

STATECZNOŚĆ WSTĘPNIE SPRĘZONEGO PASMA SPRĘŻYSTEGO

ZBIGNIEW WESOŁOWSKI i JACEK MAĆCZYŃSKI (WARSZAWA)

Nieskończone długie pasmo sprężyste (rys. 1) o przekroju prostokątnym poddane jest skończonemu odkształceniu. Zakłada się, że jest ono wstępnie sprężone i jako całość nie ma konfiguracji naturalnej. Przybliżonym modelem takiego pasma jest pasmo powstałe ze sklejenia różnie odkształconych cienkich warstw (rys. 3). Zlinearyzowane zagadnienie brzegowe sprowadza się do zwyczajnego równania różniczkowego ze zmiennymi współczynnikami i odpowiednich warunków brzegowych. Istnienie nierzeczywistych rozwiązań jest kryterium utraty stateczności. Przeprowadzono obliczenia numeryczne i podano odkształcenia krytyczne (rys. 4).

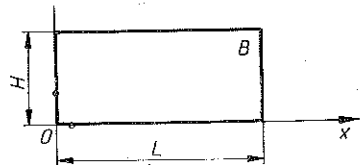
W całym szeregu prac poruszano zagadnienia stateczności układów sprężystych, poddanych dużym odkształceniom. Pełna literatura dotycząca tego zagadnienia podana jest w monografii [1]. Jedna grupa prac dotyczyła wstępnie sprężonego cylindra. Wstępne sprężenie uzyskane było przez zgięcie wycinka cylindra aż do zetknięcia brzegów i połączenia tych brzegów. Otrzymany w ten sposób cylinder jako całość nie ma konfiguracji naturalnej.

W niniejszej pracy rozważamy wstępnie sprężone pasmo, które jako całość również nie ma konfiguracji naturalnej. Wstępne sprężenie może być ubocznym rezultatem procesu technologicznego (np. wulkanizacji) lub też być celowo wprowadzone przez zabiegi mechaniczne, fizyczne lub chemiczne.

1. ODKSZTAŁCENIE WSTĘPNE

Podstawą rozwiązań jest metoda współrzędnych konwekcyjnych, jako najbardziej dogodna w zagadnieniach statycznych. W stanie odkształconym B pasmo ma długość L i wysokość H (rys. 1). Kartezjański układ współrzędnych w B oznaczmy przez $\theta^i = (x, y, z)$. Jako całość z założenia nie ma stanu naturalnego, otoczenie każdego punktu materialnego można jednak doprowadzić do stanu beznaprężeniowego.

Wytnijmy w B infinitesimalny prostopadłościan o wymiarach dx, dy, dz i usuńmy działające na niego siły. Prostopadłościan znajduje się wtedy w stanie naturalnym B_0 . Jego wymiary w tym stanie oznaczmy przez $dx/\lambda_1, dy/\lambda_2, dz/\lambda_3$ gdzie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ są funkcjami (x, y, z) charakteryzującymi wstępne sprężenie (rys. 2). Założyliśmy, że w B główne kierunki odkształcenia pokrywają się z osiami x, y, z .

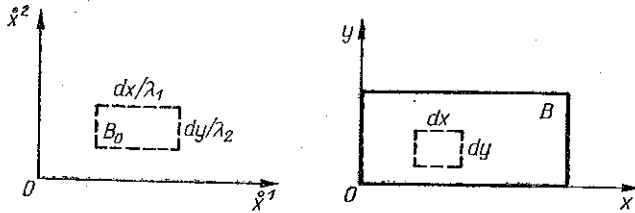


Rys. 1

Jeśli przez \dot{x}_i oznaczymy kartezyjskie współrzędne punktów prostopadła w stanie B_0 , to zachodzą związki (rys. 2)

$$(1.1) \quad \dot{x}_1 = \frac{x}{\lambda_1} + c_1, \quad \dot{x}_2 = \frac{y}{\lambda_2} + c_2, \quad \dot{x}_3 = \frac{z}{\lambda_3} + c_3,$$

gdzie c_1, c_2, c_3 są stałymi translacji układu współrzędnych.



Rys. 2

W zwykły sposób możemy teraz znaleźć tensor metryczny ciała w stanie B_0 , a następnie niezmienniki I_K oraz tensor naprężenia τ^{ik} . Zakładając, że materiał jest materiałem Mooneya scharakteryzowanym stałymi Φ i Ψ otrzymujemy [2]

a) tensor metryczny:

$$(1.2) \quad \dot{g}_{ik} = \begin{bmatrix} 1/\lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\lambda_3^2 \end{bmatrix}, \quad \dot{g}^{ik} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix},$$

b) niezmienniki:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2, \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1, \end{aligned}$$

c) tensor naprężenia:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \tau^{11} &= \lambda_1^2 \Phi + \lambda_1^2 (\lambda_2^2 + \lambda_3^2) \Psi + p, \\ \tau^{22} &= \lambda_2^2 \Phi + \lambda_2^2 (\lambda_3^2 + \lambda_1^2) \Psi + p, \\ \tau^{33} &= \lambda_3^2 \Phi + \lambda_3^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \Psi + p, \\ \tau^{12} &= \tau^{23} = \tau^{31} = 0. \end{aligned}$$

Funkcja p jest funkcją skalarną, która powinna być wyznaczona z równań równowagi i warunków brzegowych.

Jest widoczne, że dla dowolnie danych $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ naprężenia (1.4) nie mogą spełnić równań równowagi

$$(1.5) \quad \tau^{ij},_{j} = 0.$$

Założmy dodatkowo, że funkcje sprężenia wstępnego $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ zależą od jednej współrzędnej (poprzecznej):

$$(1.6) \quad \lambda_1 = \lambda_1(y), \quad \lambda_2 = \lambda_2(y), \quad \lambda_3 = 1.$$

Z (1.6) i warunku nieściśliwości (1.3)₃ wynika równość

$$(1.7) \quad \lambda_1(y) \lambda_2(y) = 1.$$

Podstawiając (1.6) do (1.4) stwierdzamy, że warunki spełnienia równań równowagi (1.5) są następujące:

$$p_{,x} = p_{,z} = 0, \quad \tau^{22} = \text{const.}$$

Zakładamy, że pasmo poddane jest ścisnaniu między gładkimi sztywnymi płytami w kierunku osi x (rys. 1). Powierzchnie $y=0, H$ są wolne od obciążenia. Mamy więc $\tau^{22}=0$ i zgodnie z podanymi wyżej wzorami

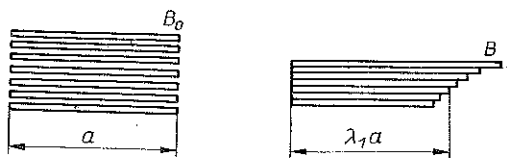
$$(1.8) \quad p = -\lambda_2^2 \Phi - \lambda_2^2 (\lambda_1^2 + 1) \Psi,$$

$$(1.9) \quad \tau^{11} = (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) (\Phi + \Psi).$$

Z (1.9) i (1.7) wynika, że całkowita siła osiowa P określona jest wzorem:

$$(1.10) \quad P = \int_0^H \tau^{11} dy = \int_0^H \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) (\Phi + \Psi) dy.$$

Zakładamy, że funkcje $\lambda_1(y)$, $\lambda_2(y)$ otrzymano np. z pomiarów przeprowadzonych na określonym pasmie i są znane. Zbudowanie pasma o danych z góry $\lambda_1(y)$, $\lambda_2(y)$ jest niemożliwe. W przybliżony sposób można je zrealizować przez sklejenie cienkich warstw, z których każda została $\lambda_1(y)$ -krotnie rozciągnięta w kierunku osi x (rys. 3). Rozciągnięcie λ_2 w kierunku osi y zrealizuje się automatycznie, jeśli materiał jest nieściśliwy [równanie (1.7)].



Rys. 3

2. ZLINEARYZOWANE ZAGADNIENIE BRZEGOWE

Na ciało w stanie B nakładamy pole małych przemieszczeń $w_i = (u, v, 0)$. Każda z wielkości charakterystycznych dla stanu B doznaje pewnego przyrostu. Liniowe względem w_i części tych przyrostów oznaczamy znaczkami «prim». Szczegółowe wyprowadzenie odpowiednich wzorów ogólnych podane jest w pracy [2]. Wzory te przytoczone są również w pracy [3]. W tej ostatniej rozważano bardzo zbliżony problem, ale dla parametrów $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ niezależnych od (x, y, z) .

Szczegółowe obliczenia prowadzą do następujących wzorów (zakładamy, że wszystkie wielkości są niezależne od zmiennej z):

przyrosty niezmienników:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} I'_1 &= 2(\lambda_1^2 u_x + \lambda_2^2 v_y) \\ I'_2 &= -2(\lambda_1^{-2} u_x + \lambda_2^{-2} v_y), \quad I'_3 = 2(u_x + v_y) = 0; \end{aligned}$$

przyrosty naprężeń:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \tau'^{11} &= -2pu_x + 2\Psi v_y + p', & \tau'^{22} &= -2pv_y + 2\Psi u_x + p', \\ \tau'^{33} &= 2\lambda_1^2 \Psi u_x + 2\lambda_2^2 \Psi v_y + p', & \tau'^{12} &= -(p + \Psi)(u_y + v_x), & \tau'^{23} &= \tau'^{31} = 0. \end{aligned}$$

Podstawiając przyrosty naprężeń do równań równowagi:

$$(2.3) \quad \tau'^{ij}_{,j} + w^i_{,rs} \tau'^{rs} = 0$$

i uzupełniając równaniem nieściśliwości (2.1)₃ otrzymujemy układ trzech równań różniczkowych cząstkowych:

$$(2.4) \quad \begin{aligned} 2[\lambda_1^2 \Phi + \lambda_1^2 (\lambda_2^2 + 1) \Psi] u_{xx} + \lambda_2^2 (\Phi + \Psi) u_{yy} + [\lambda_1^2 \Phi + (\lambda_1^2 + 2) \Psi] v_{xy} + \\ + (u_y + v_x) \left(-\frac{dp}{dy} \right) + p'_x = 0, \\ 2[\lambda_2^2 \Phi + \lambda_2^2 (\lambda_1^2 + 1) \Psi] v_{yy} + \lambda_1^2 (\Psi + \Phi) v_{xx} + [\lambda_2^2 \Phi + (\lambda_2^2 + 2) \Psi] u_{xy} - 2v_y \frac{dp}{dy} + \\ + p'_z = 0, \quad u_x + v_y = 0. \end{aligned}$$

Rozwiązanie tego układu wymaga sformułowania warunków brzegowych, np. w postaci następującej.

Ponieważ pasmo ściskane jest w kierunku osi x gładkimi sztywnymi płytami, więc

$$(2.5) \quad u = 0, \quad \tau'^{12} = 0 \quad \text{na} \quad x = 0, L.$$

Powierzchnie $y=0, H$ są wolne od obciążenia, toteż

$$(2.6) \quad \tau'^{22} = \tau'^{12} = 0 \quad \text{na} \quad y = 0, H.$$

Szczegółowsze wyprowadzenie tych warunków brzegowych podane jest w pracy [3]. Wykorzystując wzory (2.2) otrzymujemy następujące warunki brzegowe:

$$(2.7) \quad \begin{aligned} u = 0, \quad u_y + v_x = 0 \quad \text{na} \quad x = 0, L, \\ 2[\lambda_2^2 \Phi + \lambda_2^2 (\lambda_1^2 + 1) \Psi] v_y + 2\Psi u_x + p' = 0, \\ u_y + v_x = 0 \quad \text{na} \quad y = 0, H. \end{aligned}$$

Warunkiem samospężoności zagadnienia brzegowego (2.4)–(2.7) jest spełnienie tożsamości

$$(2.8) \quad \int_{S'} w_k (\tau'^{kr} + \tau'^{rs} w^k_{,s}) n_r dS = \int_{S'} w_k (\tau'^{kr} + \tau'^{rs} w^k_{,s}) n_r dS$$

przez każde dwa pola w_k , w_k , spełniające warunki brzegowe (2.7) (lub równoważne im warunki (2.5), (2.6)), gdzie wektor n_i jest normalny do powierzchni S [1]. Elementarne przekształcenia pokazują, że tożsamość (2.8) jest spełniona. Warunkiem utraty stateczności jest więc osiągnięcie stanu, w którym zagadnienie brzegowe (2.4), (2.7) dopuszcza istnienie wielu rozwiązań. Wyznaczenie krytycznego odkształcenia jest przedmiotem dalszych punktów niniejszej pracy.

3. ROZKŁAD WZGLĘDEM FUNKCJI WŁASNYCH

Poszukujemy rozwiązań o następującej postaci

$$(3.1) \quad u = \alpha(y) \sin vx, \quad v = \beta(y) \cos vx, \quad p' = \gamma(y) \cos vx.$$

Taka postać rozwiązań jest równoważna rozwinięciu składowych przemieszczenia i funkcji p' w szeregi Fouriera. Aby to wykazać, należy szeregi Fouriera napisać w postaci zespolonej i wykorzystać ortogonalność funkcji wykładniczych.

Podstawiając (3.1) do równań (2.4) otrzymujemy układ równań różniczkowych zwyczajnych:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} -2v^2 \alpha [\lambda_1^2 \Phi + (\lambda_1^2 + 1) \Psi] + \alpha'' \lambda_2^2 (\Phi + \Psi) - v^2 \beta' [\lambda_1^2 \Phi + (\lambda_1^2 + 2) \Psi] + \\ + (\alpha - v\beta) \left(-\frac{dp}{dy} \right) - v\gamma = 0, \\ 2\beta'' [\lambda_2^2 \Phi + (\lambda_2^2 + 1) \Psi] + v\alpha' [\lambda_2^2 \Phi + (\lambda_2^2 + 2) \Psi] - v^2 \beta \lambda_1^2 (\Phi + \Psi) - 2\beta' \frac{dp}{dy} + \gamma' = 0, \\ v\alpha + \beta' = 0. \end{aligned}$$

Podstawiając (3.1) do warunków brzegowych (2.7) otrzymamy warunki brzegowe na funkcje α , β i γ . Pierwszy i drugi warunek są tożsamościowo spełnione, jeśli

$$(3.3) \quad v = \frac{n\pi}{L},$$

gdzie n jest dowolną liczbą naturalną. Pozostałe dwa warunki brzegowe sprowadzają się do warunków

$$(3.4) \quad \alpha' - v\beta = 0, \quad 2[\lambda_2^2 \Phi + (\lambda_2^2 + 1) \Psi] \beta' + 2v\Psi\alpha + \gamma = 0 \quad \text{na } y=0, H.$$

Z równania (3.2)₃ można wyrazić funkcję $\alpha(y)$ przez funkcję $\beta(y)$, a następnie z równania (3.2)₁ funkcję $\gamma(y)$ przez funkcję $\beta(y)$. Podstawiając te funkcje do równania (3.2)₂ i warunków brzegowych (3.4) otrzymujemy równanie różniczkowe na funkcję $\beta(y)$ i warunki brzegowe na tę funkcję:

$$(3.5) \quad \beta^{IV} - v^2 \beta'' (\lambda_1^4 + 1) + v^4 \lambda_1^4 \beta + \lambda_1^2 \left[\beta'''' \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right)' + \beta'' \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right)'' - v^2 \beta' \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right)' + v^2 \beta \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right)'' \right] = 0,$$

$$(3.6) \quad \beta'' + v^2 \beta = 0, \quad \beta'''' - v^2 \beta' (\lambda_1^4 + 2) + (\beta'' + v^2 \beta) \left(\frac{1}{\lambda_1^2} \right)' = 0 \quad \text{na } y=0, H.$$

Funkcja $\lambda_1(y)$ określa wstępne sprężenie. Dla danego $\lambda_1(y)$, długości L i grubości H mamy zbadać jednoznaczność rozwiązania zagadnienia (3.5), (3.6). Nawet dla najprostszych funkcji $\lambda_1(y)$ nie udało się znaleźć rozwiązania analitycznego i dlatego zdecydowano się na rozwiązanie numeryczne. Przy braku danych dotyczących rzeczywistych rozkładów $\lambda_1(y)$ przyjęto rozkład paraboliczny dla zbadania jak wstępne sprężenie wpływa na odkształcenie krytyczne.

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Podstawą obliczeń jest zagadnienie brzegowe (3.5)–(3.6). Przyjmujemy sprzężenie wstępne określone wzorem

$$(4.1) \quad \lambda(y) = A \left[1 + \kappa \left(\frac{y - H/2}{H} \right)^2 \right], \quad \lambda(y) \equiv \lambda_1(y).$$

Dla ustalonego κ poszukujemy takiego A , że istnieje nietrywialne rozwiązanie tego zagadnienia brzegowego. Obliczenia prowadziliśmy dla następujących wartości stosunku:

$$(4.2) \quad L/H = 1, 2, 5, 10.$$

Wprowadzamy nowe bezwymiarowe zmienne

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \bar{v} &= n\pi H/L, \quad n = 1, 2, 3, \\ \xi &= y/H \quad \text{czyli} \quad 0 \leq \xi \leq 1, \\ \beta(y) &= s(\xi). \end{aligned}$$

Oznaczając znaczkiem ($'$) różniczkowanie względem ξ z (3.5) otrzymujemy równanie

$$(4.4) \quad s^{IV} + s'''' \bar{\lambda}^2 (1/\bar{\lambda}^2)' + s'' \left[-\bar{v}^2 (1 + \bar{\lambda}^4) + \bar{v}^2 \left(\frac{1}{\bar{\lambda}^2} \right)'' \right] + s' [-\bar{v}^2 \bar{\lambda}^2 (1/\bar{\lambda}^2)'] + s [\bar{v}^4 \bar{\lambda}^4 + \bar{\lambda}^2 \bar{v}^2 (1/\bar{\lambda}^2)'] = 0.$$

Ponieważ współczynniki zależą w równaniu od współrzędnej ξ , trzeba więc po przejściu do równania różnicowego wprowadzić prostokątną tablicę współczynników o elementach $\{\alpha_{\tau k}\}$, gdzie

$$\tau = 0, 1, 2, 3, 4, \quad k = 0, 2, \dots, N$$

i napisać

$$(4.5) \quad \sum_{\tau=0}^4 h^\tau s_m^{(\tau)} \alpha_{\tau(k)} = 0,$$

gdzie h^τ wprowadza się, aby móc zastąpić pochodne wyrażeniami liniowymi w punkcie m siatki dyskretyzacji:

$$h^\tau s_m^{(\tau)} = \sum_{i=-2}^2 \beta_{\tau i} s_{i+m}.$$

Tablica prostokątna $\{\beta_{\tau i}\}$ zawiera stałe współczynniki liczbowe zależne tylko od rzędu pochodnej τ i «odległości» i punktów sąsiednich siatki, branych do konstrukcji dyskretnego analogu pochodnej.

Tablice $\alpha_{\tau k}$ i $\beta_{\tau i}$ pozwalają utworzyć tablicę:

$$\mu_{\tau k} = \sum_{\tau=0}^4 \beta_{\tau i} \alpha_{\tau k},$$

gdzie

$$i = -2, -1, 0, 1, 2; \quad k = 0, 1, \dots, N.$$

Tablica μ_{ik} pozwala zapisać równanie [1] w postaci układu równań liniowych jednorodnych:

$$(4.6) \quad \sum_i \mu_{ik} s_{ik} = 0, \quad k = 0, 3, \dots, N+2,$$

wiążących rzędne y w punktach przedziału $0 \leq \xi \leq 1$ i punktach dołączonych $-2h, -h, 1+h, 1+2h$. Dla tych $N+5$ wielkości dodatkowe równania otrzymujemy z warunków brzegowych (3.6) w postaci dyskretnej:

$$(4.7) \quad \begin{aligned} \sum_{\tau=0}^4 h^\tau s_N^{(\tau)} \gamma_\tau &= 0 \quad \text{przy} \quad k=N, \\ \sum_{\tau=0}^4 h^\tau s_0^{(\tau)} \eta_\tau &= 0 \quad \text{przy} \quad k=0. \end{aligned}$$

Korzystając ponownie z tablicy $\beta_{\tau i}$ piszemy

$$(4.8) \quad \sum_{i=-2}^2 \pi_i s_{N+i} = 0, \quad \sum_{i=-2}^2 \rho_i s_i = 0,$$

gdzie

$$(4.9) \quad \pi_i = \sum_{\tau=0}^4 \beta_{\tau i} \gamma_\tau, \quad \rho_i = \sum_{\tau=0}^4 \beta_{\tau i} \eta_\tau.$$

Pozostałe 2 równania przy $k=0$ i $k=N$ wynikają z (3.6) i są banalne.

Celem uzgodnienia numeracji współczynników w układzie z wymogami rachunku macierzowego rozmieszczamy współczynniki jako elementy macierzy $(N+5) \times (N \times 5)$ w ten sposób, że równania wynikające z dyskretyzacji równania (3.5) określają wiersze od trzeciego do $N+3$ -ego, równania z dyskretyzacji warunku (4.7₂) są w pierwszym i $(N+5)$ -ym wierszu, a warunek (4.7)₁ odzwierciedla się w wierszu drugim i $(N+4)$ -ym.

Rozwiązania nietrywialne istnieją, jeżeli wyznacznik tak napisanej macierzy jest zerem. Elementy tej macierzy zależą od parametrów zagadnienia $n, l/H, \kappa, A$ toteż przyjmując trzy spośród tych parametrów, czwarty otrzymujemy z założenia nietrywialności rozwiązań.

Wyniki numeryczne

Program napisany na podstawie opisanej metody wyznacza wartości A dla danych $n, \kappa, l/H$. Występuje tu więcej niż jedno rozwiązanie i na ogół udaje się znaleźć dwie gałęzie krzywej $A = A(\kappa)$ dla danych n i l/H (stałych).

Obliczenia prowadzone są metodą iteracyjną z rozpoczynaniem od pewnego punktu początkowego (próbnej wartości A). Stwierdzono, że wpływ krotności po-

działu N na położenie miejsca zerowego wyznacznika $\det(A)$ jest pomijalny (dla $N=7$ do 27), jak również że punkt startowy nie wpływa na wynik pod warunkiem, że nie znajduje się w strefie przyciągania drugiej gałęzi krzywej.

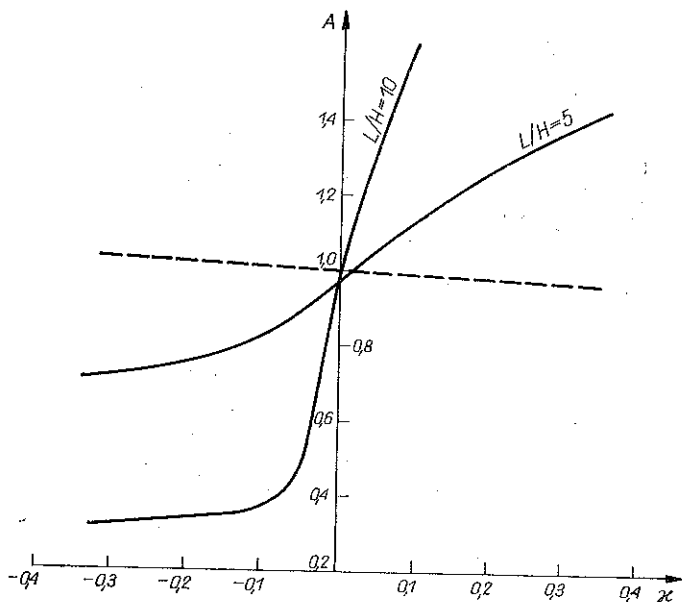
Tablica wyników

Lp.	n	L/H	κ	N	A
1	1	5	0	9	0,97107
2	1	5	-0,1	9	0,82936
3	1	5	-0,3	9	0,72015
4	1	10	0	9	0,99213
5	1	10	-0,1	9	0,36283
6	1	5	0,1	9	1,1252
7	1	5	0	9	0,97107
8	1	10	0,0	9	1,3035
9	1	5	0,0001	9	0,97123
10	1	10	-0,04	9	0,4842
11	1	10	-0,03	9	0,58882
12	1	10	-0,02	9	0,74926
13	1	10	-0,01	9	0,88761
14	1	10	0,0001	9	0,99305
15	1	10	0,01	9	1,0751
16	1	10	0,02	9	1,1441
17	1	10	0,03	9	1,2037
18	1	10	0,04	9	1,2562
19	1	5	0,1	7	1,1334
20	1	5	0,1	10	1,1338
21	1	5	0,1	13	1,1339
22	1	5	0,1	15	1,1340
23	1	5	0,1	17	1,1340
24	1	5	0,1	19	1,1340
25	1	5	0,1	23	1,1341
26	1	5	0,1	25	1,1341
27	1	5	0,1	27	1,1341

Powyższe 27 punktów otrzymywano za każdym razem drogą złożonego rachunku iteracyjnego.

Rezultaty podane w tablicy zostały naniesione na wykres, rys. 4. Na osi poziomej naniesiono charakteryzujące wstępne sprężenie. Wartości $\kappa=0$ odpowiada brak wstępnego sprężenia. Na osi pionowej naniesiono krytyczną wartość parametru A [por. (4.1)]. Jedna z krzywych odpowiada $L/H=5$, a druga $L/H=10$. Krzywa przerywana (w przybliżeniu $1-\kappa/12$) odpowiada tej wartości A , przy której siła osiowa

P dana wzorem (1.10) równa jest zero. Jest widoczne, że dodatnie κ mają wpływ destabilizujący. Pasma może utracić stateczność przy sile P równej zero lub dodatniej (rozciąganie). Ujemne wartości κ mają wpływ stabilizujący. Przy takich wartościach zewnętrzne włókna są rozciągnięte mniej niż włókno środkowe.



Rys. 4

LITERATURA

1. Z. WESOŁOWSKI, *Zagadnienia dynamiczne nieliniowej teorii sprężystości*, Warszawa 1974.
2. Z. WESOŁOWSKI, *Stability in some cases of tension in the light of the theory of finite strain*, Arch. Mech. Stos., 14, 5, 1962.

Резюме

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ

В целом ряде работ обсуждаются проблемы устойчивости упругих систем, подвергнутых большим деформациям. Полная литература, касающаяся этой проблемы, приведена в монографии [1]. Одна группа работ касалась предварительно напряженного цилиндра. Предварительное напряжения получено путем изгиба отрезка цилиндра вплоть до соприкосновения краев и соединения этих краев. Полученный таким образом цилиндр как целое не имеет естественной конфигурации.

В настоящей работе рассмотрим предварительно напряженную полосу, которая как целое тоже не имеет естественной конфигурации. Предварительное напряжение может быть побочным результатом технологического процесса (например вулканизации), или же может быть введено целесообразно путем механических, физически или химически процедур.

SUMMARY

STABILITY OF AN INITIALLY PRE-STRESSED ELASTIC STRIP

The problem of stability of an elastic system subjected to large deformations has been considered in a number of papers. A complete literature of the subject is given in the monograph [1]. One group of relevant work was concerned with an initially pre-stressed cylinder. The pre-stressed state was obtained by bending of a cylinder section until the edges are met and joined together. The so obtained cylinder does not have a natural configuration as a whole. The present paper an initially pre-stressed strip is considered which also does not possess a whole a natural configuration. The initial pre-stress might result from a production process (for example vulcanization) or it may be intentionally introduced by means of mechanical, physical or chemical processes.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 maja 1975 r.
