

## BADANIE STANU NAPRĘŻENIA WAŁÓW Z KRĄŻKAMI\*

T. JU. KEPICZ i W. I. SAWCZENKO (KIJÓW)

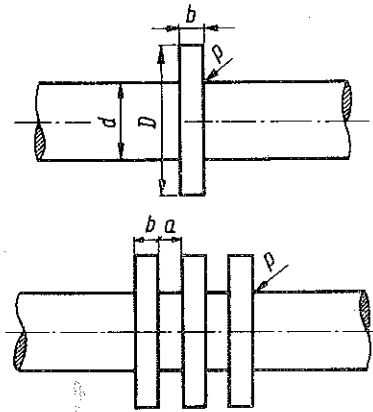
We współczesnym projektowaniu maszyn szeroko stosuje się wały schodkowe i wały z krążkami (tarczami). Problem określenia rozkładu naprężeń przy ich zginaniu i skręcaniu napotyka na znaczne trudności matematyczne. Większość znanych prac teoretycznych i doświadczalnych poświęcona jest badaniu spiętrzenia naprężeń w miejscach przejścia od wału do krążków [2 i 4].

W niniejszej pracy rozkład naprężeń w wale z jednym i trzema krążkami zbadano metodami elastooptyki i «zamrażania» odkształceń. Badania przeprowadzono na modelach wykonanych z czułego optycznie materiału ED-6M. Szkice modeli i ich wymiary zostały przedstawione na rys. 1 oraz w tabelicy 1. Stosunek średnic wału i krążków został dobrany odpowiednio do wymiarów odkutych w całości wirników turbin parowych.

*Zginanie.* Modelé były obciążane momentem gnącym, przyłożonym do końców wału i zamra-

żane. Z zamrożonych modeli wycinano południkowe warstewki prostopadłe do powierzchni obojętnej wału. W warstewce określano różnicę naprężeń głównych  $\sigma_1 - \sigma_2$  i ich kierunek. Obraz izochrom w warstewce modelu nr 4 pokazano na rys. 2. Na rys. 3 przedstawiono pola izoklin i izostat (model nr 3).

Przeprowadzone pomiary wykazują, że naprężenia główne  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  w płaszczyźnie symetrii są odpowiednio równoległe i prostopadłe do powierzchni obojętnej (pokrywają się z  $\sigma_z$  i  $\sigma_r$ ). Wyjątek stanowią strefy spiętrzenia naprężeń. Dlatego celem uzyskania oddzielnie naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  (rozdziálu naprężeń normalnych) można pominąć naprężenia normalne prostopadłe do powierzchni obojętnej wału, tzn. przyjąć w obszarze rozciągającym  $\sigma_2 = 0$  i  $\sigma_1 = \delta/c, d$ , a w obszarze ściskanym

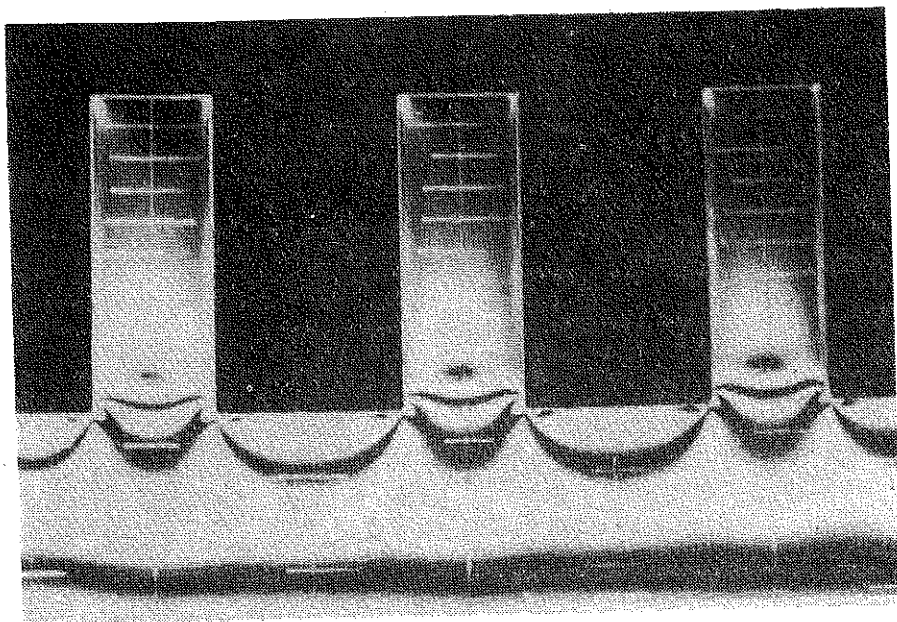


Rys. 1. Szkic badanych modeli

Tablica 1. Wymiary badanych modeli

Nr modelu	$D/d$	$b/d$	$a/b$	$\rho_{mm}$
1	2	0,1	—	0,8
2	2	0,2	—	0,8
3	2	0,4	—	0,8
4	2	0,2	1,5	0,8
5	2	0,2	1,0	0,8

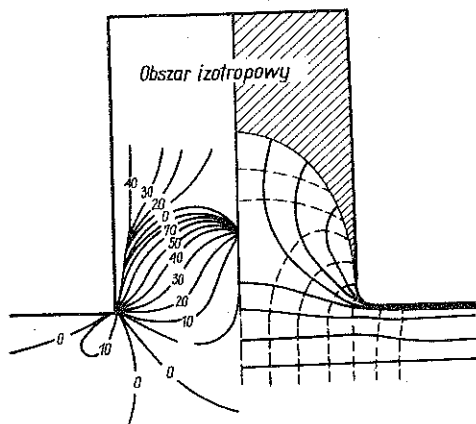
(\*) Z rosyjskiego przełożył Józef Bejda.



Rys. 2. Obraz izochrom w warstewce modelu 4

$\sigma_2 = \delta/c_t d$  i  $\sigma_1 = 0$ , gdzie  $\delta$  jest mierzonym opóźnieniem względnym,  $c_t$  względnym elastoptycznym współczynnikiem materiału modelu w temperaturze zamrażania i  $d$  grubością warstewki.

Wykresy różnicy naprężeń  $\sigma_z - \sigma_r$  wzdłuż promienia w płaszczyźnie symetrii krążka w modelach 1, 2, 3 i rozkład naprężeń obwodowych  $\sigma_s$  w miejscu przejścia



Rys. 3. Obraz izoklin i izostat w warstewce modelu 3

krążka w wał (model 3) przedstawiono odpowiednio na rysunkach 4a, 4b, 4c i 4d linią ciągłą. Dla ścisłości rozpatrzone została rozciągana część modelu. Liniami przerywanymi pokazano naprężenia obliczone ze wzoru na zginanie  $\sigma = Mr/J$ , gdzie  $J$  jest momentem bezwładności wału.

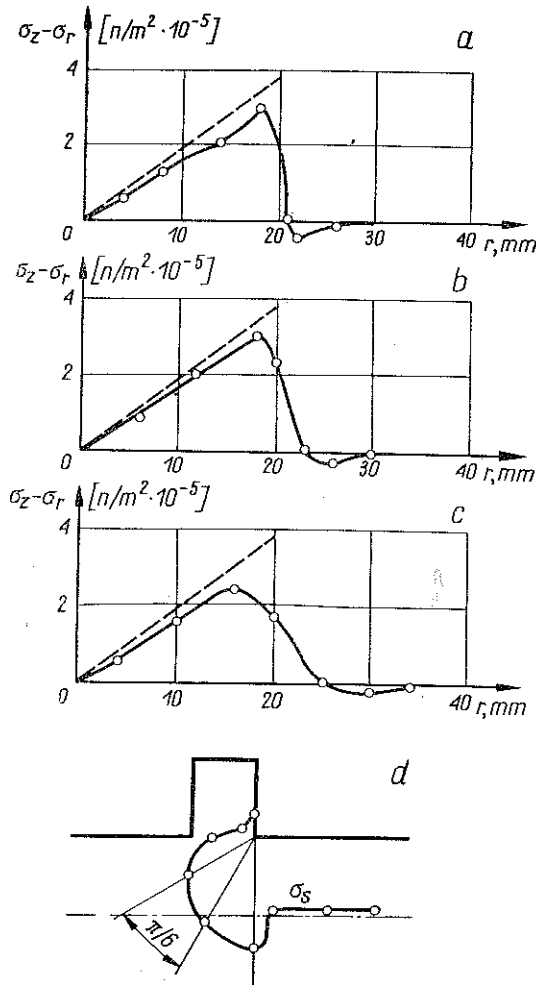
Różnica  $\sigma_z - \sigma_r$  przy przejściu przez punkt osobliwy zmienia znak. Oznacza to, że w krążku za punktem osobliwym rozciągające naprężenia radialne przewyższają rozciągające naprężenia osiowe. Położenie punktu osobliwego dosyć dobrze charakteryzuje wymiary strefy w krążku, w której jeszcze należy uwzględnić naprężenia. Bardziej

szczegółowa analiza rozkładu naprężeń w części krążka za punktem osobliwym jest bezcelowa, gdyż naprężenia w tej części są małe.

Dla rozważanego stosunku  $p/d=0,02$  współczynnik spiętrzenia  $\alpha_k=1,48$ . Wynik ten pokrywa się z rezultatami prac [2 i 4].

Rozkład naprężenia w krążkach i wale między krążkami w zależności od skoku krążków (stosunku  $d/b$ ) badano na modelach nr 4 i 5. Dla stosunku  $a/b=1,5$  i  $a/b=1$  krążki nie wpływają na siebie i rozkład naprężeń w krążkach modeli nr 4 i 5 jest taki sam, jak w modelu z jednym krążkiem o odpowiedniej grubości.

zycina



Rys. 4. Wykresy rozkładu różnicy naprężeń  $\sigma_z - \sigma_r$  wzdłuż promienia krążka w modelach 1, 2, 3 i rozkład naprężeń obwodowych  $\sigma_\theta$  w miejscu przejścia krążka w wał (model 3)

Przy badaniu ugięć modeli 1-5 zaobserwowano, że ugięcia wałów z jednym i trzema krążkami różnią się niewiele od ugięcia wału bez krążków. Dlatego nie udało się określić wzmacniającego oddziaływania poszczególnych krążków na wał. Aby ocenić wielkość wzmocnienia wału krążkami, zbadano płaskie modele. Beleczki o grubości  $t=5$  mm, wysokości  $h=20$  mm z występami o wysokości  $H$  od

4 do 20 mm i szerokości  $b=2$  mm oraz  $b=4$  mm, o odległości między występami  $a$  równej 3, 4 i 5 mm oraz liczbie występów  $n=9, 11, 13$  były badane przy czystym zginaniu. Ugięcie określano wskaźnikiem typu czasowego. Okazuje się, że nawet od 10 do 13 występów ma mały wpływ na ugięcie belki (do 5%).

**Skrećanie.** Rozkład naprężeń w wale kołowym z krążkami w przypadku skrećania był analizowany na modelach o takich samych wymiarach i konfiguracji jak w przypadku zginania (por. tablicę 1; numeracja modeli taka sama).

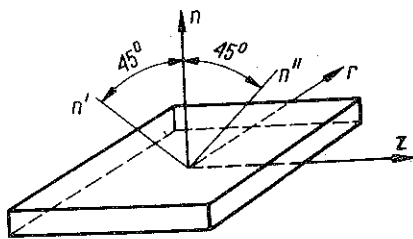
Przy badaniu skrećania kołowych wałów o zmiennym przekroju należy określić w cylindrycznym układzie współrzędnych dwie składowe tensora naprężenia  $\sigma_{z\theta}$  i  $\sigma_{r\theta}$ . Ponieważ  $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_{rz} = 0$ , to przy prostym przekroju wycinków radialnych (współrzędne płaszczyzny  $r\theta$ ) względna różnica biegu jest równa zeru. Dlatego dla określenia  $\sigma_{z\theta}$  i  $\sigma_{r\theta}$  zastosowano metodę prześwietlenia skośnego [1].

Naprężenia  $\sigma_{z\theta}$  i  $\sigma_{r\theta}$  w rozważanym wyżej przypadku można określić na podstawie tylko jednego prześwietlenia wycinka południkowego pod kątem  $45^\circ$  do jego normalnej z następujących wzorów:

$$\sigma_{z\theta} = \frac{\delta}{2c_t d} \cos 2\varphi,$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{\delta}{2c_t d} \sin 2\varphi,$$

gdzie  $d$  jest grubością wycinka. Kąt  $\varphi$  jest mierzony w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara od osi  $r$  do kierunku algebraicznie większego od pseudogłównego naprężenia, jeśli wycinek prześwietlono w kierunku  $n'$  (por. rys. 5) i od osi  $z$ , jeśli prześwietlano w kierunku  $n''$ .



Rys. 5. Schemat skośnego prześwietlenia wyciętej warstewki w modelu 3

Przytoczone wyżej wzory zostały otrzymane metodą analogiczną do metody przedstawionej w pracy [1].

Wykresy rozkładu naprężeń stycznych w wale i krążku wzdłuż promieni na różnych odległościach  $z$  od średnicy krążka w modelu nr 3 są pokazane na rys. 6. Liniami przerywanymi pokazano naprężenia obliczone ze wzoru  $\tau = Mr/J_\rho$ , gdzie  $J_\rho$  jest biegunowym momentem bezwładności wału.

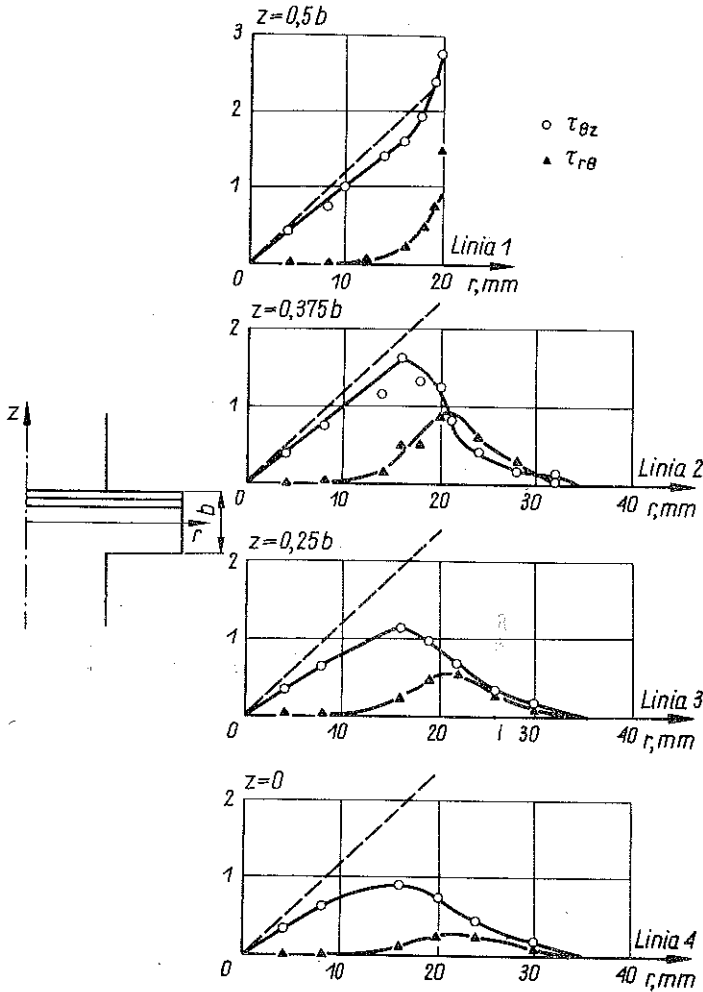
Badania przeprowadzone na modelach nr 4 i 5 wykazały, że przy  $a/b=1,5$  i  $a/b=1$  krążki nie oddziałują na siebie.

Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć następujące wnioski:

- 1) Zarówno przy zginaniu jak i skrećaniu wału z krążkami naprężenia w krążkach są małe.
- 2) W badanych modelach na zginanie punkt osobliwy, którego położenie scharakteryzowane jest wielkością naprężonej części krążka, leży w odległości od 0,25b do 0,375b ( $b$  oznacza grubość krążka) od rdzennego przekroju krążka.

3) Strefa naprężeń w skręcanych krążkach jest nieco większa niż w krążkach zginanych. Naprężenie  $\tau_{z0}$  stanowiące 10% maksymalnych naprężeń stycznych w wałe leży w odległości od  $0,4b$  do  $0,7b$  od rdzennego przekroju krążka.

4) Zarówno w przypadku zginania jak i skręcania krążki nie oddziałują na siebie już przy odstępach między nimi równych ich grubości.



Rys. 6. Wykresy rozkładu naprężeń stycznych w krążku

5) Ponieważ krążki mają niewielki wpływ na rozkład naprężenia w wałe, to wzmacniające ich działanie zarówno przy zginaniu jak i skręcaniu jest stosunkowo małe. Badanie wpływu jednego i trzech krążków na ugięcie i kąt skręcania na modelach wykonanych z czulego optycznie materiału znajdującego się w stanie wysokich naprężeń sprężystych nie jest celowe.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. В. М. Краснов, *К решению пространственной задачи теории упругости оптическим методом*, Ученые записки ЛГУ, № 87, Серия математических наук, 13, 1944.
2. А. С. Лейкин, *Концентрация напряжений в галтелях ступенчатых осесимметричных валов при изгибе и кручении*, Проблемы прочности в машиностроении, 4, 1959.
3. М. М. Фрохт, *Фотоупругость*, 2, ГИТТЛ, Москва 1950.
4. ROSNA PAULO MURILO ARAUJODA, *Determination of static geometric stress concentration factors in shouldered shafts subjected of various combinations of flexure and torsion*, Doct. diss. Univ. Texas, 1966, Desert, Abstrs. 1967, B27, N10, 3531 - 3532 am.

## Резюме

## ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ВАЛОВ С ДИСКАМИ

В работе изложены результаты экспериментального исследования напряжений, возникающих при изгибе или кручении валов постоянного сечения с одним или тремя фланцами, откованными вместе с валом. Такого вида валы употребляются в тепловых турбинах.

Опыты выполнены при помощи фотоупругого метода для пространственного напряженного состояния. Составлены графики, изображающие распределения напряжений и их концентрацию. Анализ результатов опыта позволяет сделать интересные практические выводы.

## SUMMARY

## INVESTIGATIONS OF THE STATE OF STRESS OF SHAFTS WITH DISKS

The paper presents the results of experimental investigations of the stresses due to torsion and bending of a shaft with a constant circular cross-section; the shaft is equipped with one or three disks forged together with the shaft. This type of shafts is frequently applied in turbine structures. The photo-elastic investigations took into account the spatial state of stress. The stress distributions and their concentrations are shown in diagrams; the analysis of the results presented in the paper allows for drawing some interesting conclusions of practical importance.

KATEDRA TEORII SPRĘŻYSTOŚCI  
UNIWERSYTETU im. SZEWCZENKI W KIJOWIE

*Praca została złożona w Redakcji dnia 29 października 1971 r.*