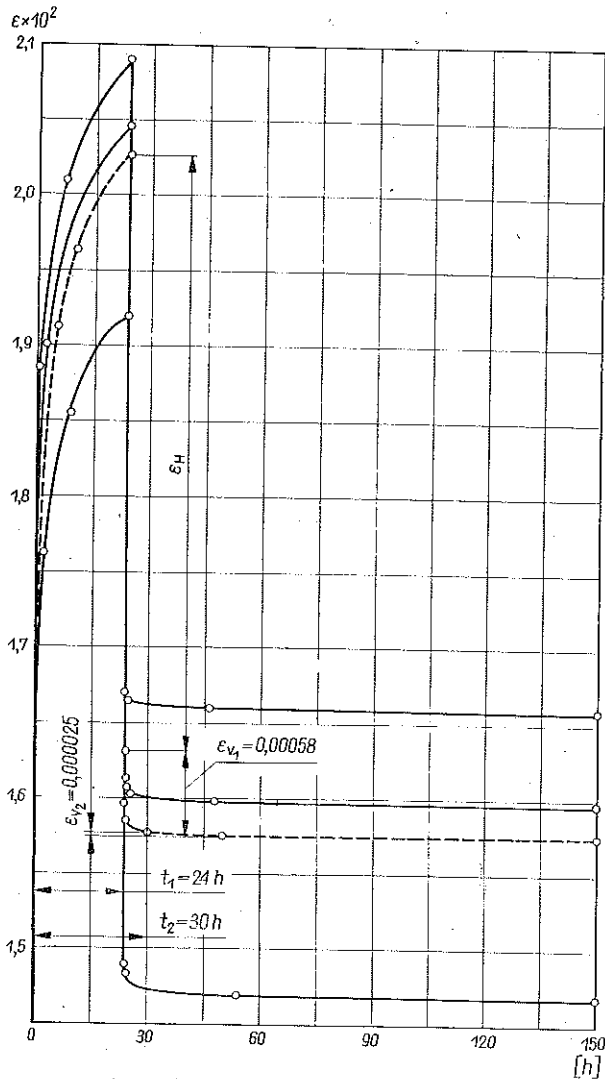
stąd

$$E_H = 73,24 \text{ [GN/m}^2\text{]}.$$

Odształcenie elementu Kelvina-Voigta przy stałym obciążeniu opisuje następujący wzór:

$$(2.2) \quad \varepsilon_v = \frac{\sigma}{E_v} (1 - e^{-t/\tau_1}),$$

gdzie $\tau_1 = \eta_v/E_v$ oznacza czas retardacji, η_v współczynnik lepkości oraz E_v moduł sprężystości.



Rys. 3. Krzywe pełzania przy $\sigma = 288,6$ [MN/m²] z pełzaniem wstecznym po odciążeniu. Linia przerywana – krzywa średnia z trzech prób.

Odształcenie nawrotu sprężystego określone jest za pomocą wzoru w postaci następującej:

$$(2.3) \quad \varepsilon_v = \varepsilon_{v1} e^{-t/\tau_1},$$

gdzie ε_{v1} oznacza odształcenie dla $t = t_1$ przed odciążeniem, a t_1 czas obciążenia. Dla czasu $t_1 = 24$ [h] odształcenie $\varepsilon_{v1} = 0,00058$, a dla czasu $t_2 = 30$ [h] $\varepsilon_{v2} = 0,00025$ (rys. 3). Na podstawie wzorów (2.2) i (2.3) i powyższych danych wyznaczono wartości E_v i τ_1 , gdzie $E_v = 457350$ [MN/m²], $\tau_1 = 9,5419$ [h]. Stąd $\eta_v = \tau_1 E_v = 4,36 \cdot 10^6$ [MNm⁻² h]. Obliczone wartości odształceń dla elementów liniowych modelu zestawiono w tabelcy 2.

Tablica 2. Odształcenia części liniowej modelu

t [h]	ε_H [%]				ε_v [%]			
	σ [MN/m ²]				σ [MN/m ²]			
	288,6	290,4	302,9	333,4	288,6	290,4	302,9	333,4
0					0,000	0,000	0,000	0,000
1					0,006	0,006	0,007	0,007
5					0,026	0,026	0,027	0,030
10					0,041	0,041	0,043	0,047
25	0,394	0,397	0,414	0,455	0,059	0,059	0,061	0,068
50					0,063	0,063	0,066	0,073
100					0,063	0,063	0,066	0,073
150					0,063	0,063	0,066	0,073

2.2. Wyznaczanie parametrów części nieliniowej modelu reologicznego. *Element nieliniowy sprężystoplastyczny*. Element ten pozwala wyznaczyć natychmiastowe odształcenia plastyczne, gdy $\sigma \geq R_e$.

Ponieważ suwak na powierzchni 1 przenosi naprężenia równe granicy plastyczności R_e , to na sprężynę działa naprężenie $\sigma - R_e$. Granicę plastyczności wyznaczamy z następującego wzoru podanego w pracy [1]:

$$(2.4) \quad R_e(T) = 397,8 - 0,4443 T \text{ [MN/m}^2\text{]}.$$

Dla $T = 296^\circ\text{K}$, $R_e = 266,3 \text{ [MN/m}^2\text{]}$.

Moduł sprężystości sprężyny wyznaczymy z następującego wzoru:

$$(2.5) \quad E_i = \frac{\sigma_i - R_e}{\varepsilon_{1i}} \quad \text{dla } i = 1, \dots, 4,$$

gdzie $\varepsilon_{1i} = \varepsilon_{0i} - \varepsilon_{Hi}$, ε_{0i} oznacza odształcenie w chwili $t=0$ przy naprężeniu σ_i , ε_{Hi} odształcenie ciała Hooke'a przy naprężeniu σ_i . Dla czterech wartości naprężeń uzyskano następujące moduły, które ze względu na metodę wyznaczania będą modułami siecznymi:

$$\sigma_1 = 288,6 \text{ [MN/m}^2\text{]}, \quad E_1 = 1821,9 \text{ [MN/m}^2\text{]},$$

$$\sigma_2 = 290,4 \text{ [MN/m}^2\text{]}, \quad E_2 = 1935,7 \text{ [MN/m}^2\text{]},$$

$$\sigma_3 = 302,9 \text{ [MN/m}^2\text{]}, \quad E_3 = 2048,1 \text{ [MN/m}^2\text{]},$$

$$\sigma_4 = 333,4 \text{ [MN/m}^2\text{]}, \quad E_4 = 1686,8 \text{ [MN/m}^2\text{]}.$$

Wyznaczone wartości modułów wskazują, że są one zależne od naprężenia. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono następującą funkcję $E(\sigma)$:

$$(2.6) \quad E(\sigma) = -0,52268 \sigma^2 + 321,23 \sigma - 47307,7.$$

Element lepkoplastyczny z umocnieniem. Ta część modelu składa się z trzech części nieliniowych: nieliniowego tłumika typu Newtona; powierzchni krzywoliniowej suchego tarcia 2, powodującej zmienność siły tarcia w zależności od czasu

i poziomu naprężenia; powierzchni tarcia suchego 3 stycznej do powierzchni 2, realizującej pełzanie ustalone w wyniku stałej siły tarcia. Wartości współczynnika lepkości η zostały wyznaczone ze wzoru

$$(2.7) \quad \eta_i = \frac{\sigma_i - R_c}{\dot{\varepsilon}_2(0, \sigma_i)},$$

gdzie

$$(2.8) \quad \dot{\varepsilon}_2(0, \sigma_i) = \dot{\varepsilon}(0, \sigma_i) - \dot{\varepsilon}_v(0, \sigma_i).$$

Wielkość $\dot{\varepsilon}(0, \sigma_i)$ wyznaczono ze wzoru opisującego prędkość pełzania podanego w pracy autorów [3]:

$$(2.9) \quad \dot{\varepsilon}(t, \sigma) = B(t) \sigma^{n(t)},$$

dla którego na podstawie danych doświadczalnych wyznaczono funkcje $B(t)$ i $n(t)$, gdzie

$$(2.10) \quad \lg B(t) = -12,7798 - 22,5159 \operatorname{th} \frac{t}{15e^{-0,15 + 0,7176 \arctg[(t-4)/27,5]}} + \\ + \frac{e^{-(1,26t-12,6)^2}}{8} - \frac{e^{-(0,25t-6,25)^2}}{4,5}$$

oraz

$$(2.11) \quad n(t) = 4,2978 + 7,9547 \operatorname{th} \frac{t}{15e^{-0,03370 + 0,73918 \sin[\pi(t-5)/150]}}.$$

Wielkości $\dot{\varepsilon}_v(0, \sigma)$ obliczono ze wzoru uzyskanego przez zróżniczkowanie wzoru (2.2):

$$(2.12) \quad \dot{\varepsilon}_v = \frac{\sigma}{E_v} \frac{1}{\tau_1} e^{-t/\tau_1}.$$

Współczynniki lepkości η obliczone według wzorów (2.7)–(2.12) są zestawione w tabelicy 3.

Tablica 3. Współczynniki lepkości $\eta(\sigma)$

σ [MN/m ²]	$\dot{\varepsilon}(0, \sigma_i) \cdot 10^5$ [1/h]	$\dot{\varepsilon}_v(0, \sigma_i) \cdot 10^5$ [1/h]	$[\dot{\varepsilon}(0, \sigma_i) - \dot{\varepsilon}_v(0, \sigma_i)] \cdot 10^5$ [1/h]	$\eta_i = \frac{\sigma_i - R_c}{\dot{\varepsilon}(0, \sigma_i) - \dot{\varepsilon}_v(0, \sigma_i)}$ [MN h m ⁻²]
288,6	622	7	615	3626
290,4	639	7	632	3813
302,9	764	7	757	4835
333,4	1157	8	1149	5840

Z zestawienia wynika, że współczynnik lepkości jest zależny od naprężenia σ . Zmienność ta jest liniowa, a prosta regresji ma postać następującą:

$$(2.13) \quad \eta(\sigma) = -10066 + 48,036 \sigma.$$

Wartość kwadratu współczynnika korelacji $r^2=0,94605$ świadczy o poprawności przyjęcia zależności liniowej.

Dla wyznaczenia parametru elementu tarcia suchego $2\sigma_2(t, \sigma)$ przyjęto następujące postępowanie. Poszukuje się ogólnego wzoru na $\varepsilon_2(t, \sigma)$ opisującego pierwszy okres pełzania. W tym celu obliczono $\varepsilon_2(t, \sigma)$ z następującego wzoru:

$$(2.14) \quad \varepsilon_2(t, \sigma) = \varepsilon(t, \sigma) - \varepsilon_v(t, \sigma) - \varepsilon_0(\sigma),$$

gdzie wartości $\varepsilon(t, \sigma)$ i $\varepsilon_0(\sigma)$ wzięto z krzywych doświadczalnych, których współrzędne podane są w tabelicy 1, a współrzędne $\varepsilon_v(t, \sigma)$ z tabelicy 2. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabelicy 4.

Tablica 4. Współrzędne $\varepsilon_2(t, \sigma)$

t [h]	ε_2 [%]			
	σ_1 [MN/m ²]			
	288,6	290,4	302,9	333,4
0	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,386	0,386	0,395	0,725
5	0,463	0,493	0,499	0,974
10	0,503	0,526	0,549	1,101
25	0,560	0,581	0,623	1,361
50	0,609	0,631	0,694	1,629
100	0,666	0,687	0,772	1,964
150	0,709	0,732	0,840	2,189

Okazało się, że $\varepsilon_2(t, \sigma)$ uzyskane ze wzoru (2.14) da się opisać formułą ogólną w postaci:

$$(2.15) \quad \bar{\varepsilon}_2(t, \sigma) = a(\sigma) + b(\sigma) \ln(t+1).$$

Funkcja ta jest poprawna dla czasów $t \geq 1$ [h]. Dla wyznaczenia współczynników $a(\sigma)$ i $b(\sigma)$ obliczono proste regresji odpowiadające wzorowi (2.15) dla czterech wartości naprężeń. Zestawienie współczynników a i b oraz kwadratów współczynników korelacji r dla różnych wartości naprężeń przedstawia tablica 5.

Tablica 5. Współczynniki prostych regresji dla $\bar{\varepsilon}_2(t, \sigma)$

σ_1 [MN/m ²]	$a \cdot 10^7$	$b \cdot 10^7$	r^2
288,6	33004	730472	0,9956
290,4	34309	753419	0,9804
302,9	31548	996720	0,9915
333,4	37671	3366020	0,9684

Z tablicy 5 wynika, że współczynnik a praktycznie nie zależy od σ . Dlatego też przyjęto średnią wartość stałą

$$(2.16) \quad a = \frac{\sum_{i=1}^4 a_i}{4} = 0,00341.$$

Natomiast współczynnik b zależy wyraźnie od σ . Zależność ta jest następującą funkcją paraboliczną:

$$(2.17) \quad b(\sigma) = 1,2031 \cdot 10^{-6} \sigma^2 - 6,8954 \cdot 10^{-4} \sigma + 9,9518 \cdot 10^{-2}.$$

Aby funkcja (2.15) odnosiła się do przedziału poniżej jednej godziny, dodano do prawej strony (2.15) funkcję korekcyjną w postaci

$$(2.18) \quad \hat{\varepsilon}_2(t, \sigma) = -\frac{c(\sigma)}{(t+1)^{d(\sigma)}} - e^{-m(\sigma)t}.$$

Poprawiona funkcja $\varepsilon_2^*(t, \sigma)$ będzie sumą funkcji (2.15) i (2.18):

$$(2.19) \quad \varepsilon_2^*(t, \sigma) = \bar{\varepsilon}_2(t, \sigma) + \hat{\varepsilon}_2(t, \sigma).$$

Współczynniki $c(\sigma)$, $d(\sigma)$ i $m(\sigma)$ wyznaczymy z trzech grup warunków początkowych dla czterech wartości naprężeń. Pierwszą grupę warunków początkowych przedstawiamy w postaci

$$(2.20) \quad \text{I} \quad t=0; \quad i=1, \dots, 4, \quad \varepsilon_2^*(0, \sigma_i) = 0.$$

Drugą grupę warunków początkowych uzyskujemy dla prędkości $\dot{\varepsilon}_2^*(t, \sigma)$ przez różniczkowanie wzoru (2.19) i wykorzystanie związku (2.7). Warunki te przybierają postać

$$(2.21) \quad \text{II} \quad t=0; \quad i=1, \dots, 4, \quad \dot{\varepsilon}_2^*(0, \sigma_i) = \frac{\sigma_i - R_e}{\eta(\sigma_i)},$$

gdzie $\eta(\sigma_i)$ bierzemy ze wzoru (2.13). Trzecią grupę warunków początkowych budujemy następująco. Ponieważ wartości kwadratów współczynników korelacji (tablica 5) wskazują na to, że funkcja $\bar{\varepsilon}_2(t, \sigma)$ dla czasów $t \geq 1$ [h] została dobrana poprawnie w porównaniu ze współrzędnymi doświadczalnymi ε_2 z tablicy 4, które były liczone z dokładnością do piątego miejsca po przecinku, to funkcja korekcyjna $\hat{\varepsilon}_2(t, \sigma)$ dla $t \geq 1$ [h] powinna przyjmować wartości nie większe niż $5 \cdot 10^{-6}$. Jest to konieczne ze względu na to, aby nie wpływała ona na dobraną funkcję $\bar{\varepsilon}_2(t, \sigma)$ dla czasów $t \geq 1$ [h]. Na podstawie tego stwierdzenia trzecia grupa warunków początkowych przyjmie postać

$$(2.22) \quad \text{III} \quad t=1 \text{ [h]}; \quad i=1, \dots, 4, \quad |\hat{\varepsilon}_2(1, \sigma_i)| \leq 5 \cdot 10^{-6}.$$

Obliczane za pomocą wzorów (2.20)–(2.22) współczynniki c , d i m dla czterech wartości naprężeń zestawiono w tablicy 6. Z tablicy 6 wynika, że współczynniki c i d zależą od wartości naprężenia, m zaś zależy od σ . Dla m ustalono następującą funkcję paraboliczną:

$$(2.23) \quad m(\sigma) = -2,2260141 \cdot 10^{-6} \sigma^2 + 14,459796 \cdot 10^{-4} \sigma + 17,310601.$$

Prędkość pełzania na granicy elementów tarcia suchego 2 i 3 musi być stała. Stąd funkcja dobrana musi spełniać dodatkowo czwartą grupę warunków początko-

Tablica 6. Współczynniki funkcji korekcyjnej

σ [MN/m ²]	c	d	m
288,6	-0,99659	17,605	17,5499194
290,4	-0,99659	17,605	17,5502386
302,9	-0,99659	17,605	17,5518929
333,4	-0,99659	17,605	17,5526923

wych dla różnych naprężeń. Warunki sprowadzają się do tego, że przy $t_u = 150$ [h] pochodna dobranej funkcji musi być równa prędkości doświadczalnej. Funkcja (2.19) w naszym przypadku tego warunku nie spełnia. Dla spełnienia go dodano do funkcji (2.19) funkcję korekcyjną w postaci

$$(2.24) \quad \tilde{\epsilon}_2(t, \sigma) = l(\sigma) t^2.$$

Odształcenia elementu Hooke'a i odkształcenie pierwszego elementu nieliniowego ϵ_1 są niezależne od czasu, odkształcenie elementu Kelvina-Voigta praktycznie ustala się przy czasie ok. 50 godzin, a funkcja (2.18) ustala się praktycznie po 1 godzinie. Z tego względu w grupie czwartej warunków początkowych należy wziąć pod uwagę jedynie funkcje (2.15) i (2.24). Wymieniona grupa warunków początkowych przyjmie wtedy postać:

$$(2.25) \quad \text{IV} \quad t = 150 \text{ [h]}; \quad i = 1, \dots, 4; \quad \dot{\epsilon}_2(150, \sigma_i) + \dot{\epsilon}_2(150, \sigma_i) = \dot{\epsilon}_d(150, \sigma_i),$$

gdzie $\dot{\epsilon}_d(150, \sigma_i)$ oznacza doświadczalną prędkość pełzania przy naprężeniu σ_i . Z ostatniej grupy warunków początkowych można wyznaczyć cztery wartości współczynnika l , a następnie dobrać $l(\sigma)$.

W naszym przypadku ominęliśmy pracochłonny dobór funkcji $l(\sigma)$, wykorzystując dla prawej strony wzoru (2.25) znaną funkcję $\dot{\epsilon} = B\sigma^n$ dla pełzania ustalonego. Współczynniki B i n zostały wyznaczone na podstawie tych samych danych doświadczalnych dotyczących pełzania dla czasu $t = 150$ [h] w pracy autorów [3]. Wartości tych współczynników są następujące: $B = 5,281 \cdot 10^{-36}$ [(m²/MN)ⁿ · 1/h], $n = 12,2562$. Ostatecznie IV grupę warunków początkowych zastępujemy jednym warunkiem w postaci:

$$(2.26) \quad \frac{b(\sigma)}{151} + 300 l(\sigma) = 5,281 \cdot 10^{-36} \sigma^{12,2562}.$$

Stąd

$$(2.27) \quad l(\sigma) = 1,7603 \cdot 10^{-38} \sigma^{12,2562} - 2,2075 \cdot 10^{-5} b(\sigma).$$

W tablicy 7 podano współrzędne odkształcenia elementu sprężysto-plastycznego obliczone ze wzoru (2.5) przy wykorzystaniu (2.6) oraz odkształcenia ϵ_2^* i $\tilde{\epsilon}_2$ elementu lepkoplastycznego z umocnieniem, obliczone ze wzorów (2.19) i (2.24) przy wykorzystaniu (2.27).

Z badania funkcji korekcyjnej $\tilde{\epsilon}_2(t, \sigma)$ i współrzędnych odkształceń zestawionych w tablicach 2 i 7 nasuwają się następujące postrzeżenia:

- 1) dla funkcji tej nie zmieniają się warunki początkowe (2.20) i (2.22);
- 2) w sposób właściwy koryguje ona prędkość dla 150 godzin i poprawia współrzędne odkształceń.

Tablica. 7 Wyniki obliczeń odkształceń części nieliniowej dla I okresu pelzania

t [h]	ε_1 [%]				$\bar{\varepsilon}_2 + \hat{\varepsilon}_2 = \hat{\varepsilon}_2^*$ [%]				$\tilde{\varepsilon}_2$ [%]			
	σ [MN/m ²]				σ [MN/m ²]				σ [MN/m ²]			
	288,6	290,4	302,9	333,4	288,6	290,4	302,9	333,4	288,6	290,4	302,9	333,4
0					0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1					0,391	0,392	0,413	0,564	0,000	0,000	0,000	0,000
5					0,470	0,472	0,527	0,942	0,000	0,000	0,000	0,000
10	1,196	1,269	1,796	3,967	0,514	0,517	0,590	1,145	0,000	0,000	0,000	0,001
25					0,576	0,580	0,679	1,434	0,001	0,001	0,001	0,005
50					0,625	0,630	0,749	1,660	0,002	0,003	0,006	0,018
100					0,674	0,680	0,820	1,889	0,009	0,011	0,022	0,073
150					0,703	0,709	0,861	2,024	0,021	0,025	0,050	0,164

Całkowita funkcja odkształcenia elementu lepkoplastycznego z umocnieniem będzie miała postać

$$(2.28) \quad \varepsilon_2(t, \sigma) = \bar{\varepsilon}_2(t, \sigma) + \hat{\varepsilon}_2(t, \sigma) + \tilde{\varepsilon}_2(t, \sigma).$$

Napisanie funkcji $\sigma_2(t, \sigma)$ w postaci wyraźnej jest już tylko formalnością, gdyż różniczkując wzór (2.28) względem czasu i wstawiając do wzoru

$$(2.29) \quad \dot{\varepsilon}_2(t, \sigma) = \frac{\sigma - \sigma_2(t, \sigma)}{\eta(\sigma)},$$

znajdujemy $\sigma_2(t, \sigma)$.

3. Analiza otrzymanych wyników i wnioski

Ocena poprawności doboru modelu reologicznego może być dokonana przez porównanie krzywych doświadczalnych pełzania z krzywymi teoretycznymi, uzyskanymi dla tego modelu. Współrzędne teoretycznych krzywych pełzania obliczono jako sumy odkształceń poszczególnych, szeregowo połączonych części modelu.

Dla I okresu pełzania funkcja odkształcenia będzie następującą sumą funkcji:

$$(3.1) \quad \varepsilon_I(t, \sigma) = \varepsilon_H(\sigma) + \varepsilon_v(t, \sigma) + \varepsilon_1(\sigma) + \varepsilon_2(t, \sigma),$$

gdzie $\varepsilon_H(\sigma)$ jest funkcją odkształcenia ciała Hooke'a, $\varepsilon_v(t, \sigma)$ funkcją odkształcenia ciała Kelvina-Voigta według wzoru (2.2), których współrzędne są podane w tablicy 2; $\varepsilon_1(\sigma)$ funkcją odkształcenia elementu sprężystoplastycznego według wzoru (2.5), $\varepsilon_2(t, \sigma)$ funkcją odkształcenia elementu lepkoplastycznego z umocnieniem według wzoru (2.28), których współrzędne są podane w tablicy 7. Zestawienie współrzędnych teoretycznych krzywych pełzania dla pierwszego okresu pełzania ε_I podaje tablica 8.

Tablica 8. Współrzędne teoretyczne krzywych pełzania

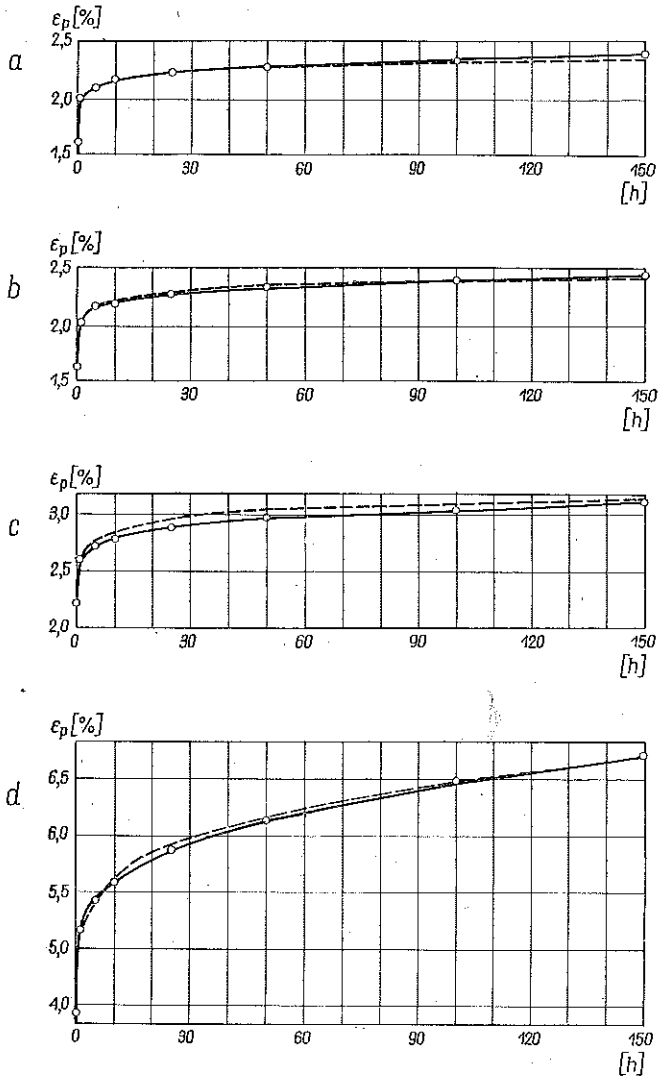
t [h]	ε_I [%]			
	σ [MN/m ²]			
	288,6	290,4	302,9	333,4
0	1,590	1,666	2,210	4,422
1	1,987	2,064	2,630	4,993
5	2,086	2,164	2,764	5,394
10	2,145	2,224	2,843	5,615
25	2,226	2,301	2,951	5,929
50	2,280	2,362	3,031	6,173
100	2,336	2,420	3,118	6,457
150	2,377	2,463	3,187	6,683

Drugi okres pełzania modelowany jest przez ruch suwaka o stałym docisku po powierzchni 3 i tłumik typu Newtona. Funkcję odkształceń dla II okresu pełzania napiszemy na podstawie wyników dotychczasowych rozważań. Będzie ona miała postać

$$(3.2) \quad \varepsilon_{II}(t, \sigma) = \varepsilon_I(t_u, \sigma) + \dot{\varepsilon}_I(t_u, \sigma) (t - t_u),$$

dla $t \geq t_u = 150$ [h].

Na podstawie tablic 1 i 8 na rys. 4 przedstawiono porównanie krzywych doświadczalnych z krzywymi teoretycznymi. Z porównania widać, że przyjęty model reologiczny i sposób wyznaczania jego parametrów dały wyniki zadowalające.



Rys. 4. Porównanie doświadczalnych krzywych pełzania z krzywymi teoretycznymi:

a – dla $\sigma = 288,6$ [MN/m²], *b* – dla $\sigma = 290,4$ [MN/m²], *c* – dla $\sigma = 302,9$ [MN/m²]
d – dla $\sigma = 333,4$ [MN/m²], linia ciągła – krzywe doświadczalne, linia przerywana – krzywe teoretyczne

W zakończeniu należy podkreślić dość dużą uniwersalność tego modelu, gdyż może być on wykorzystany do opisu wszystkich metali i ich stopów w zakresie zarówno bardzo małych, dużych i bardzo dużych odkształceń.

Literatura cytowana w tekście

1. A. JAKOWLUK, *Wibropelzanie w metalach*, ser. «Nowa Technika», z. 73, WNT, Warszawa 1967, s. 128.
2. A. JAKOWLUK, *Wpływ poziomu naprężenia na proces wibropelzania*, Mech. Teor. i Stos., 4, 7 (1968).
3. M. CZECH, A. JAKOWLUK i J. KOŁYBKO, *Pewne aspekty ustalania i doboru funkcji proporcjonalności prędkości pelzania oraz funkcji wskaźnika nieliniowości pelzania*, Materiały z V Krajowej Konferencji Wytrzymałości i Badania Materiałów, t. I, Kraków 1969, Ce BeA-Kraków (wydane na prawach rękopisu).

Резюме

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕКОТОРОЙ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматривается механическая реологическая восьмипараметрическая модель, состоящая из следующих элементов: 1 — тела Гука, 2 — тела Кельвина-Фойгта, 3 — упруго-пластических тел (параллельное соединение нелинейной пружины и тела Сан Венаца), 4 — вязко-пластического тела с креплением с параллельным соединением демпфера и элемента типа сухого трения, с нажимом, зависящим от времени и напряжения для реализации первого периода ползучести, характеризующегося упрочнением и наконец, поверхности трения с постоянным нажимом для реализации второго периода ползучести.

Параметры и характеристики нелинейных элементов предложенной модели, определяются на основе результатов экспериментальных испытаний ползучести сплава алюминия Al-Mg-Si (PA4). Приводятся, также, сравнения кривых ползучести, определенных экспериментально и полученных из анализа модели с определенными параметрами и характеристиками, которые показали хорошую согласованность.

Предлагаемая модель довольно универсальна, так как ее можно использовать для описания ползучести всех металлов и их сплавов, в области очень малых, больших и очень больших деформаций.

Summary

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF A CERTAIN NONLINEAR RHEOLOGICAL MODEL

In this paper, an eight-parameter mechanical nonlinear rheological model is considered with connection in series of: 1) Hook's body; 2) Kelvin-Voigt's body; 3) an elasto-plastic body (parallel connection of a nonlinear body and St. Venant's body); 4) visco-plastic reinforced by a parallel connection of a nonlinear damper and a slide of the dry friction type with pressure dependent on the time and strain for the realization of the first period of creeping characterized by reinforcement, and finally with surface of dry friction with constant pressure for the realization of the second period of creeping.

The parameters and characteristics of the nonlinear elements in the proposed model are determined on the basis of the results of experimental studies of creeping tests for an aluminium alloy of Al-Mg-Si (PA4). Good agreement is shown by a comparison made also between the creeping curves determined experimentally and those obtained from analysis of the model with determined parameters and characteristics.

The model suggested is quite universal, since it may be utilized for the description of the creeping of all metals and their alloys in the range of very small, large and very large deformations.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA
W BIAŁYMSTOKU

Praca została złożona w Redakcji dnia 4 listopada 1969 r.