

## NOŚNOŚĆ GRANICZNA KONSTRUKCJI BLACHOWNICOWYCH

JAN SZLAGOWSKI (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono metodę szacowania kształtu przestrzennych konstrukcji blachownicowych opartą na twierdzeniu o dolnej ocenie nośności granicznej. Analizę teoretyczną dla wybranych konstrukcji przeprowadzono w dwóch etapach; w pierwszym określano kształt płyty czołowej poprzez wpisanie układu statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń, natomiast w drugim wyznaczano optymalny układ wewnętrznego systemu płyt przenoszącego dane obciążenie graniczne na szerokości konstrukcji oraz grubości jego płyt. Tak uzyskano oszacowanie optymalnych kształtów konstrukcji dla założonej nośności granicznej. Aby sprawdzić przydatność przedstawionej metody analizy w praktyce inżynierskiej oraz zbadać ograniczający wpływ stateczności ściskanych elementów konstrukcji przeprowadzono badania doświadczalne. Dla modeli wykonanych ze stali St3S ściśle wg analizy teoretycznej badano rozbieżność obliczonych wartości teoretycznych sił granicznych z wynikami doświadczeń. Uzyskano dobrą zgodność ocen teoretycznych z wynikami doświadczeń. Przedstawiona metoda może być stosowana do wstępnego ukształtowania konstrukcji, dla której następnie możnaby przeprowadzić dalszą optymalizację stosując badania modelowe.

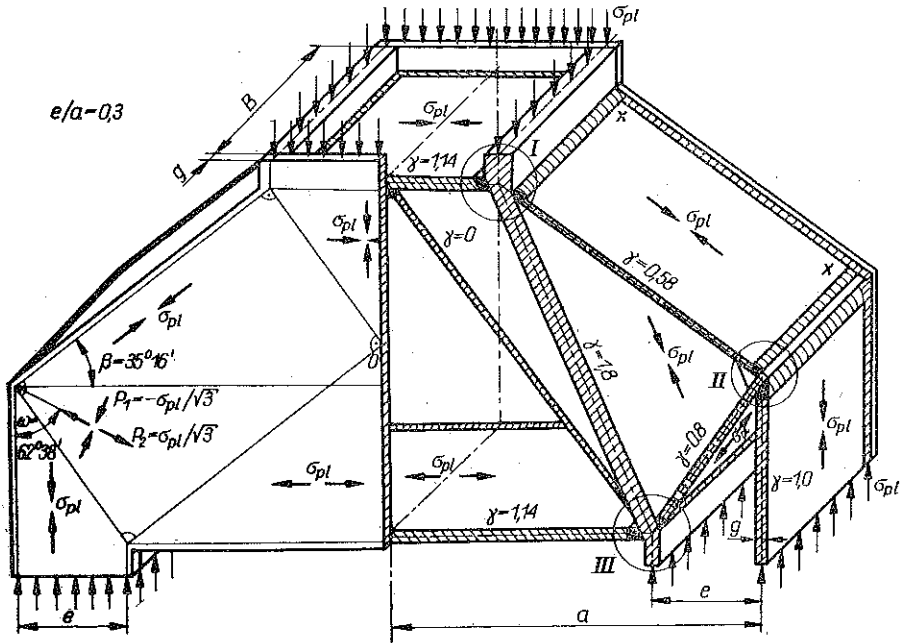
### 1. WSTĘP

Stosowane dotychczas metody obliczeń wytrzymałościowych dla przestrzennych konstrukcji blachownicowych opierają się na daleko idących uproszczeniach lub są zgoła intuicyjne i ograniczają się do sprężystego zakresu ich pracy. Nie ma do tej pory metod analizujących pracę tych konstrukcji w zakresie sprężysto-plastycznym i plastycznym, co jest istotne dla oceny ich bezpieczeństwa i minimalizacji ciężaru własnego. Głównym celem niniejszej pracy jest przedstawienie metody kształtowania tego rodzaju konstrukcji opartej na twierdzeniu o dolnej ocenie nośności granicznej, a następnie przez przeprowadzenie weryfikacji doświadczalnej sprawdzenie jej zgodności z rzeczywistością i podanie możliwości praktycznego zastosowania.

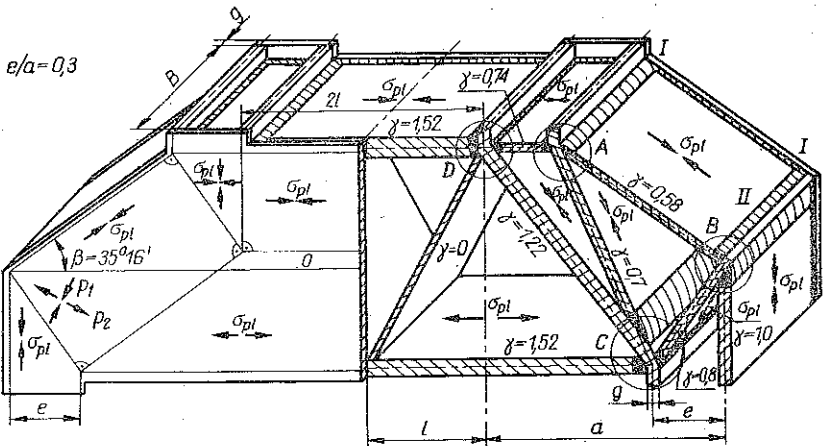
Proponowaną metodę kształtowania można zastosować do różnorodnych konstrukcji cienkościennych, których przykłady pokazano na rys. 1, 2, 3, a które bardziej szczegółowo omówiono w pracach [2, 3]. W ramach niniejszej pracy przedstawiono sposób kształtowania na przykładzie jednej konstrukcji, dla której następnie przeprowadzono weryfikację doświadczalną oraz określono stopień rozbieżności wyników teoretycznych i doświadczalnych.

### 2. METODA KSZTAŁTOWANIA

Założono, że rozpatrywana konstrukcja (rys. 1) zbudowana jest z materiału sprężysto-idealnie plastycznego. Przyjęto również, że odkształcenia sprężyste są małe w porównaniu do plastycznych oraz że granica plastyczności przy rozciąganiu jest równa granicy plastyczności przy ściskaniu. Kształtując konstrukcję, nie inte-



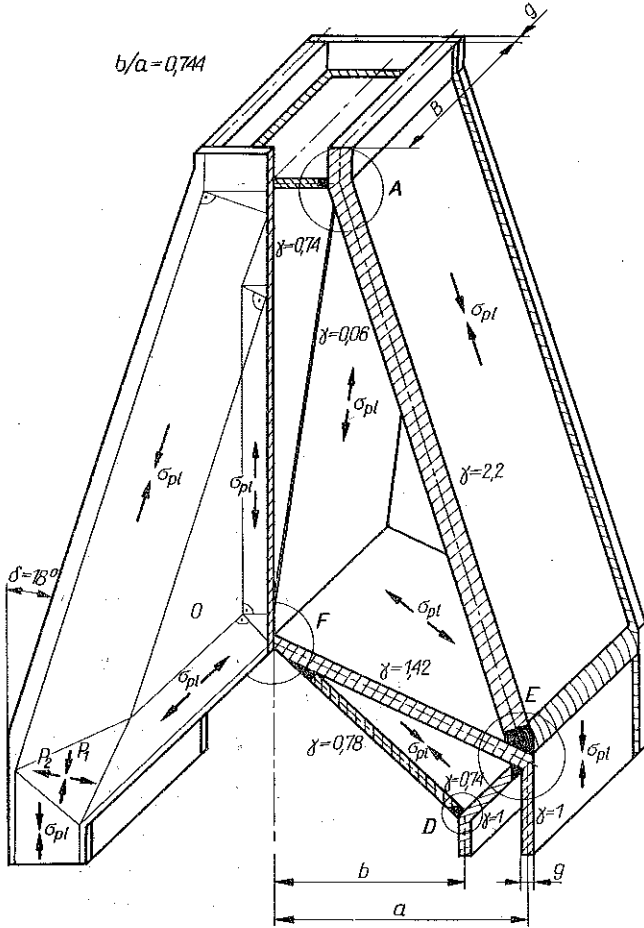
Rys. 1



Rys. 2

resowaliśmy się «historią» obciążenia poprzedzającą stan graniczny oraz zagadnieniem stateczności jej ściskanych elementów. Stateczność została uwzględniona później jako czynnik ograniczający zakres zastosowań omawianej metody. Kształtowanie przedstawionej na rys. 1 konstrukcji polega na takim dobraniu jej kształtów i wymiarów, aby przenosiła w sposób statycznie dopuszczalny dane obciążenie graniczne (np. równomierne ściskanie naprężeniami równymi  $\sigma_{pl}$ ) przy możliwie małym ciężarze.

Kształtowanie to przeprowadzamy w dwóch etapach: w pierwszym określamy oszacowanie optymalnego kształtu obu płyt czołowych konstrukcji przez zbudowanie odpowiedniego układu statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń, natomiast w drugim znajdujemy układ wewnętrznego systemu płyt przenoszącego obciążenie graniczne na szerokości  $B$ , wyznaczamy potrzebne grubości poszczególnych płyt oraz sprawdzamy, czy proponowany system jest optymalny.



Rys. 3

Omówmy teraz pokrótce oba etapy kształtowania. Oszacowanie optymalnego kształtu płyty czołowej uzyskujemy budując układy linii nieciągłości (dla płaskiego stanu naprężenia) składające się z elementarnych pól naprężeń przedstawionych w monografii W. SZCZEPIŃSKIEGO [1] i uzupełnionych w ramach pracy [2]. Pole wymiarujące płytę czołową (rys. 1) zaczerpnięto z pracy [1]. Pozwala ona szacować kształt płyty dla obu stosowanych warunków plastyczności: Hubera-Misesa i Treski. Na rys. 1 przedstawione jest pole dla warunku Hubera-Misesa, dającego oszczędniej-

szy ciężarowo kształt płyty czołowej. Omawiane pole jest statycznie dopuszczalne dla dowolnego stosunku wymiarów  $e/a$ , a przyjęcie konkretnego stosunku  $e/a$  jednoznacznie określa pozostałe wymiary płyty. Tak ukształtowana płyta przeniesie siłę graniczną co najmniej równą (rys. 1).

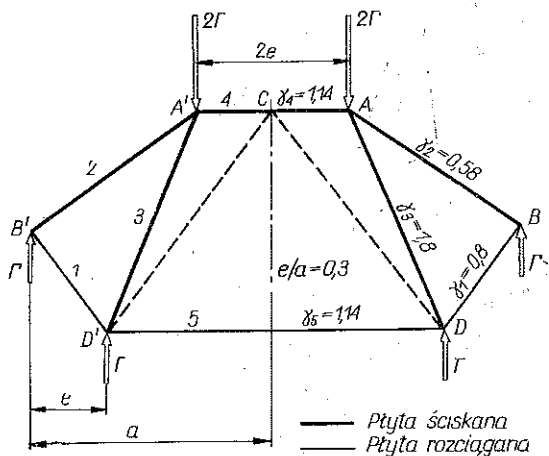
$$(2.1) \quad P_p = 2g\epsilon\sigma_{p1}.$$

Przejdźmy do drugiego etapu kształtowania konstrukcji. Przy budowie statycznie dopuszczalnego wewnętrznego systemu płyt przyjęto następujące założenia:

- 1) jednowymiarowy graniczny stan naprężenia we wszystkich płytach,
- 2) przegubowe zamocowanie płyt w węzłach,
- 3) płyty nie mogą się krzyżować.

Założenia te pozwalają analizować system o szerokości jednostkowej z płytami o stałej grubości.

Określmy teraz układ wewnętrznego systemu płyt dla omawianej konstrukcji. Otrzymany poprzednio zarys płyty czołowej określa nam położenie punktów węzłowych systemu oraz ich minimalną liczbę w zależności od kształtu przekroju, w który wprowadzamy zewnętrzne obciążenie graniczne (np. dwuteownik, przekrój zamknięty). Mając określoną minimalną liczbę węzłów budujemy system tak, aby był statycznie wyznaczalny, a przy tym nie był geometrycznie zmienny.



Rys. 4

Mając określoną minimalną liczbę węzłów budujemy system tak, aby był statycznie wyznaczalny, a przy tym nie był geometrycznie zmienny.

Przekrój poprzeczny dla pokazania układu płyt jednego z możliwych wariantów systemu dla konstrukcji z rys. 1 przedstawiono na rys. 4. Mając dane graniczne obciążenie zewnętrzne (węzły  $B, B', D, D'$  — obciążone graniczną siłą jednostkową  $\Gamma$ , a węzły  $A, A'$  — siłami  $2\Gamma$ ) obliczamy wg znanych zasad statyki wartości sił przenoszo-

nych przez poszczególne płyty i tak dobieramy ich grubości, aby spełnić założenie początkowe  $(\sigma_1)_i = \sigma_{p1}$ . Wynika z tego, że stosunki grubości poszczególnych płyt ( $g_i$ ) do grubości płyty przyjętej za jednostkową ( $g$ ) muszą być takie, jak stosunki sił w płytach do granicznej siły jednostkowej:

$$(2.2) \quad \gamma_i = \frac{g_i}{g} = \frac{P_i}{\Gamma}.$$

Obliczone wartości  $\gamma_i$  dla tego systemu naniesiono na rys. 4. Tak dobrany system przeniesie obciążenie graniczne równe (wymiaru wg rys. 1)

$$(2.3) \quad P_s = 4gB\sigma_{p1}.$$

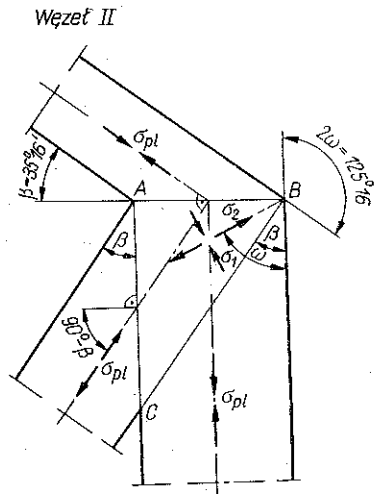
Powstaje pytanie czy zaproponowany wariant systemu jest optymalny, tzn. czy ma minimalny ciężar z klasy możliwych do zastosowania systemów przenoszących tę samą siłę graniczną. Problem poszukiwania optymalnego systemu płyt, spełniającego przyjęte założenia, można rozwiązać przez zastosowanie takich samych metod jak dla kratownic prętowych. Z wielu możliwych zastosowano metodę przedstawioną w pracy [4]. Rozpatrywano sprężysty stan naprężeń w systemie w chwili tuż przed osiągnięciem stanu granicznego (wszystkie elementy obciążone naprężeniami  $\sigma_{p1} - d\sigma$ ). W wyniku przeprowadzonej na podstawie pracy [4] analizy stwierdzono, że przedstawiony na rys. 4 wariant systemu płyt jest optymalny.

Łącząc optymalnie ukształtowaną płytę czołową z wewnętrznym systemem płyt otrzymujemy oszacowanie optymalnych kształtów konstrukcji przenoszącej dane obciążenie graniczne (rys. 1).

Należy jeszcze sprawdzić, czy stan naprężeń granicznych w całej konstrukcji jest statycznie dopuszczalny. Poszczególne elementy składowe konstrukcji obciążone są w sposób statycznie dopuszczalny. Również oddziaływania między płytą czołową a odpowiednimi płytami systemu są statycznie dopuszczalne.

Pozostało jeszcze sprawdzenie stanu naprężeń w obszarach powstałych węzłów plastycznych systemu płyt. Węzły te analizujemy budując układy statycznie dopuszczalnych pól naprężeń (por. [1, 2]).

Rozpatrzmy przykładowo węzeł oznaczony przez II, w którym zbiegają się trzy płyty (rys. 5): dwie ściskane i jedna rozciągania. Wobec tego, że płaszczyzny środkowe obu płyt ściskanych przecinają się pod kątem  $2\omega = 125^\circ 16'$ , a linie nieciągłości  $AB$  i  $AC$  są nachylone pod kątem  $\beta = 35^\circ 16'$  do naprężeń ściskających  $\sigma_{p1}$ , mamy w punkcie  $B$  podstawowy przypadek linii nieciągłości (por. [1]), zgodnie z którym w polu  $ABC$  panuje stan czystego ścinania ( $\sigma_1 = -\sigma_2 = -\sigma_{p1}/\sqrt{3}$ ). Dalsza analiza wykazuje, że całe pole wpisane w węzeł jest statycznie dopuszczalne.



Rys. 5

Sposób rozwiązywania węzłów plastycznych przez budowanie układów pól naprężeń jest pracochłonny oraz dość skomplikowany i będzie tematem odrębnej pracy. W pozostałych węzłach systemu stan naprężeń jest również statycznie dopuszczalny. Tak zbudowana konstrukcja przeniesie siłę graniczną (wg oceny dolnej) równą (wymiar wg. rys. 1)

$$(2.4) \quad P = P_p + P_s = 4g(B + e)\sigma_{p1}.$$

Przedstawiona metoda pozwala oszacować kształty konstrukcji w przypadku prostego obciążenia granicznego — ściskania, rozciągania lub zginania momentem,

którego wektor jest skierowany równoległe do płyt czołowych i powierzchni oporowych konstrukcji.

Określając nośność graniczną konstrukcji, pomijaliśmy problem jej pracy w zakresie sprężystym zakładając, że ściskane elementy nie utracą stateczności aż do chwili osiągnięcia stanu granicznego.

W rozpatrywanej w pracy konstrukcji z materiału sprężysto-plastycznego problem stateczności odgrywa jednak istotną rolę i jest czynnikiem ograniczającym zakres stosowania metody opartej na nośności granicznej. Ścisłe rozwiązanie tego problemu dla analizowanych konstrukcji jest jak dotąd niemożliwe ze względu na ich wysoką statyczną niewyznaczalność, a co za tym idzie brak możliwości ustalenia obciążenia zewnętrznego poszczególnych płyt oraz brak rozwiązań teoretycznych dla płyt czołowych (nieregularny kształt i mieszane warunki brzegowe). Jedynie przyjmując znacznie upraszczające założenia można oszacować wstępnie stateczność ściskanych płyt systemu i znaleźć płytę decydującą o jego nośności ze względu na stateczność (np. wg [5]). Tylko na podstawie analizy doświadczalnej można w sposób prawidłowy zbadać wpływ stateczności i założeń upraszczających dotyczących materiału oraz określić przydatność przedstawionej metody w praktyce inżynierskiej.

### 3. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

#### 3.1. Zakres badań

W tym celu wykonano dwie serie modeli konstrukcji z rys. 1 dla stosunków wymiarów płyty czołowej  $e/a = \{0,3; 0,5\}$ . Modele wykonano ze stali St3S dla różnych grubości płyty jednostkowej  $g = \{4, 6, 8, 10\}$  mm i dla czterech szerokości  $B = \{72, 100, 170, 250\}$  mm systemu płyt, przyjmując wymiary poszczególnych elementów wg analizy teoretycznej.

Przyjęto następującą systematykę oznaczeń modeli:  
pierwsza cyfra oznacza grubość płyty jednostkowej

$$1 — g=10 \text{ mm}, \quad 2 — g=8 \text{ mm}, \quad 3 — g=6 \text{ mm}, \quad 4 — g=4 \text{ mm};$$

druga cyfra oznacza szerokość systemu płyt modelu:

$$1 — B=72 \text{ mm}, \quad 2 — B=100 \text{ mm}, \quad 3 — B=170 \text{ mm}, \quad 4 — B=250 \text{ mm}.$$

Serię modeli dla  $e/a=0,5$  oznaczono przez a, natomiast serię modeli dla  $e/a=0,3$  przez b na końcu numeru modelu.

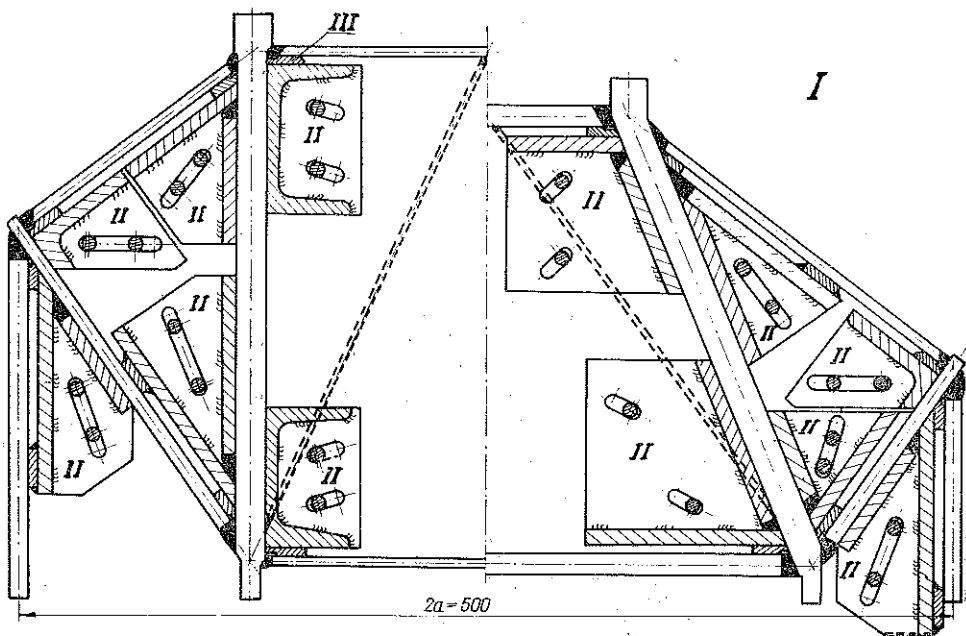
Wykonano 10 modeli serii a oraz 16 modeli serii b (wszystkie możliwe warianty  $g$  i  $B$ ). Dla serii a wykonano dodatkowe modele pozwalające określić nośność płyt czołowych konstrukcji oraz wpływ na nią szerokości wewnętrznego systemu płyt ( $B = \{72, 170\}$ ), jak również modele dające ocenę nośności wewnętrznego systemu płyt ( $B = \{72, 170\}$ ).

Dla zbadania wpływu sposobu zamocowania poszczególnych płyt systemu na stateczność całej konstrukcji wykonano, wg wymiarów modeli serii b, 6 modeli konstrukcji o zwiększonej stateczności (dodatkowe oznaczenia  $x$  na końcu numeru modelu).

Aby określić własności wytrzymałościowe materiału, z którego wykonano modele i sprawdzić poprawność przyjęcia założeń dotyczących materiału (por. pkt. 2) wykonano zgodnie z normami i zbadano 156 próbek na rozciąganie oraz 52 próbki

### 3.2. Warunki wykonania i badane warianty modeli

Narzucono takie warunki wykonania modeli, aby możliwie w pełny sposób zapewnić porównywalność analizy teoretycznej z doświadczalną. Ponieważ w analizie teoretycznej przyjęto do rozważań materiał izotropowy i jednorodny, należało wykonać modele o maksymalnie możliwie dużych wymiarach takich, żeby wpływ spawania modeli na wyniki badań ograniczyć do minimum (przyjęto  $2a=500$  mm (rys. 1)). Następnie należało dobrać grubości blach systemu zgodnie z przeprowadzoną analizą teoretyczną (por.  $\gamma_i$  z rys. 4).  
na ściskanie.



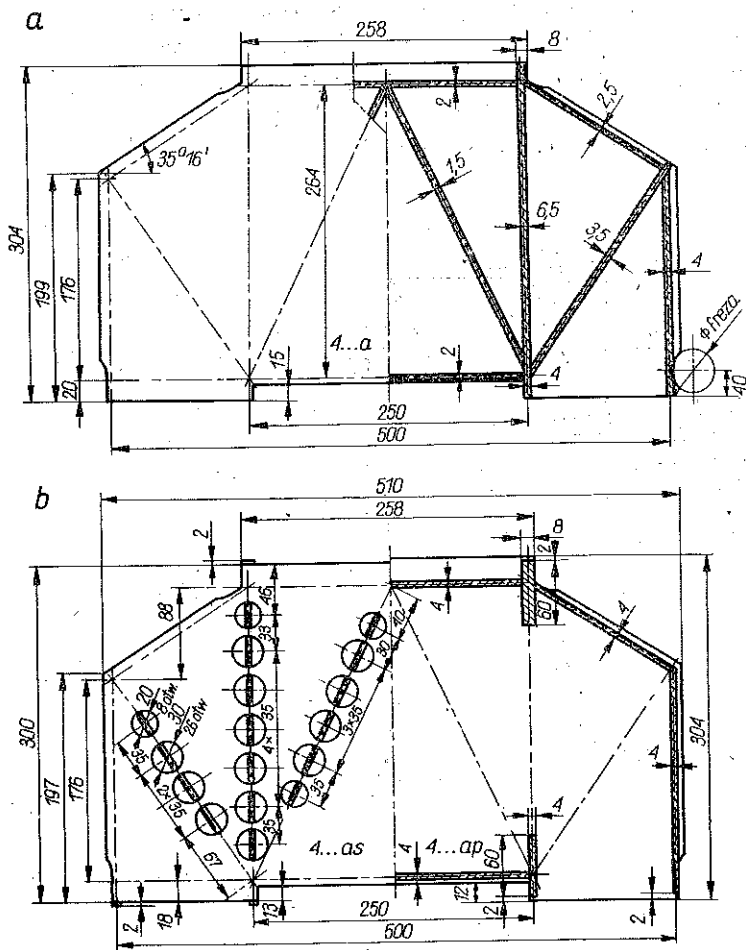
Rys. 6

Spełnienie tego warunku było możliwe z pewnym przybliżeniem ze względu na konieczność stosowania blach ze znormalizowanego szeregu grubości produkowanych przez huty. Mając określoną potrzebną grubość płyty systemu, dobierano najbliższą znormalizowaną grubość blachy uwzględniając tak tolerancje wykonania, aby błąd był minimalny.

Zachowanie dokładności wymiarowej konstrukcji, odpowiedniego rozmieszczenia węzłów systemu oraz zachowanie geometrii węzłów zgodnej z analizą teoretyczną wymagało zbudowania specjalnego przyrządu do spawania wewnętrznych systemów płyt. Przekrój przyrządu przedstawiono na rys. 6.

Do podstawy oznaczonej przez I przymocowane są odpowiednio segmenty kątowe II o wysokości  $B=300$  mm zapewniające zachowanie poszczególnych kątów systemów płyt modeli serii a i b. Odpowiednia konstrukcja przyrządu zapewniła możliwość spawania w nim wszystkich modeli.

Spoiny węzłów systemów płyt były spawane na podkładce miedzianej III, przymocowanej do każdego segmentu kąтового. Zastosowana metoda spawania i ustalona doświadczalnie kolejność wykonania poszczególnych spoin pozwoliły uzyskać



Rys. 7

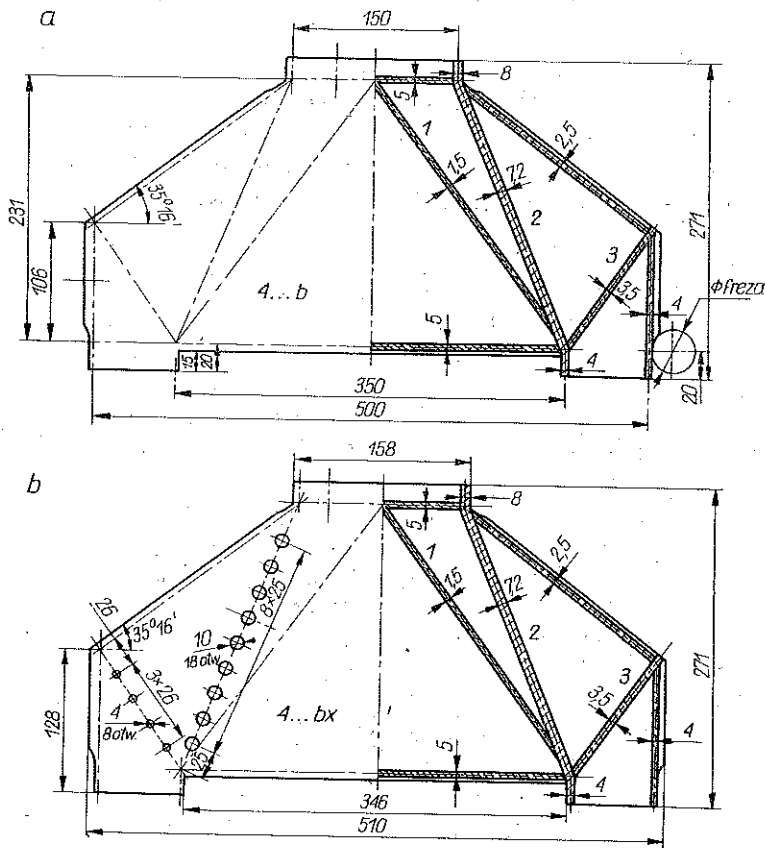
dobrą jakość spoin oraz minimalne odkształcenia spawalnicze. Następnie wspawano w system płyty zerowe (tzn. płyty, w których wg analizy teoretycznej nie ma sił), które w rzeczywistych konstrukcjach mogą być pominięte. Zastosowano je jedynie dla zachowania ścisłej porównywalności analizy teoretycznej i doświadczalnej.

Obecnie krótko omówimy sposób połączenia płyt czołowych z systemem płyt dla różnych wariantów badanych modeli. Model serii a przedstawiono na rys. 7a



dla grubości płyty jednostkowej  $g=4$  mm. Płyty czołowe przymocowano do systemu spoinami wzdłuż ich krawędzi (płyt tych nie połączono z płytami 1, 2, 3 systemu). Kolejność spawania odcinków krawędzi płyty czołowej tak dobrano, aby otrzymać minimalne odkształcenie spawalnicze.

Model pozwalający określić nośność wewnętrznego systemu płyt (oznaczenie 41as lub 43as) przedstawiono po lewej stronie na rys. 7b. Obciążenie modelu wprowadzano tylko w wewnętrzny system płyt. Płyta czołowa nie była obciążona. Systemy wewnętrznych płyt obu modeli (rys. 7a i 7b) były identyczne.



Rys. 8

Model pozwalający określić nośność płyt czołowych konstrukcji serii a dla  $g=4$  mm przedstawiono po prawej stronie na rys. 7b (oznaczenie 41ap lub 43ap). Obciążenie modelu wprowadzano tylko w płyty czołowe (rys. 7b); a płyty przykrywające zapewniały porównywalny z modelami 41a i 43a sposób podparcia krawędzi płyt czołowych.

Model serii b przedstawiono na rys. 8a dla grubości płyty jednostkowej  $g=4$  mm. Sposób połączenia płyt czołowych z systemem jest taki sam jak dla modeli serii a. Modele konstrukcji o zwiększonej stateczności (rys. 8b) różnią się od

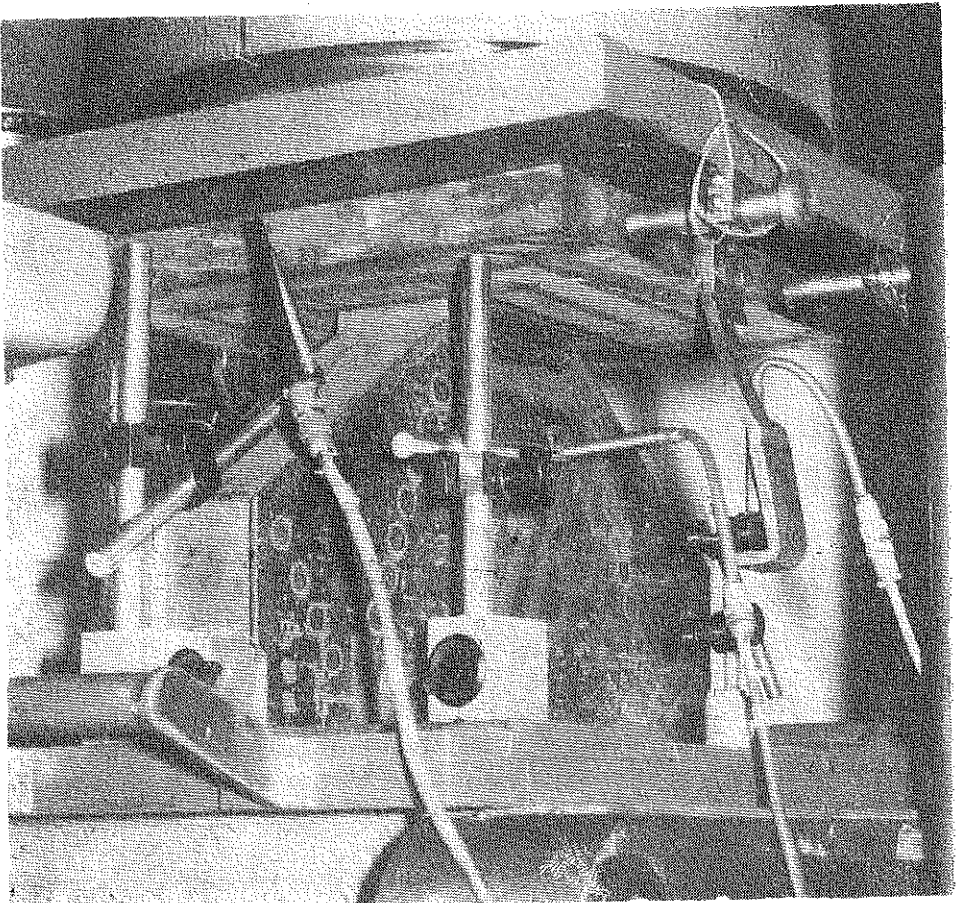
modeli serii b tylko dodatkowym połączeniem płyt czołowych z płytami 2 i 3 systemu, spoinami otworowymi rozmieszczonymi wzdłuż krawędzi płaszczyzn środkowych tych płyt.

Po spawaniu wszystkie modele poddawane były obróbce wykańczającej. Powierzchnie oporowe modeli były frezowane tak, aby uzyskać ich równoległość. Usuwno również przy płaszczyznach oporowych naddatki technologiczne płyt czołowych konieczne przy spawaniu. Ponieważ naprężenia własne nie wpływają na nośność graniczną konstrukcji, w modelach nie starano się usuwać naprężeń wynikających z procesu technologicznego.

### 3.3. *Stanowisko badawcze*

Badania prowadzono na prasie hydraulicznej o nacisku 300 T.

Badany model ściskany był równomiernie między dwiema płytami (rys. 9) wykonanymi ze stali stopowej o utwardzonych powierzchniach roboczych, mogących przenieść duże naciski powierzchniowe. Równomierność ściskania modeli zapewniał

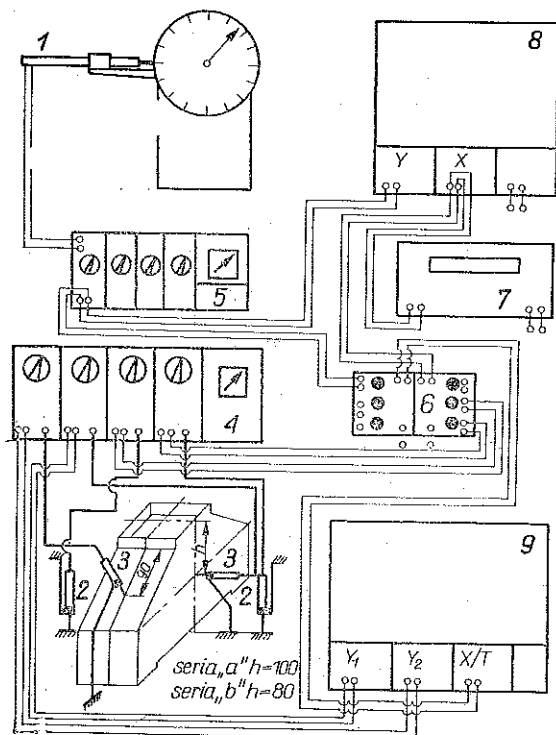


Rys. 9

przegub kulisty prasy. Wykorzystując specjalne uchwyty magnetyczne przystosowane do zamocowania indukcyjnych czujników przemieszczeń liniowych (rys. 9) można było w sposób ciągły mierzyć podczas obciążania i odciążania, ugięcia modeli jako całości (pomiar z dwu czujników umieszczonych w jednakowej odległości od osi modelu) oraz ugięcia płyty czołowej i ściskanej płyty systemu wewnętrznego.

Czujniki mierzące ugięcia płyt: czołowej i systemu były umieszczone w tych punktach, w których zaobserwowano maksymalne ugięcia płyt podczas badań wstępnej serii modeli.

W badaniach zastosowano dwa warianty układów pomiarowych. Schemat obu układów pomiarowych przedstawiono na rys. 10. Wariant pierwszy układu (nie zawierał przystawki 6) rejestrował w sposób ciągły siłę obciążającą jako funkcję ugię-



Rys. 10

1 – indukcyjny czujnik przemieszczeń liniowych IWT – 102, 2 – indukcyjne czujniki przemieszczeń liniowych OT 014, 3 – indukcyjne czujniki przemieszczeń liniowych OT 08, 4 – miernik wielkości mechanicznych N – 101, 5 – mostek typ UM 131, 6 – przystawka sumująca, 7 – woltomierz cyfrowy V – 524, 8 – rejestrator X–Y PRO–12 «Yokogawa», 9 – rejestrator X–Y «Bryans»

cia całości modelu, natomiast dawał tylko odczytane (dla danej siły) wartości ugięć badanych płyt ściskanych. Udoskonalony drugi wariant układu umożliwiał ciągłą rejestrację wszystkich mierzonych wielkości (wykresy siły obciążającej jako funkcje ugięcia całości modelu i ugięć wybranych płyt ściskanych).

W obu wariantach układów pomiarowych wychylenie wahadła dynamometru prasy hydraulicznej odpowiadające określonej sile było przenoszone bezpośrednio

z układu prasy na indukcyjny czujnik przemieszczeń liniowych IWT-102  $\pm$  100 mm — 1 zamocowany na specjalnym uchwycie do korpusu dynamometru prasy, natomiast ugięcia modeli były mierzone przez indukcyjne czujniki przemieszczeń liniowych typu OT. Czujniki przetwarzały rejestrowane ugięcia na sygnały napięciowe, które po odpowiednim wzmacnieniu na mostkach były podawane na odpowiednie składowe obu rejestratorów  $X—Y$ . Zasady działania obu wariantów układu pomiarowego dokładnie omówiono w pracy [2].

### 3.4. Przebieg badań

Modele badano w dwóch seriach. Przed przystąpieniem do pierwszej serii badań przecechowano wariant I układu pomiarowego (czujnik siły przy pomocy dynamometru prasy, a pozostałe czujniki śrubą mikrometryczną) przyjmując dla wszystkich badanych modeli stałe podziały siły i ugięć całości modelu. Podziały ugięć ściskanych płyt dobierano w zależności od grubości płyty jednostkowej systemu. Płyty przyrządu ściskającego model umieszczono w osi prasy (płytę górną połączono sztywno z głowicą prasy).

Każdy model przed badaniami dokładnie zmierzono dla sprawdzenia dokładności wykonania oraz obliczenia wartości teoretycznej siły granicznej (wg oceny dolnej).

Po ustawieniu w osi przyrządu model obciążano siłą wstępną (około 30 kG). Następnie ustawiano czujniki indukcyjne w punktach wskazanych na rys. 10. Czujniki rejestrujące ugięcia całości modelu ustawiono na ten sam sygnał początkowy.

Po przygotowaniu układu pomiarowego model obciążano do 60% przewidywanej nośności, następnie odciążano do zera i ponownie obciążano aż do zniszczenia. Podczas całego procesu obciążania i odciążania prowadzono obserwację odkształcania się zewnętrznych płyt modelu, rejestrowano dla określonych wartości siły ugięcia całości modelu (woltomierz 7, rys. 10) oraz cechowano wykresy ugięć płyt: czołowej i ściskanej płyty systemu (zahamowanie przesuwu poprzeczki rejestratora 9). Rejestrator 8 kreślił samoczynnie wykres siły obciążającej jako funkcji ugięć całości modelu. Maksymalną siłę przenoszoną przez model odczytywano na dynamometrze prasy.

Przy drugiej serii badań poza przygotowaniem układu pomiarowego tok postępowania był analogiczny. Zastosowany wariant II układu pomiarowego (rys. 10) przecechowano przy włączonych wszystkich współrzędnych obu rejestratorów  $X—Y$ , aby wykluczyć możliwość powstawania błędów pomiarowych, wynikających z oddziaływania rejestratorów na siebie. Tak dobrano wzmacnienia układu, aby uzyskać podziały siły i ugięć badanego modelu i płyt takie, jak w pierwszej serii badań. Oba rejestratory  $X—Y$  kreśliły samoczynnie wykresy siły obciążającej jako funkcji ugięcia całości modelu oraz ugięć ściskanych płyt modelu.

### 3.5. Wyniki badań

3.5.1. *Współczynnik nośności granicznej modelu.* Podstawowym celem analizy doświadczalnej było zbadanie rozbieżności między obliczoną dla modelu oceną teoretyczną siły granicznej z jej wartością doświadczalną.

Wprowadźmy współczynnik nośności granicznej modelu, będący stosunkiem rzeczywistej siły granicznej do jej wartości teoretycznej obliczonej wg wzoru (2.4):

$$(3.1) \quad f = \frac{P_{rz}}{P_{gr}}$$

Współczynnik ten można również wyrazić jako stosunek naprężeń niszczących model do naprężeń plastycznych materiału:

$$(3.2) \quad f = \frac{\sigma_n}{\sigma_{p1}}$$

Omówmy kolejno metody określania wszystkich wielkości wchodzących do wzorów (3.1) lub (3.2).

3.5.2. *Określenie własności plastycznych materiału.* Z arkuszy blach użytych do budowy modeli pobierano jednocześnie paski materiału do określenia jego własności wytrzymałościowych. Z pobranego materiału wykonano zgodnie z normą PN-62/H-04310 156 próbek na rozciąganie dla użytych w modelach blach o grubościach  $g = \{1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20\}$  mm oraz zgodnie z normą PN-57/H-04320 52 próbki na ściskanie dla blach o grubościach  $g = \{10, 12, 16\}$  mm, w celu sprawdzenia czy istnieje różnica wartości granic plastyczności materiału na ściskanie i rozciąganie. Próbki na ściskanie wykonano o przekroju kwadratowym i wysokościach  $h = 1,5 g$ .

Próbę rozciągania przeprowadzono zgodnie z normą PN-62/H-04310 na maszynie wytrzymałościowej typu L. Schopper - 30 T dla  $g = \{8, 10, 12, 16, 20\}$  mm, odkształcenie mierzono za pomocą ekstensometru zegarowego o bazie  $l = 50$  mm. Z otrzymanych punktów pomiarowych sporządzono dla każdej próbki wykresy  $\sigma = f(\epsilon)$  i określano wg znanych metod granicę plastyczności.

Rozciąganie próbek dla pozostałych grubości blach oraz ściskanie wszystkich próbek przeprowadzono na maszynie typu Instron 1115, gdzie otrzymano z próby wykresy  $P = f(\Delta l)$ , a następnie określano granicę plastyczności.

Obszerny materiał doświadczalny wykazuje, że własności wytrzymałościowe metali rozłożone są (np. w arkuszu blachy) losowo w sposób zbliżony do rozkładu normalnego (por. np. [6]). Przyjmując więc rozkład normalny obliczono wg znanych wzorów oszacowania wartości średniej granicy plastyczności  $\sigma_{p1}$  oraz odchylenia standardowego  $S_{p1}$  dla wszystkich badanych grubości blach.

Wartości średnie granicy plastyczności dla poszczególnych grubości blach różnią się od siebie i dlatego w toku dalszej analizy statystycznej należy określić, z jakich przyczyn wynikają te różnice, oraz sprawdzić czy poprawne było założenie o równości wartości granic plastyczności materiału na ściskanie i rozciąganie (por. pkt. 2). Powstaje również pytanie, w jaki sposób należy obliczać średnią wartość granicy plastyczności dla modeli wykonanych z blach o różnych grubościach, potrzebną do obliczenia teoretycznej siły granicznej [por. (2.4)]. Dokładny przebieg przeprowadzonej analizy statystycznej przedstawiono w dodatku zamieszczonym na końcu pracy [2].

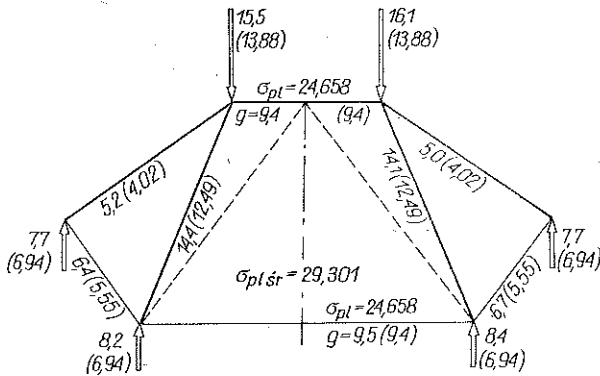
Z dostatecznym dla zastosowań technicznych przybliżeniem można przyjąć za słuszne założenie o równości granic plastyczności materiału na ściskanie i rozciąganie.

Dla wszystkich modeli przyjęto średnią arytmetyczną z wyników badań próbek materiałowych jako oszacowanie średnich własności materiału, ale następnie sprawdzono, w jaki sposób założenie to wpływa na wartość obliczonej z (2.4) siły granicznej przenoszonej przez model.

**3.5.3. Wyznaczanie wartości teoretycznej siły granicznej przenoszonej przez model.** Przy obliczaniu wartości siły granicznej wg wzoru (2.4) zakładaliśmy, że własności wytrzymałościowe wszystkich płyt modelu są jednakowe ( $\sigma_{pl} = \text{const}$ ) oraz grubości płyt są tak dobrane, aby naprężenia były równe plastycznym ( $(\sigma_1)_i = \sigma_{pl}$ ).

W rzeczywistych modelach, w których nie można było tak dobrać grubości blach (por. pkt. 3.2) oraz w których własności wytrzymałościowe tych blach mogły się różnić (por. pkt. 3.5.2.) wartość siły granicznej [wzór (2.4)] należało wyznaczać uwzględniając te rozbieżności w analizie teoretycznej poprawiając odpowiednio statycznie dopuszczalne pole naprężeń.

Rozpatrzmy metodę postępowania na przykładzie modelu 21b, dla którego schemat rzeczywistego systemu płyt przedstawiono na rys. 11 podając granice plastyczności poszczególnych płyt [ $\text{kG/mm}^2$ ] oraz ich rzeczywiste grubości.



Rys. 11

Siłę graniczną dla płyt czołowych modelu obliczamy mnożąc rzeczywiste pole powierzchni podparcia przez wartość granicy plastyczności dla blachy tej grubości. Grubość odpowiednich płyt systemu tak należy zmniejszyć w analizie teoretycznej — zakładając obszary zerowe — aby otrzymać system o grubościach płyt uwzględniających różne granice plastyczności i rzeczywiste wymiary, a będący przy tym w równowadze. Nowe grubości płyt dla modelu 21b przedstawiono w nawiasach na rys. 11.

Obliczona dla modelu 21b wartość siły granicznej jest równa

$$P_1 = 136754,7 \text{ kG.}$$

Zakładając uśrednione jednakowe własności wytrzymałościowe modelu można również obliczać wartość siły granicznej wg wzoru (2.4) (druga metoda) mnożąc

średni przekrój oporowy modelu przez wartość granicy plastyczności dla danej grupy modeli.

W grupie modeli 3 ... a i 3 ... b, dla których stwierdzono jednakowe własności wytrzymałościowe, błąd w wyznaczaniu siły granicznej wynikać może z niezachowania wyznaczonych współczynników grubości blach systemu (powstają obszary zerowe). W pozostałych grupach modeli dodatkowo może wpływać fakt uśrednienia własności materiału. Aby stwierdzić, jakie są różnice między wartościami sił granicznych, wyznaczonymi wg obu metod, obliczono dla niektórych modeli wartości tych sił. Dla modelu 21b wartość siły granicznej, obliczona wg drugiej metody, wyniosła

$$P_{II} = 139307,5 \text{ kG}$$

i jest o 1,8% większa od poprzedniej. Dla pozostałych modeli druga metoda daje również wyższą wartość oceny siły granicznej średnio około 5%.

W pracy zastosowano drugą metodę obliczania wartości teoretycznych sił granicznych dla badanych modeli. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 1.

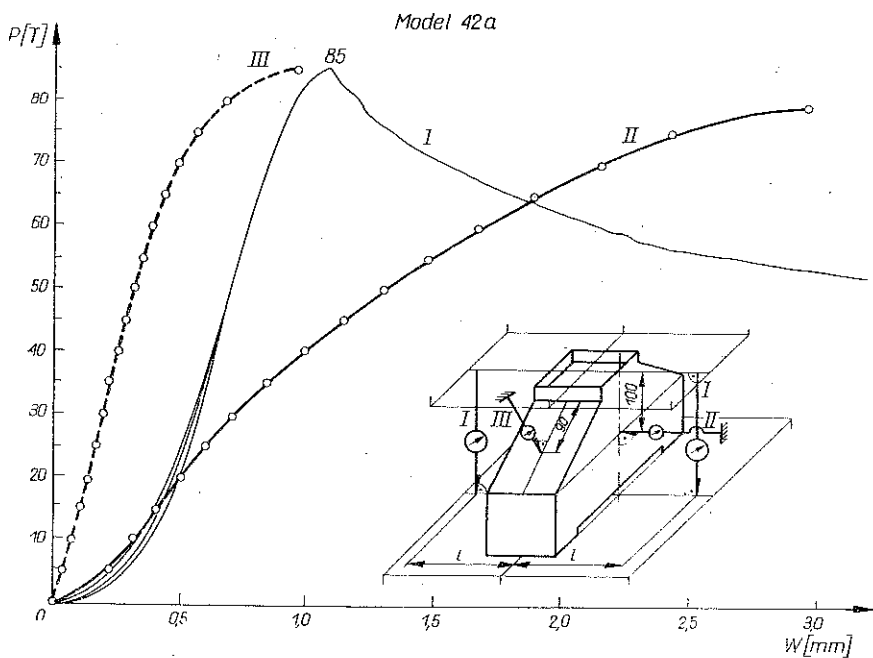
Tablica 1

	Nr modelu	Siła graniczna [T]	Napężenia niszczące $\sigma_n$ [kG/mm <sup>2</sup> ]	Napężenia plastyczne $\sigma_{pl \text{ śr.}}$ [kG/mm <sup>2</sup> ]	Współczynnik nośności $f$
	1	2	3	4	5
Seria a	12a	256,50	27,239	28,645	0,950
	14a	380,00	25,019		0,873
	22a	238,50	32,585	29,958	1,087
	24a	295,00	23,972		0,836
	32a	190,50	33,427	28,369	1,178
	34a	248,50	27,249		0,960
	41a	71,75	22,357	29,136	0,767
	42a	85,00	22,988		0,788
	43a	100,00	20,520		0,704
	44a	86,00	13,931		0,478
	41ap	48,20	23,715	29,136	0,813
	43ap	50,00	24,388		0,837
	41as	34,60	30,014		1,030
	43as	58,60	21,235		0,728
Seria b	11b	179,00	28,616	28,428	1,004
	12b	188,00	25,461		0,894
	12bx	225,00	31,096		1,091
	13b	275,00	27,079		0,950
	14b	310,00	23,041		0,808
	14bx	330,00	24,539		0,862
	21b	169,00	34,259	28,270	1,213
	22b	195,00	33,297		1,177
	23b	263,00	32,582		1,152
	24b	300,00	28,244		0,999

	1	2	3	4	5
Seria b	31b	135,00	26,981	28,905	0,933
	32b	145,50	32,327		1,118
	33b	175,00	28,024		0,969
	34b	229,00	28,374		0,981
	41b	71,50	29,047	29,330	0,990
	41bx	85,80	31,638		1,180
	42b	76,00	26,503		0,903
	42bx	94,00	32,105		1,094
	43b	114,00	28,677		0,976
	43bx	130,40	32,867		1,120
	44b	127,50	24,425		0,832
	44bx	153,00	28,992		0,988

3.5.4. Analiza nośności badanych modeli konstrukcji. W wyniku przeprowadzonych badań dla każdego modelu uzyskano wykresy siły obciążającej jako funkcje ugięcia modelu i ugięć ściskanych płyt (por. rys. 12). Dla wszystkich modeli ugięcia płyty czołowe oznaczono linią ciągłą, a płyty systemu — linią przerywaną.

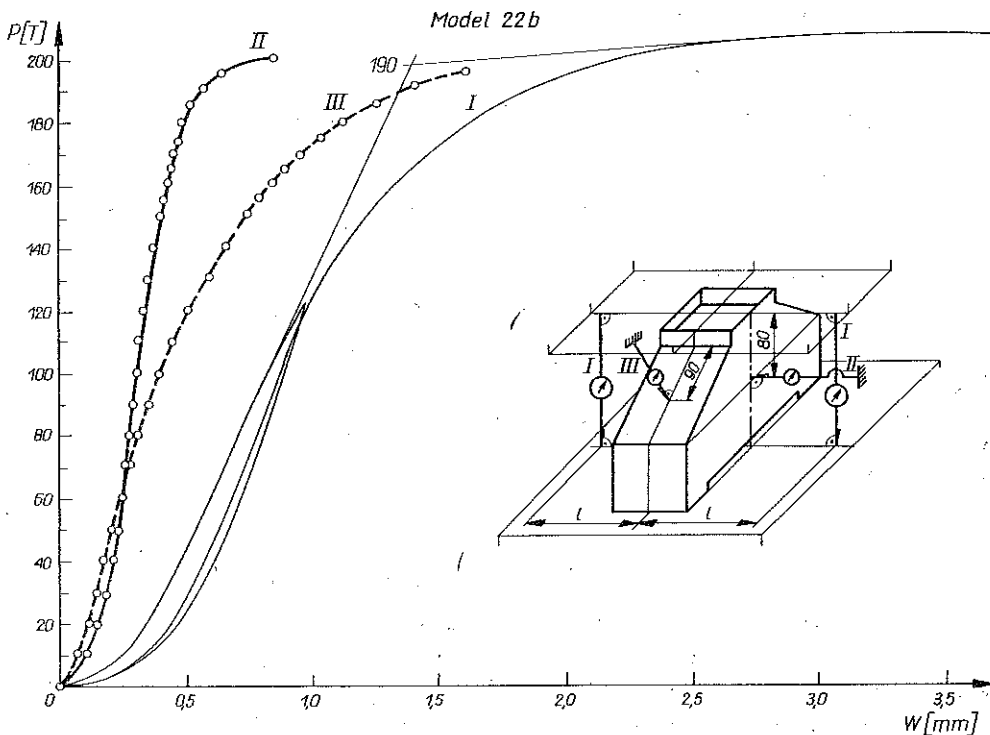
Rejestrowane ugięcia płyty systemu składają się z ugięć płaszczyzny środkowej płyty oraz przemieszczeń płyty jako całości.



Rys. 12



W czasie badań można było zaobserwować dwojakie zachowanie się modeli pod wpływem obciążenia. Dla modelu, którego nośność wyczerpywała się przez utratę stateczności jego elementów w chwili osiągnięcia stanu granicznego, następowało gwałtowne plastyczne płynięcie przy zmniejszającej się sile obciążającej (rys. 12), natomiast dla modelu, który osiągał nośność graniczną (nie tracąc stateczności), w chwili osiągnięcia stanu granicznego następowało plastyczne płynięcie przy stałej lub minimalnie zwiększającej się sile obciążającej (rys. 13). Wzrost siły w czasie plastycznego płynięcia modelu spowodowany był wzmocnieniem materiału (zjawisko to w naszych rozważaniach z konieczności pomijaliśmy).



Rys. 13

Ze względu na charakter uzyskanych wykresów przyjęto metodę znajdowania wartości siły granicznej na przecięciu się dwóch stycznych do linii sprężystego zakresu pracy i linii plastycznego płynięcia.

Naprężenia niszczące model wyznaczano ze stosunku siły granicznej do pomierzonego przekroju średniego płaszczyzn oporowych modelu.

Wartości przekroju, określone wartości teoretycznej i doświadczalnej siły granicznej podano w tabelicy 1. Następnie obliczono wg wzoru (3.2) współczynniki nośności granicznej badanych modeli zestawiając uzyskane wyniki w tejże tabelicy.

Wartości uzyskanego współczynnika nośności oraz charakter stanu równowagi granicznej wykazały, że z serii a i b nie osiągnęły nośności granicznej, a wcześniej uległy zniszczeniu na skutek utraty stateczności tylko modele 41a, 42a, 43a, 44a, 44b.

W wyniku badań modeli 41p i 43ap stwierdzono, że szerokość modelu w badanych granicach (przy tym samym sposobie zamocowania krawędzi) nie wpływa na nośność płyt czołowych. Modele te pozwoliły określić siłę krytyczną dla płyt czołowych o grubości  $g=4$  mm.

Modele 41as i 43as potwierdziły fakt wzrostu nośności wewnętrznego systemu płyt w miarę zmniejszania się jego szerokości (tablica 1).

Sumując wyniki uzyskane dla modeli np. 41as i 41ap uzyskujemy współczynnik nośności tylko nieco wyższy niż dla porównywalnego modelu 41a, co wynikać może z faktu szczątkowej nośności perforowanej płyty. Pozwala to wyciągnąć wniosek, że rozkład naprężeń w rzeczywistym modelu był bliski założonemu w analizie teoretycznej.

Z wykresów uzyskanych dla ściskanych płyt: czołowej i systemu (rys. 13) nie można określić wartości sił granicznych, ponieważ nie są to rzeczywiste siły obciążające badane płyty. Czynnikiem decydującym o tym czy model osiągnął nośność graniczną lub utracił wcześniej stateczność jest wartość uzyskanego współczynnika nośności oraz charakter stanu równowagi granicznej.

Modele zniszczone przez utratę stateczności elementów osiągnęły nośność mniejszą około 25% od obliczonej oceny teoretycznej (wg nośności granicznej).

Badane modele o zwiększonej stateczności wewnętrznego systemu płyt (oznaczenie 4... bx) osiągnęły nośność około 20% większą od porównywalnych modeli serii b (rys. 8) i wszystkie osiągnęły nośność graniczną bez uprzedniej utraty stateczności. Dla modeli serii a i b, które osiągnęły tak rozumianą nośność graniczną współczynnik nośności zawierał się w granicach  $\pm 10\%$  od jedności na skutek rozrzutu własności wytrzymałościowych materiału modeli.

#### 4. WNIOSKI

Analiza teoretyczna i przeprowadzona weryfikacja doświadczalna wykazały, że poprawne było zastosowanie metod teorii nośności granicznej do kształtowania konstrukcji blachownicowych.

Rzeczywista nośność modeli ukształtowanych zgodnie z zasadami przedstawionej metody niewiele odbiegała od obliczonych ocen teoretycznych ( $\pm 10\%$ ) w przypadku, gdy modele osiągały nośność graniczną, natomiast gdy wcześniej traciły stateczność, nośność ta była mniejsza od oceny teoretycznej ok. 25%.

Ponieważ obecnie nie można uzyskać ścisłego rozwiązania zagadnienia stateczności analizowanych konstrukcji ze względu na ich wysoką statyczną niewyznaczalność i brak rozwiązań teoretycznych dla niektórych płyt, przeto przedstawioną w pracy metodę można stosować do wstępnego ukształtowania konstrukcji, dla której następnie należy przeprowadzić dalszą optymalizację stosując badania modelowe. Jeżeli podczas badań okaże się, że o nośności konstrukcji decyduje stateczność, należy wtedy zabezpieczyć ściskane płyty przed wyboczeniem zmieniając o ile to możliwe warunki zamocowania ich krawędzi (np. modele 4... bx) lub wprowadzając w odpowiednich miejscach żebra usztywniające, tak aby konstrukcja osiągnęła nośność graniczną.

W przypadku dobrania dla analizowanych konstrukcji takich wymiarów (duża grubość płyty podstawowej oraz  $B/e \leq 1$ , rys. 1), dla których z góry wiadomo, że płyty nie utracą stateczności (mała smukłość płyt), omawianą metodę można stosować bez żadnych ograniczeń.

Przedstawiona w pracy metoda analizy wymaga jeszcze przeprowadzenia szerokiej weryfikacji doświadczalnej obejmującej również inne typy konstrukcji; należy również sprawdzić, jak zachowują się konstrukcje oszacowane optymalnie wg metod teorii nośności granicznej w przypadku obciążania ich zmęczeniowo lub udarowo. Dopiero tak przeprowadzona weryfikacja doświadczalna może w pełni dać odpowiedź o praktycznej przydatności przedstawionej metody do obliczeń inżynierskich.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. SZCZEPINSKI, *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, IPPT, Biblioteka Mechaniki Stosowanej, PWN, 1968.
2. J. SZLAGOWSKI, *Analiza konstrukcji blachownicowych metodą nośności granicznej*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, 1974.
3. J. SZLAGOWSKI, *Kształtowanie przestrzennych konstrukcji blachownicowych metodą nośności granicznej*, Zeszyty Naukowe P.W., Mechanika [ w druku ].
4. J. KOSMOWSKI, *Wyznaczanie układu prętów w czterowęzłowym polu kratownicy z warunku minimum potencjału*, Rozpr. Inżyn., 8, 1, 1960.
5. S. P. TIMOSHENKO, *Teoria stateczności sprężystej*, Arkady, Warszawa 1963.
6. P. JASTRZĘBSKI, *Wytrzymałość i nośność graniczna pasm stalowych i duraluminiowych*, Prace Naukowe P.W., Budownictwo, 1, 1968.

#### Резюме

#### ПРЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗКА КОНСТРУКЦИЙ ИЗ СОСТАВНЫХ БАЛОК

В работе представлен метод оценки формы пространственных конструкций из составных балок, который опирается на теорему о нижней оценке предельной нагрузки.

Теоретический анализ для избранных конструкций проведен в двух этапах; в первом определена форма торцевой плиты путем вписывания системы статически допустимых разрывных полей напряжений, во втором же определена оптимальная система внутренней системы плит передающей заданную предельную нагрузку на ширине конструкции и толщине ее плит. Так получена оценка оптимальных форм конструкции для заданной предельной нагрузки.

Чтобы проверить пригодность представленного метода анализа в инженерской практике, а также исследовать ограничивающее влияние устойчивости сжимаемых элементов конструкции проведены экспериментальные исследования. Для моделей изготовленных из стали St3S точно согласно теоретическому анализу исследовано расхождение вычисленных теоретических значений предельных сил с результатами экспериментов.

Получено хорошее совпадение теоретических оценок с результатами экспериментов. Представленный метод может применяться для предварительного формирования конструкции, для которой затем можно бы провести дальнейшую оптимизацию применяя модельные исследования.

## SUMMARY

## LIMIT ANALYSIS OF METAL-SHEET STRUCTURES

A method of estimation of the shape of the spatial metal-sheet structures based on a theorem on the lower bound of carrying capacity is presented. Theoretical analysis for the choosen structures was carried out in two steps; in a first step the shape of the front plate was determined through the writing of the system of statically admissible discontinuous stress fields while in a second step the optimal arrangement of the internal system of plates, carrying the given limit load over the width of the structure and the depth of its plates, was evaluated. In this way the estimation of the optimal shape of structure for the assumed carrying capacity was obtained.

To check the usefulness of the presented method of analysis in engineering practice and to examine the limiting influence of the stability of the compressed structure elements the corresponding experiments were performed. The discrepancy between theoretical values of the limit forces computed according to the presented theory and the experimental results for St3S steel was studied. A good confirmation of the theoretical estimations with the experimental data was obtained.

The method presented here may be applied to determining of the preliminary shape of structure the further optimization of which could be made later by using the model examinations.

INSTYTUT MASZYN ROBOCZYCH CIEŹKICH  
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

*Praca została złożona w Redakcji dnia 14 kwietnia 1975 r.*