

ANALIZA ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ WOKÓŁ OTWORÓW W GRUBOŚCIENNYCH POWŁOKACH WALCOWYCH*

A. I. ZIRKA i W. I. SAWCZENKO (KIJÓW)

Badaniom spiętrzenia naprężeń wokół otworów w powłokach poświęcona jest dość obszerna literatura. Wszystkie znane nam prace odnoszą się do cienkich powłok, których teoria została zbudowana na podstawie hipotezy Love'a-Kirchhoffa i w ramach tej hipotezy należy rozumieć termin «spiętrzenie naprężeń».

Za pierwszą pracę z tej dziedziny uważa się pracę A. I. ŁURIEGO [7], w której rozważany jest stan naprężenia wokół małego nieumocnionego otworu kołowego w powłoce kołowo-walcowej, obciążonej równomiernym ciśnieniem wewnętrznym lub siłami osiowymi. Zagadnienie to zostało sprowadzone kolejno do rozwiązania zagadnienia płaskiego i zagadnienia zginania płyt.

Ogólne sformułowanie problemu spiętrzenia naprężeń wokół krzywoliniowego otworu o gładkim brzegu w dowolnej powłoce przypada G. N. SAWINOWI [8], a główne wyniki w tej dziedzinie uzyskano na Ukrainie. W pierwszej kolejności należy wymienić tu prace A. N. GUZJA [4]. Przegląd prac do r. 1969, dotyczących spiętrzenia naprężeń wokół otworów w cienkich powłokach, jest podany w pracy [5].

Teoretyczne badania spiętrzenia naprężeń wokół otworów nawet już w przypadku cienkich powłok napotykają na duże trudności matematyczne i z reguły zagadnienia te rozwiązuje się w sposób przybliżony. Dlatego, jak wykazano w [9], badania eksperymentalne są w wielu przypadkach niezbędne.

Większość badań eksperymentalnych, dotyczących spiętrzenia naprężeń wokół otworów w płytach i powłokach, przeprowadza się metodami elastooptyki oraz powierzchniowych warstw elastooptycznych. W mniejszym stopniu w tym celu stosuje się metody tensometryczne i lakierów elastooptycznych (por. przegląd tych zagadnień w pracy [9]).

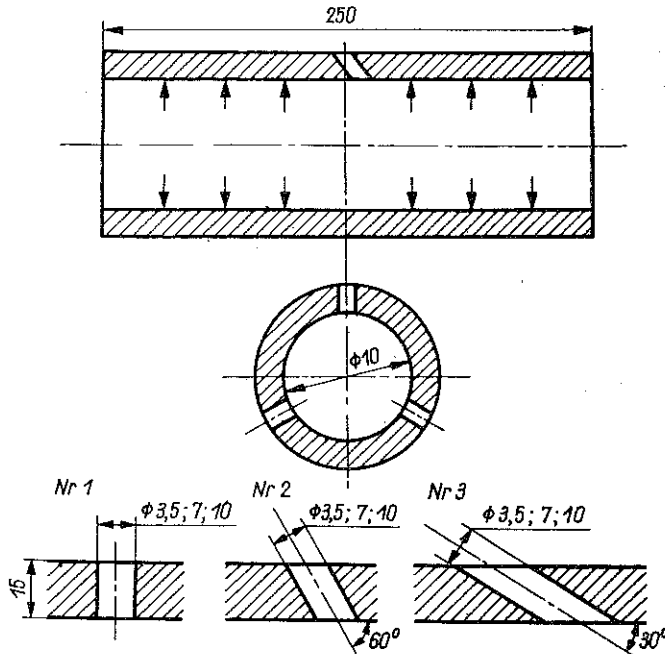
Wszystkie znane nam prace z dziedziny fotosprężystości dotyczą również powłok cienkościennych [1, 2, 3 i 10].

W pracy niniejszej stan naprężenia w grubościennych powłokach walcowych z otworami prostokątnymi i ukośnymi określa się metodą polaryzacji i «zamrażania» odkształceń. Powłoki są obciążane ciśnieniem wewnętrznym. Szczegółowo zbadany został rozkład naprężenia w trzech grubościennych powłokach walcowych. Model nr 1 miał otwory okrągłe ($\varnothing 10$, $\varnothing 7$ i $\varnothing 3,5$ mm) o stałej średnicy. Oś otworów była prostokątna do tworzącej powłoki.

Modele nr 2 i 3 miały otwory o stałej średnicy ($\varnothing 3,5$; $\varnothing 7$ i $\varnothing 10$ mm), a osie otworów były nachylone do tworzącej odpowiednio pod kątami 60° i 30° . Szkic

(*) Z rosyjskiego przełożył Józef Bejda.

modeli i wygląd badanych otworów jest pokazany na rys. 1. Modele zostały wykonane na tokarce z bloku materiału, otrzymanego przez utwardzanie żywicy epoksydowej bezwodnikiem moleinowym.



Rys. 1. Widok badanych otworów o różnych osiach nachylenia

Model nr 1 miał dna. Dna były przyklejone do części cylindrycznej klejem sporządzonym również z utwardzanej na gorąco żywicy epoksydowej ED-6. Model nr 1 obciążano ciśnieniem wewnętrznym i zamrażano w termostacie. Ciśnienie $p=0,32$ atm. osiągnęto przez tłoczenie powietrza z kompresora w powłokę. Modele nr 2 i 3 były wykonane bez den. Modele te obciążano i zamrażano w specjalnej komorze. Ciśnienie wewnętrzne na model przekazywane było z kompresora przez gumowy balon. W celu uniknięcia pęknięcia balonu wykonano ograniczniki, które przez swe przekroje boczne przenosiły ciśnienie. Modele nr 2 i 3 obciążane były ciśnieniem wewnętrznym $p=0,5$ atm.

Ze wszystkich zamrożonych modeli wycinano z dala od otworów i końców powłoki południkowe elementy (warstewki) rz i promieniowe $r\theta$ (korzysta się tu z cylindrycznego układu współrzędnych $r\theta z$) w celu określenia naprężeń głównych powłoki. Mając zmierzone w warstewkach rz opóźnienie względne δ_{rz} i parametr izokliny φ_{rz} określano różnicę naprężeń normalnych $\sigma_z - \sigma_r$ oraz naprężenia styczne τ_{rz} :

$$(1) \quad \sigma_z - \sigma_r = \frac{\sigma_{rz}}{c_t d_{rz}} \cos 2\varphi_{rz}$$

oraz

$$(2) \quad \tau_{rz} = \frac{\sigma_{rz}}{2c_t d_{rz}} \sin 2\varphi_{rz}.$$

Analogicznie określano różnicę naprężeń normalnych

$$(3) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = \frac{\delta_{r\theta}}{c_t d_{r\theta}}$$

Opóźnienie względne δ i parametry izoklin φ były mierzone kompensatorem Krasnowa SKK-2 na zsynchronizowanym według współrzędnych polarymtrze KSP-5.

Rozkład naprężeń normalnych otrzymano drogą numerycznego całkowania równań równowagi w cylindrycznym układzie współrzędnych

$$(4) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

oraz

$$(5) \quad \sigma_r = \sigma_{r_0} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta \tau_{rz}}{\Delta z} \right) \Delta r + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right)_i \Delta r,$$

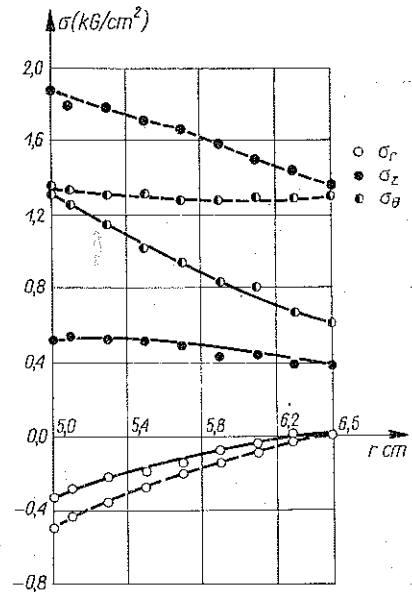
gdzie σ_{r_0} jest naprężeniem radialnym na początku drogi całkowania (całkowanie prowadzono od brzegu zewnętrznego do wewnętrznego i przyjmowano $\sigma_{r_0} = 0$). Wszystkie wielkości występujące we wzorze (5) określone są na podstawie doświadczenia ze wzorów (1), (2), (3). Znając σ_r oraz różnicę $\sigma_r - \sigma_\theta$, $\sigma_z - \sigma_r$, można znaleźć σ_θ i σ_z .

Wykresy rozkładu naprężeń σ_r , σ_θ , σ_z wzdłuż promienia powłoki z dala od otworów są pokazane na rys. 2 liniami ciągłymi dla modelu nr 1 i liniami przerywanymi dla modeli nr 2 i 3.

W celu znalezienia rozkładu naprężeń w otoczeniu otworów wycięto z modelu nr 1 na tokarce specjalnym rylcem trzy cylindryczne i trzy płaskie elementy. Warstewki te wycięto tak, aby można było otrzymać rozkład naprężeń na zewnętrznej, środkowej i wewnętrznej powierzchni powłoki. W warstewkach cylindrycznych i płaskich opóźnienie względne mierzono na brzegu otworu.

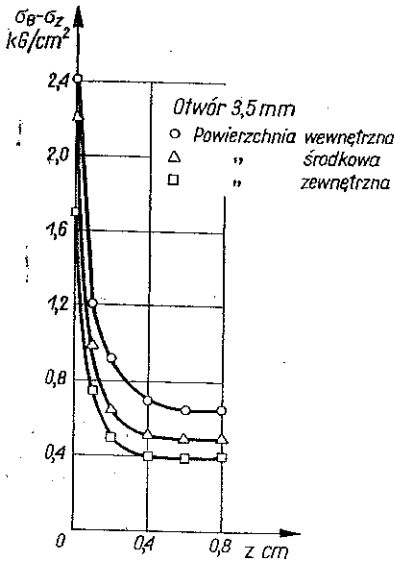
Odchyłki zmierzonych opóźnień względnych w warstewkach płaskich i cylindrycznych nie są istotne i dlatego dla modeli nr 2 i 3 wycinano tylko warstewki płaskie.

Naprężenia maksymalne na krawędziach otworów (naprężenia normalne działające na krawędzi otworu oznaczamy przez σ_k) powstają w punktach przecięcia się konturu otworów z tworzącą przechodzącą przez jego środek. Dlatego dla dokładniejszego określenia naprężeń maksymalnych na konturze σ_{kmax} i dla pokazania jak szybko zanika wpływ otworu na naprężenia główne powłoki—wykonano

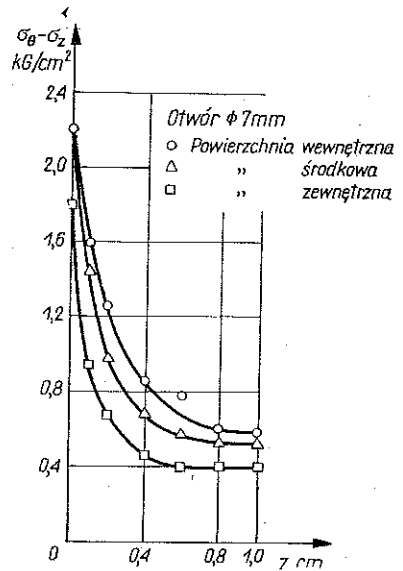


Rys. 2. Wykresy rozkładu naprężeń σ_r , σ_z , σ_θ wzdłuż promienia powłoki z dala od otworów

wykresy rozkładów naprężeń $\sigma_\theta - \sigma_z$ wzdłuż tworzącej powłoki dla modeli nr 1 i 2. Na krawędzi otworu $\sigma_z = 0$, a $\sigma_\theta = \sigma_{kmax}$.



Rys. 3. Wykresy rozkładu naprężeń $\sigma_\theta - \sigma_z$ wzdłuż tworzącej w modelu nr 1 wokół otworu $\varnothing 3,5$



Rys. 4. Wykresy rozkładu naprężeń $\sigma_\theta - \sigma_z$ wzdłuż tworzącej w modelu nr 1 wokół otworu $\varnothing 7$

Na rysunkach 3, 4 i 5 przedstawiono te wykresy dla trzech otworów modelu nr 1. Na każdym wykresie dany jest rozkład naprężeń na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni powłoki. Wykresy otrzymano na podstawie średnich wyników pomiarów w warstewkach cylindrycznych i płaskich.

Tablica 1

r [cm]	Stan naprężeń głównych w kg/cm ²			$\sigma_{k \max}$			k_e			k_t		
	σ_r	σ_θ	σ_z	D=10	D=7	D=3,5	D=10	D=7	D=3,5	D=10	D=7	D=3,5
6,39	0	0,61	0,37	1,65	1,7	1,7	2,7	2,8	2,8			
5,75	-12	0,94	0,47	2,25	2,3	2,32	2,4	2,45	2,47	2,67	2,58	2,52
5,1	-0,32	1,32	0,52	2,35	2,3	2,42	1,8	1,7	1,8			

Dla powłoki z osiami otworów prostopadłymi do tworzącej, wielkości maksymalnych naprężeń na krawędziach otworu wzięto z tablicy 1. Tam również są przytoczone doświadczalne współczynniki spiętrzenia oraz współczynniki otrzymane według wzoru Łuriego

$$k = 2,5(1 + 2,3\rho^2/rh),$$

gdzie ρ jest promieniem otworu, r promieniem powierzchni środkowej, a h grubością powłoki. Ponieważ wzór Łuriego jest poprawny dla cienkich powłok, porównywanie k_e i k_t jest ryzykowne.

Doświadczalne współczynniki spiętrzenia określono jako stosunek σ_{kmax} do naprężeń obwodowych σ_θ , wyznaczonych doświadczalnie w odpowiednich punktach modelu.

Na podstawie otrzymanych rezultatów można wyciągnąć następujące wnioski:

Zaburzona strefa wokół otworów rozprzestrzenia się od brzegu otworów wzdłuż tworzącej na odległość $1,5 D_{otw}$, a w kierunku obwodowym na odległość $4D_{otw}$.

Maksymalne naprężenia na brzegu otworu σ_{kmax} pojawiają się w punkcie przecięcia się krawędzi otworów z tworzącą przechodzącą przez środek otworu. Współczynniki spiętrzenia dla badanych otworów praktycznie nie zależą od średnicy otworu.

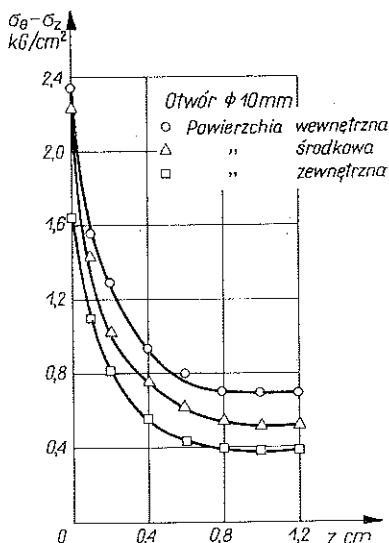
Naprężenia maksymalne zarówno z dala od otworu jak i na jego brzegu pojawiają się na wewnętrznej powierzchni powłoki. Z dala od otworu naprężenia obwodowe σ_θ wzrastają od konturu zewnętrznego do wewnętrznego szybciej niż σ_{kmax} i dlatego współczynniki spiętrzenia są największe na konturze zewnętrznym.

Wartość współczynnika spiętrzenia obliczonego ze wzoru Łuriego jest zawarta między wartościami współczynników spiętrzenia otrzymanych doświadczalnie dla powierzchni zewnętrznej i środkowej.

W przypadku otworów o osiach nachylonych do powierzchni powłoki i o stałej średnicy strefa zaburzenia jest taka sama jak w powłoce z otworami o osiach prostopadłych do powłoki.

Rozkład i wielkość naprężeń wokół otworów o osiach nachylonych pod kątem 60° do osi powłoki praktycznie pokrywają się z rozkładem i wielkością naprężeń wokół otworów o osiach prostopadłych do powłoki. Promień otworu nie wykazuje dużego wpływu na wielkość naprężeń.

Rozkład naprężeń wokół otworów nachylonych pod kątem 30° przedstawia się nieco inaczej. Naprężenia maksymalne pojawiają się tak jak poprzednio w punktach przecięcia się brzegu otworu z tworzącą cylindra, przechodzącą przez środek otworu. Na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni powłoki najbardziej naprężone są te punkty konturu otworu, gdzie tworząca otworu tworzy z tworzącą powłoki kąt ostry.



Rys. 5. Wykresy rozkładu naprężeń $\sigma_\theta - \sigma_z$ wzdłuż tworzącej w modelu nr 1 wokół otworu $\varnothing 10$

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. А. Я. Александров, М. X. Ахметзянов, А. С. Ракин, *Исследование упруго-пластического деформирования оболочек с вырезами и усилениями методом фотоупругих покрытий*, Прикл. мех., 2, 3, 1966.
2. Ю. И. Вологжанинов, *Исследование концентрации напряжений возле отверстий в оболочках методом фотоупругости*, Автореферат канд. дисс., К. 1967.

3. Ю. И. Воложжанинов, В. И. Савченко, М. Д. Феңчек, *Исследование концентрации напряжений возле кругового отверстия в гиперболической оболочке методом фотоупругости*, Сб. «Концентрация напряжений», 1, К, Изд-во «Наукова думка», 1965.
4. А. Н. Гузь, *Тонкие упругие оболочки, ослабленные отверстиями*, Автореферат докт. дисс., К, 1965.
5. А. Н. Гузь, *Концентрация напряжений около отверстий в тонких оболочках* (обзор), Прикл. мех., 5, 3, 1969.
6. В. М. Краснов, *К решению пространственной задачи теории упругости оптическим методом*, Ученые записки ЛГУ, Серия математических наук, 13, 87, 1944.
7. А. И. Дурье, *Концентрация напряжений в области отверстий на поверхности кругового цилиндра*, Прикл. мат. мех., 10, 3, 1946.
8. Г. М. Савин, *Про концентрацію напружень навколо отворів в тонких кручених оболонках*, Прикладна механіка, 7, 1, 1961.
9. Г. Н. Савин, *Распределение напряжений около отверстий*, Изд. «Наукова думка», К, 1968.
10. Н. А. Флерова, *Исследование оптическим методом концентрации напряжений в цилиндрических оболочках*, Труды ЦНИИ им. А. Н. Крылова, 98, 1955.

Резюме

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ОТВЕРСТИЙ В ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ

В работе изложены результаты экспериментального исследования концентрации напряжений в толстостенной трубе с круглыми отверстиями, высверленными под разными углами к оси трубы. Труба подвергалась действию внутреннего давления.

Опыты выполнены при помощи фотоупругого метода для пространственного напряженного состояния. Модели труб были сделаны из эпоксидных смол полимеризованных с малеиновым ангидридом. Результаты опытов сравнены с теоретическими решениями, откуда следует ряд интересных практических выводов.

SUMMARY

ANALYSIS OF THE STRESS DISTRIBUTION AROUND THE HOLES IN THICK-WALLED CYLINDRICAL SHELLS

Experimental results are shown concerning the stress concentration problem for thick-walled cylindrical shells weakened by circular cavities, their axes being slant or perpendicular to the axis of the shell. The shell is loaded by internal pressure. The corresponding three-dimensional state of stress is analysed by means of photo-elastic epoxy resin models.

A number of practical conclusions are drawn from the results obtained and from their comparison with theoretical analysis of the same problem.

KATEDRA TEORII SPRĘŻYSTOŚCI
UNIwersytetu im. SzeWCZENKI w KIJOWIE

Praca została złożona w Redakcji dnia 29 października 1971 r.