ROZPRAWY INŻYNIERSKIE • ENGINEERING TRANSACTIONS • 23, 1, 45—54, 1975
Polska Akademia Nauk • Instytut Podstawowych Problemów Techniki

ZASTOSOWANIE CZUŁOŚCI OBIEKTU NA ZMIANY PARAMETRÓW JAKO METODY OPTYMALIZACJI

CZESŁAW CEMPEL (POZNAŃ)

W pracy przedstawiono propozycję metody optymalizacji dynamiczności obiektu w obecności wymuszeń o szerokim widmie. Zastosowana tu do oceny dynamiczności podatność szerokopasowa jest wyrażona w funkcji parametrów strukturalnych. To z kolei umożliwia konstrukcję wektora czułości obiektu, którego znajomość ułatwia zadanie optymalizacji.

1. Wstęp

Ocena zachowania się obiektów mechanicznych pod wpływem wymuszeń związana jest z pojęciem miary dynamiczności obiektu. Dla wymuszeń najprostszych — typu harmonicznego — miarą taką może być amplituda drgań. Dla ogólnej klasy złożonych wymuszeń zdeterminowanych i przypadkowych wąskopasmowych jedną z miar może być podatność maksymalna obiektu, wprowadzona w pracy [1]. Z kolei zachowanie się obiektu przy wymuszeniach szerokopasmowych dogodnie jest oceniać za pomocą tzw. podatności szerokopasmowej [2]. Tę ostatnią wielkość można wyrazić wprost w funkcji parametrów strukturalnych obiektu, w związku z czym istnieje możliwość optymalizacji parametrycznej jego dynamiczności. Minimalizacja podatności szerokopasmowej, jako miary dynamiczności, związana jest z koniecznością rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych dla określenia optymalnych wartości parametrów strukturalnych. Okazuje się, że procedurę tę można ominąć przez określenie tzw. współczynników czułości obiektu na zmiany parametrów. Znajomość tych współczynników umożliwia z kolei wybór dróg postępowania dla uzyskania minimalnej dynamiczności w interesującej nas współrzędnej obserwowanej. Zagadnieniu temu poświęcona jest niniejsza praca.

2. Równania ruchu obiektu

Weźmy pod uwagę dowolny liniowy dyskretny obiekt mechaniczny. Równania ruchu wokół ustalonego położenia równowagi lub też równania ruchu zaburzonego we współrzędnych centrowanych mogą mieć następującą postać operatorową:

$$\{s^2 M+sC+K\} X=F, \qquad \begin{aligned} X&=\mathrm{col}\,\{x_1, x_2, ..., x_n\},\\ F&=\mathrm{col}\,\{F_1, F_2, ..., F_n\}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

W równaniu tym M, C, K oznaczają odpowiednie macierze bezwładności, tłumienia i sztywności, X jest wektorem stanu obiektu oraz F wektorem wymuszenia.

Łatwo sobie uprzytomnić, że nie wszystkie współrzędne wektora stanu mogą być obserwowane. Stąd też do równania ruchu musimy dołączyć macierzowe równanie współrzędnych «obserwowalnych» w postaci

$$Y = H(s)\,X, \qquad Y = \mathrm{col}\,\{y_1, \ldots, y_r\}, \qquad r \leqslant n, \tag{2.2}$$

gdzie $H(s)$ oznacza macierz obserwacji rzędu $r \times n$, której elementy mogą być funkcjami operatora s, Y zaś jest r wymiarowym wektorem współrzędnych obserwowalnych. Warto tu podkreślić, że macierz $H(s)$ może wskazywać dodatkowo na wagę współrzędnych obserwowalnych przez możliwość względnej zmiany wartości jej elementów.

Zakładając, że macierz dynamiczna obiektu (2.1) jest nieosobliwa, możemy formalnie napisać rozwiązanie zadania obserwacji:

$$Y = H(s)\,\{s^2 M + sC + K\}^{-1}\,F = \mathscr{L}(s)\,F. \tag{2.3}$$

Rozpatrując ruch obiektu we współrzędnych centrowanych można potraktować wyrażenia (2.3) jako transformaty Laplace'a pod warunkiem, że zamiast wektora F podstawimy jego obraz. Przy pewnych założeniach odnośnie F i własności układu [3] można dalej przejść od transformacji Laplace'a do Fouriera przyjmując wprost $s = i\omega$. Wtedy macierz $\{-\omega^2 M + i\omega C + K\}^{-1}$ nosi ogólną nazwę macierzy charakterystyk częstościowych obiektu, w przypadku zaś gdy składowe wektora X są przemieszczeniami (liniowymi lub kątowymi) — macierzy podatności. Podobnie macierz $H(i\omega)\,\{-\omega^2 M + i\omega C + K\}^{-1} = \mathscr{L}(i\omega)$ o składowych $\mathscr{L}(i\omega) = \alpha_{jk}(i\omega)$, $j = 1, \ldots, r$, $k = 1, \ldots, n$, $r \leqslant n$ nazwiemy macierzą podatności obserwowalnych. Wychodząc z procedury odwracania macierzy łatwo spostrzec, że jej elementy (podatności obserwowalne) będą ilorazami wielomianów zespolonych:

$$\mathscr{L}(i\omega) = \{\alpha_{jk}(i\omega)\}, \qquad \alpha_{jk}(i\omega) = \frac{L_{jk}(i\omega)}{N(i\omega)}, \tag{2.4}$$

przy czym stopień mianownika wynosi tu n, a licznika jest co najmniej mniejszy o jedność — zależnie od struktury układu.

W świetle (2.4) i powyższego, wzór (2.3) napisany w dziedzinie operatorowej może być przedstawiony w dziedzinie częstości:

$$Y(i\omega) = H(i\omega)\,\{-\omega^2 M + i\omega C + K\}^{-1}\,F(i\omega) = \mathscr{L}(i\omega)\,F(i\omega), \tag{2.5}$$

skąd dla pojedynczej współrzędnej obserwowalnej $y_l(t)$ otrzymujemy

$$y_l(i\omega) = [H(i\omega)\,\{-\omega^2 M + i\omega C + K\}^{-1}\,F(i\omega)]_l = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{lk}(i\omega)\,F_k(i\omega), \qquad l = 1, \ldots, r. \tag{2.6}$$

Jak widać dla znalezienia przedstawienia widmowego l-tej współrzędnej obserwowalnej wymagana jest znajomość podatności między współrzędnymi obserwowalnymi a pozostałymi, w których mogą działać wymuszenia, oraz obrazów fourierowskich tych wymuszeń. Mając określoną odpowiedź obiektu we współrzędnej l, możemy przejść do oceny dynamiczności obiektu w tych współrzędnych obserwwalnych, $l=1, ..., r$.

3. Podatność szerokopasmowa współrzędnych obserwowalnych

W pracach [2 i 4] wprowadzono całkowy wskaźnik dynamiczności obiektu mechanicznego jako tzw. podatność szerokopasmową μ_{lj}, gdzie l jest numerem współrzędnej obserwowalnej, j zaś numerem współrzędnej konfiguracji, w której działa wymuszenie. Wykazano tam, że wielkość ta dobrze informuje o dynamiczności obiektu zarówno przy wymuszeniach krótkotrwałych typu impulsu, jak i długotrwałych o określonej gęstości widmowej wymuszenia. W tym ujęciu przez dynamiczność należy rozumieć średniokwadratową amplitudę współrzędnej obserwowalnej przy wymuszeniach długotrwałych, amplitudę maksymalną zaś i szybkość jej zaniku dla wymuszeń krótkotrwałych. Według definicji wielkość ta wyraża się wzorem

$$\mu_{lj} \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\alpha_{lj}(i\omega)|^2 \, d\omega, \tag{3.1}$$

przy czym wynika ona z zależności w dziedzinie czasu:

$$\int_0^\infty y_l^2(t)\, dt, \quad \text{jeśli} \quad F_j(t)=\delta(t) \tag{3.2}$$

dla wymuszeń krótkotrwałych;

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T y_l^2(t)\, dt, \quad \text{jeśli} \quad S_{Fj}(\omega)=1\, [H(\omega)-H(\omega-\omega_g)]$$

dla wymuszeń przypadkowych (długotrwałych).

Częstość graniczna obcięcia widma wymuszenia ω_g musi być tutaj dwa razy większa od najwyższej częstości własnej obiektu ω_n, $\omega_g > 2\omega_n$, gdyż wtedy możemy traktować wymuszenie we współrzędnej j jako biały szum [2] i korzystać ze znanych wzorów całkowych dla (3.1).

Jak już powiedziano wcześniej z punktu widzenia minimalizacji przemieszczeń, naprężeń itp., interesuje nas dynamiczność współrzędnej y_l w sensie (3.1). Obliczmy zatem jej podatność szerokopasmową przy założeniu, że najbardziej istotne wymuszenie może się zjawić we współrzędnej konfiguracji x_j, czyli $F_1, ..., F_n \equiv 0$, $F_j \neq 0$. Uwzględniając (3.1), (3.2), (2.4) z (2.6) otrzymamy

$$\mu_{lj} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\alpha_{lj}(i\omega)|^2 \, d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{|L_{lj}(i\omega)|^2}{N(i\omega)\, N(-i\omega)} \, d\omega. \tag{3.3}$$

W zagadnieniach dynamiki maszyn stopień wielomianu licznika jest na ogół o jeden mniejszy od mianownika. Wobec tego możemy napisać

$$
(3.4)\qquad \begin{aligned} |L_{lj}(s)|^2 &= b_0 s^{2n-2} + b_1 s^{2n-4} + \ldots + b_{n-1}, \\ N(s) &= a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n, \quad s = i\omega . \end{aligned}
$$

Przy takim zapisie podatność szerokopasmową jako funkcję parametrów strukturalnych obiektu można obliczyć z prostego wzoru [5]:

$$
(3.5)\qquad \mu_{lj} = \frac{(-1)^{n+1}}{2a_0} \frac{N_n}{D_n},
$$

gdzie n jest stopniem wielomianu mianownika $N(s)$, D_n jego wyznacznikiem Hurwitza, N_n zaś wyznacznikiem otrzymanym z zamiany pierwszej kolumny D_n przez kolumnę $\{b_0, b_1, \ldots, b_{n-1}\}$, przy czym

$$
(3.6)\qquad D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \ldots & & & & \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \ldots & & \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots \\ 0 & \cdot & \cdot & & & & 0 & a_n \end{vmatrix}, \qquad \begin{aligned} & a_m = 0, \begin{cases} m > n \\ m < 0, \end{cases} \\ & a_0, a_n \neq 0 . \end{aligned}
$$

Dla obiektów bardziej złożonych dynamiczność mierzona w jednej współrzędnej obserwowalnej może nie być adekwatna do dynamiczności pozostałych współrzędnych obserwowalnych. Stąd też korzystnie jest zdefiniować ogólniejszą miarę dynamiczności w postaci

$$
(3.7)\qquad \mathcal{M} = \lim_{t_0 \to \infty} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} Y^T(t)\, Y(t)\, dt .
$$

Jeśli przyjmiemy, że wymuszenia jednostkowe w sensie (3.2) działają we wszystkich współrzędnych konfiguracji, to łatwo pokazać iż na podstawie twierdzenia Rayleigha ze wzoru (2.5) dostaniemy

$$
(3.8)\qquad \mathcal{M} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \mathbf{1}^T \overset{*}{\mathscr{L}}{}^T(i\omega)\, \mathscr{L}(i\omega)\, \mathbf{1}\, d\omega,
$$

gdzie $\overset{*}{\mathscr{L}}{}^T(i\omega)$ oznacza macierz sprzężoną i transponowaną, a $\mathbf{1}$ wektor jedynkowy.

Dla przypadku prostego wymuszenia tylko we współrzędnej x_j, miara dynamiczności obiektu wyrazi się w prostej postaci

$$
(3.9)\qquad \mathcal{M} = \sum_{l=1}^{r} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |\alpha_{lj}(i\omega)|^2\, d\omega = \sum_{l=1}^{r} \mu_{lj},
$$

i jak widać do jej znalezienia wystarczy znać wszystkie podatności mierzone od współrzędnej wymuszenia j.

Przyjmijmy z kolei, że mamy możliwość zmiany s parametrów strukturalnych obiektu p_k, tak więc

$$\mathcal{M}=\mathcal{M}(p_1, \ldots, p_s). \tag{3.10}$$

Z teorii optymalizacji wiadomo [6], że obiekt będzie się cechował minimalną dynamicznością, jeśli dla wartości p_k, $k=1, \ldots, s$, spełniających równania

$$\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_k}=0, \quad k=1, \ldots, s, \tag{3.11}$$

zachodzić będą nierówności

$$\frac{\partial^2 \mathcal{M}}{\partial p_k \partial p_m}>0, \quad k, m=1, \ldots, s. \tag{3.12}$$

Rozwiązując powyższe równania i dobierając parametry p_k w myśl (3.12), otrzymamy zbiór ich wartości dający minimalną dynamiczność obiektu. Praktyka optymalizacji pokazuje jednak [6], że analityczne rozwiązanie tego zagadnienia jest możliwe jedynie dla $n \leqslant 3$, z uwagi na nieliniowość równań (3.11). Z drugiej strony znajomość optymalnych wartości parametrów p_k (nie zawsze możliwych do uzyskania w obiekcie rzeczywistym) nie daje informacji o wadze danego parametru i jego wpływie na zmniejszenie lub zwiększenie dynamiczności.

Celem ominięcia tych trudności wprowadzimy do rozważań tzw. współczynniki czułości parametrów na zmiany dynamiczności obiektu [7].

4. Czułość obiektu na zmiany parametrów

Przyjmijmy, że niektóre spośród parametrów strukturalnych lub wszystkie mogą ulec zmianie, tak że $p_k=p_k^0+\Delta p_k$, $\left|\frac{\Delta p_k}{p_k^0}\right| \ll 1$. Rozkładając w szereg podatność szerokopasmową w okolicy tych wartości, mamy

$$\tilde{\mathcal{M}}=\mathcal{M}(p_1^0, p_2^0, \ldots, p_s^0)+\sum_{k=1}^{s} \Delta p_k \left.\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_k}\right|_{p_k=p_k^0}+\ldots. \tag{4.1}$$

Ograniczając się do pierwszego wyrazu po przekształceniach uzyskamy

$$\tilde{\mathcal{M}}=\mathcal{M}^0\left(1+\sum_{k=1}^{s} \frac{\Delta p_k}{p_k^0} \frac{p_k^0}{\mathcal{M}^0} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_k}\right)=\mathcal{M}^0\left(1+\sum_{k=1}^{s} \frac{\Delta p_k}{p_k^0} \frac{\partial \ln \mathcal{M}}{\partial \ln p_k}\right). \tag{4.2}$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\begin{gathered}\frac{\partial \ln \mathcal{M}}{\partial \ln p_k}=S_{\mathcal{M}}^{p_k}, \quad \{S_{\mathcal{M}}^{p_k}\}=\operatorname{col}\{S^{p_1}, S^{p_2}, \ldots, S^{p_s}\}, \\ \left\{\frac{\Delta p_k}{p_k^0}\right\}=\operatorname{col}\left\{\frac{\Delta p_1}{p_1^0}, \frac{\Delta p_2}{p_2^0}, \ldots, \frac{\Delta p_s}{p_s^0}\right\}\end{gathered} \tag{4.3}$$

i opuszczając indeksy 0 będziemy mieli

$$\bar{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\left[1 + \left\{\frac{\Delta p_k}{p_k}\right\}^T \{S_{\mathcal{M}}^{p_k}\}\right] = \mathcal{M}\left[1 + \frac{\Delta \mathcal{M}}{\mathcal{M}}\right]. \tag{4.4}$$

Wprowadzone tu wielkości $S_{\mathcal{M}}^{p_k}$ są bezwymiarowymi współczynnikami czułości obiektu na zmianę parametru p_k. Jeśli np. $\Delta p_k/p_k = a\%$, to zmiana ta może ulec wzmocnieniu $|S_{\mathcal{M}}^{p_k}| > 1$ lub osłabieniu $|S_{\mathcal{M}}^{p_k}| < 1$, oraz jeśli np. $\Delta p_k/p_k > 0$, to może spowodować wzrost $S_{\mathcal{M}}^{p_k} > 0$ lub spadek $S_{\mathcal{M}}^{p_k} < 0$ podatności szerokopasmowej obiektu, czyli jego dynamiczności. Analizując powyższe łatwo dojść do wniosku, że znak współczynnika czułości określa jego wpływ na dynamiczność obiektu, natomiast wartość współczynnika jego wagę. Znając więc wektor czułości $\{S_{\mathcal{M}}^{p_k}\}$ można tak dobrać kierunek i wielkość zmian parametrów, aby dynamiczność obiektu była minimalna lub bliska tej wartości.

Przy projektowaniu maszyn pracujących w różnych reżimach ruchu istotny jest fakt, aby zmiana tego reżimu, np. przełożenia, nie wpływała zasadniczo na dynamiczność maszyny. Załóżmy, że zmiana reżimu ruchu pociąga za sobą dużą zmianę parametru p_k (np. momentu bezwładności). Dobierając pozostałe parametry tak, aby

$$|S_{\mathcal{M}}^{p_k}| \leqslant e_k, \tag{4.5}$$

gdzie liczbę $e_k \ll 1$ dobiera się w zależności od wymagań konstrukcji, uzyskamy niezależność dynamiczności obiektu od jego reżimu ruchu.

5. Przykład

Jako przykład optymalizacji weźmy pod uwagę agregat silnik-maszyna w najprostszym przypadku redukcji tak, jak na rys. 1a.

Oznaczenia elementów i parametrów na tym rysunku są następujące: v — parametr charakterystyki statycznej silnika (rys. 1b), ω_0 — prędkość kątowa biegu jałowego, k, c — zredukowana sztywność i tłumienie napędu maszyny oraz I — zredukowany moment bezwładności.

Równanie ruchu agregatu z rys. 1 ma postać:

$$\begin{aligned} T\dot{M}_s + M_s &= v(\omega_0 - \dot{\varphi}_1), \\ c(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_s, \\ I\ddot{\varphi}_2 + c(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + k(\varphi_2 - \varphi_1) &= -M_0(t). \end{aligned} \tag{5.1}$$

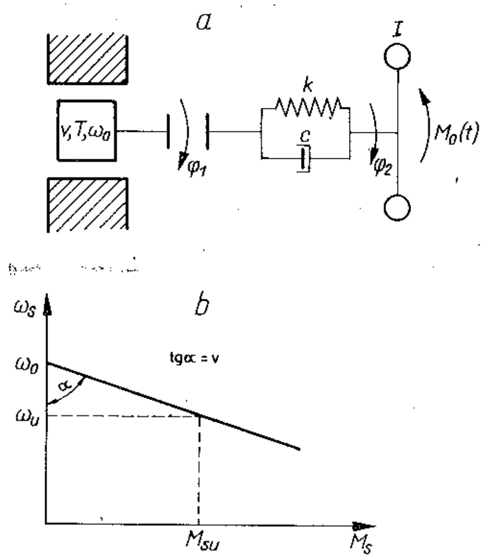
Wprowadzając zmienne stanu ustalonego (ruchu stacjonarnego)

$$\begin{aligned} M_0(t) = M_{0u} - M_1(t), \quad \varphi_1 = \varphi_{1u} + \Phi_1, \quad \dot{\varphi}_1 = \omega_u + \dot{\Phi}_1, \\ M_s = M_{su} + M, \quad \varphi_2 = \varphi_{2u} + \Phi_2, \quad \dot{\varphi}_2 = \omega_u + \dot{\Phi}_2, \end{aligned} \tag{5.2}$$

otrzymamy równanie ruchu w zmiennych centrowanych, którego postać macierzowo-operatorowa jest następująca:

$$\begin{bmatrix} sT+1 & vs & 0 \\ -1 & sc+k & -sc-k \\ 0 & -sc-k & Is^2+sc+k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_1(s) \end{bmatrix}, \tag{5.3}$$

gdzie s jest operatorem Laplace'a.



Rys. 1

Przedmiotem optymalizacji w agregacie silnik — maszyna mogą być przede wszystkim nierównomierności biegu poszczególnych ogniw oraz nadwyżki dynamiczne momentów skręcających elementy podatne. Jak łatwo wywnioskować z rysunku badany model jest typu szeregowego z jedną masą bezwładną. Wobec tego moment skręcający element podatny (k, c) będzie równy momentowi napędzającemu. Wynika stąd, że do optymalizacji dynamiczności momentów w obiekcie zamiast wektora obserwacji $Y = \text{col}\,\{M, (k+sc)\,[\Phi_2 - \Phi_1]\}$ wystarczy przyjąć jedną z jego składowych. Przyjmując więc macierz obserwacji w postaci

$$H(s) = (k+sc) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.4}$$

po przekształceniach wynikających z (2.5), (2.6) i (5.3), uzyskamy operatorowe wyrażenie całkowitego dynamicznego momentu skręcającego:

$$y(s) = (k+sc)\,[\Phi_2(s) - \Phi_1(s)] = \alpha(s)\, M_1(s), \tag{5.5}$$

gdzie

$$\alpha(s) = \frac{v(k+sc)}{s^3 cTI + s^2 I(Tk+c+v) + s(Ik+cv) + vk}. \tag{5.6}$$

Obliczając podatność szerokopasmową podług (3.3) - (3.5) mamy

$$\mathcal{M} = \frac{v}{2I} \frac{c^2 v + Ik(Tk+c+v)}{cv(c+v) + Ik(Tk+c+v)}. \tag{5.7}$$

Łatwo sprawdzić, że maksymalna wartość podatności szerokopasmowej momentu skręcającego wynosi

$$\mathcal{M}_{\max} = \frac{v}{2I} \geqslant \mathcal{M} \tag{5.8}$$

i zależy przede wszystkim od stromości charakterystyki silnika v i od wielkości zredukowanego momentu bezwładności I.

Interesujące jest zachowanie się podatności szerokopasmowej wraz ze zmianą najważniejszych parametrów agregatu. Korzystając ze wzoru (4.3) na współczynniki czułości, kolejno znajdziemy

$$S^k_{\mathcal{M}} = \frac{Ikcv^2(2Tk+c+v)}{[c^2 v + kI(kT+c+v)][cv(c+v)+kI(Tk+c+v)]}, \quad 0 < S^k_{\mathcal{M}} < 1, \tag{5.9}$$

$$S^I_{\mathcal{M}} = -\frac{cv^2[2Ik(Tk+c+v)+cv(c+v)] + I^2k^2(Tk+c+v)^2}{[c^2 v + kI(kT+c+v)][cv(c+v)+kI(Tk+c+v)]}, \quad 0 > S^I_{\mathcal{M}} > -1, \tag{5.10}$$

$$S^T_{\mathcal{M}} = \frac{ITk^2 v^2 c}{[c^2 v + kI(Tk+c+v)][cv(c+v)+kI(Tk+c+v)]}, \quad 0 < S^T < 1, \tag{5.11}$$

$$S^c_{\mathcal{M}} = \frac{Ikcv(c^2 - Tkv - cv - v^2) + c^2 v^2(2c^2 - v^2)}{[c^2 v + kI(Tk+c+v)][cv(c+v)+kI(Tk+c+v)]}, \tag{5.12}$$

oraz jeśli $v > c$, to $S^c_{\mathcal{M}} < 0$.

Otrzymane wyżej parametryczne współczynniki czułości wskazują, że dla zmniejszenia dynamiczności momentu skręcającego należy dążyć do zmniejszenia sztywności zredukowanej k, zwiększenia zredukowanego momentu bezwładności I, zmniejszenia stałej czasowej silnika T oraz przy spełnianiu nierówności (5.12) do zwiększenia zredukowanego tłumienia c.

Jak łatwo zauważyć z (5.9) - (5.11), wszystkie składowe wektora czułości z wyjątkiem $S^c_{\mathcal{M}}$ są stałego znaku, tak że klasyczna metoda szukania minimum (3.11) dałaby rozwiązanie trywialne. Dodatkowa analiza podatności szerokopasmowej (5.7) wskazuje na istotną rolę parametru charakterystyki statycznej silnika v i zredukowanego tłumienia c. Jeśli przyjmiemy $v \to \infty$, co na ogół się zakłada, to

$$\lim_{v \to \infty} \mathcal{M} = \frac{c}{2I} + \frac{k}{2c} \lessgtr \mathcal{M}_{\max}; \tag{5.13}$$

natomiast graniczne wartości współczynnika tłumienia przy $v<\infty$, dają każdorazowo maksymalną wartość podatności

$$\lim_{\substack{c\to 0\\ c\to\infty}} = \frac{v}{2I} = \mathscr{M}_{\max}. \tag{5.14}$$

Widać więc, że dla prawidłowej oceny dynamiczności momentu skręcającego, niezbędne jest uwzględnienie charakterystyki silnika v.

Sumując powyższe można powiedzieć, że minimalną dynamiczność momentów w agregacie silnik — maszyna można uzyskać kierując się wnioskami płynącymi ze znanych składowych wektora czułości. Natomiast optimum tłumienia potrzebne do tego celu znajdziemy z zerowania się współczynnika $S^c_{\mathscr{M}}$ przy znanej wartości v.

6. Wnioski

Przeprowadzone wyżej rozważania ogólne i przedstawiony przykład wykazują, że przy użyciu pojęcia podatności szerokopasmowej możliwa jest optymalizacja parametryczna dynamiczności obiektów mechanicznych. Wprowadzone następnie parametryczne współczynniki czułości pozwalają ominąć złożony problem rozwiązywania nieliniowych równań procesu optymalizacji. Znając znak i wartość liczbową najważniejszych współczynników potrafimy określić najlepszą metodę uzyskania minimum dynamiczności obiektu. Uogólniając można powiedzieć, że wektor czułości $\{S^{p_k}_{\mathscr{M}}\}$ wskazuje nam optymalną drogę uzyskania minimum.

Literatura cytowana w tekście

1. Cz. Cempel, *Oszacowanie odpowiedzi struktury mechanicznej na dowolne wymuszenie*, Rozpr. Inż., **21**, 1, 121–135, 1973.
2. Cz. Cempel, *Całkowe kryterium oceny dynamiczności obiektów mechanicznych*, Rozpr. Inżyn., **21**, 2, 293–303, 1973.
3. J. Osiowski, *Zarys rachunku operatorowego*, ss. 97, 526, WNT, Warszawa 1972.
4. Cz. Cempel, *Zastosowanie podatności szerokopasmowej do oceny reakcji obiektów mechanicznych na dowolne wymuszenie*, Rozpr. Inżyn. **21**, 4, 577–588, 1973.
5. В. А. Иванов, и друг., *Математические основы автоматического регулирования*, Высшая Школа, стр. 341, Москва 1971.
6. C. W. Meriam III, *Teoria optymalizacji i projektowanie układów sterowania automatycznego*, 37, WNT, Warszawa 1967.
7. R. E. Machol, *System engineering handbook*, Chapt. 29. Mc Graw-Hill, New York 1965.

Резюме

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ОБЪЕКТА НА ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАК МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ

В работе представлено предложение метода оптимизации динамичности объекта в присутствии вынуждений с широким спектром. Примененная здесь для оценки динамичности широкополосная податливость выражена в функции структурных параметров. Это в свою очередь дает возможность построения вектора чувствительности объекта, знание которого облегчает задачу оптимизации.

Summary

THE SENSITIVITY OF THE OBJECT ON THE CHANGES OF PARAMETERS AS A METHOD OF OPTIMIZATION

In a paper a proposal of the optimisation method of dynamicity of the object in a presence of the wide spectrum of excitations is presented. A wide band mobility applied here for an estimation of dynamicity is expressed in terms of system structural parameters. This by turn enables us for the construction of the object sensitivity vector the knowledge of which facilitates the optimization problem.

INSTYTUT MECHANIKI TECHNICZNEJ
POLITECHNIKI POZNAŃSKIEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 lutego 1974 r.