

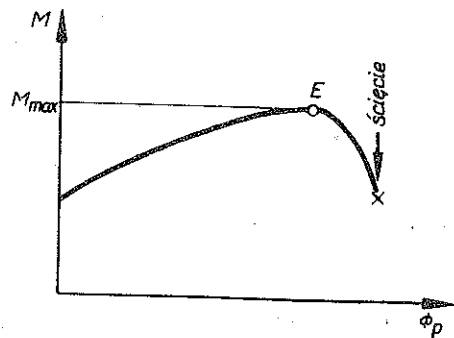
BADANIE NIESTATECZNOŚCI PRZY PLASTYCZNYM SKRĘCANIU WYKORZYSTUJĄCE SPRĘŻENIE TERMOMECHANICZNE. NIESTATECZNOŚĆ LOKALNA (*)

JACEK LITONIŃSKI (WARSZAWA)

W pracy wyznaczono numerycznie przebiegi skręcania niejednorodnych geometrycznie rurek z materiałów plastycznego i lepkoplastycznego ze statyczną krzywą umocnienia, czułych na temperaturę — przy uwzględnieniu ciepła generowanego adiabaticznie podczas odkształcania. Istnienie adiabaticznej generacji ciepła przy wrażliwości materiału na temperaturę powodowało wystąpienie maksimum momentu M_{max} przy skręcaniu. Stwierdzono, że podczas skręcania występuje niestateczność lokalna, polegająca na skręcaniu się rurki tylko w części jej długości (w jej części słabej). Początek niestateczności występuje przy momencie M_{max} w rurce plastycznej i poza M_{max} w rurce lepkoplastycznej. Przy przyjętych założeniach stałej prędkości skręcania i istnienia sztywnych obrotów poprzecznych przekrojów w skręcanej rurce, wnioski te są poprawne niezależnie od przyczyny wystąpienia ekstremum M_{max} . W przypadku adiabaticznego skręcania lepkoplastycznej rurki zarówno ekstremum M_{max} jak początek lokalnej niestateczności, wyraźnie zależą od prędkości skręcania.

1. WSTĘP I ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE

Podczas skręcania krótkiej rurkowej próbki, wykonanej z metalu ciągliwego, przed pęknięciem (ścięciem) próbki, na krzywej $M-\Phi_p$, gdzie M jest momentem skręcającym, a Φ_p kątem plastycznego skręcania próbki, występuje maksimum (rys. 1). Powstaje pytanie jakiego rodzaju niestateczności towarzyszą opadającej części tej krzywej. Celem tej pracy oraz następnej [1] było wykrycie i zbadanie niestateczności na drodze analizy przebiegu skręcania pewnej wyidealizowanej rurkowej próbki w przypadku, gdy istnieje ekstremum momentu.



Rys. 1

Jak dotychczas, przyczyny występowania maksimum momentu nie zostały wyjaśnione. Wydaje się, że mogą nimi być: 1) wydzielanie się ciepła w odkształcanym materiale; 2) powstawanie i powiększanie się szczelin podczas odkształcania, które stopniowo

(*) Praca obejmuje część referatu przedstawionego na Colloquium Euromech 53, Thermoplasticity, które odbyło się w Jabłonie we wrześniu 1974 r.

zmniejszając przekrój czynny próbki; 3) zjawisko rekrytalizacji zachodzące w metalu podczas odkształcania.

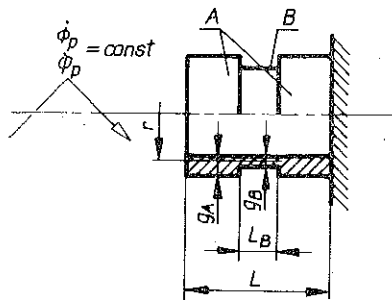
W dalszych rozważaniach uwzględniono tylko pierwszą z tych przyczyn.

Należy dodać, że pewien przypadek skręcania rurki, uwzględniający wydzielanie się ciepła rozważano wcześniej [2], jednak nie zajmując się zakresem odkształceń, w którym moment M maleje.

Obecnie poglądy na temat niejednorodności metali [3] pozwalają oczekiwać, że wzdłuż części pomiarowej rzeczywistej próbki rurkowej, w wyniku wad jej struktury i wad jej kształtu, występują miejsca słabsze i mocniejsze, tj. takie, których krzywe moment – kąt plastycznego skręcenia przebiegają na nieco różnych wysokościach. Najprostszym modelem rzeczywistej próbki, a ściślej jej części pomiarowej, jest rurka (rys. 2) posiadająca część słabą B o grubości g_B nieco mniejszej od grubości g_A pozostałych, mocniejszych części A . Jednorodność rurki charakteryzuje współczynnik

$$(1.1) \quad f = \frac{g_B}{g_A}.$$

Przypadek skręcania takiej rurki, poddanej obrotowi $\Phi_p(t)$ z prędkością kątową $\dot{\Phi}_p = \text{const}$ na jednym końcu i przymocowanej do sztywnej ściany na drugim końcu (rys. 2), jest rozważany w tej pracy.



Rys. 2

Kąt Φ_p będący kątem plastycznego skręcenia rurki (odkształcenia sprężyste rurki pomijamy) jest sumą kątów plastycznego skręcenia części A i B :

$$(1.2) \quad \Phi_p = \Phi_A + \Phi_B.$$

Przyjmujemy, że podczas skręcania występują tylko sztywne obroty poprzecznych przekrojów rurki i że plastyczne odkształcenie ścinające φ wyraża się wzorem $\varphi = \text{tg } \gamma / \sqrt{3}$, gdzie γ jest kątem plastycznego ścinania. Z założeń tych wynika, że plastyczne odkształcenia części A i B , φ_A i φ_B , wynoszą odpowiednio

$$(1.3) \quad \varphi_i = \frac{r\Phi_i}{\sqrt{3}L_i}, \quad i = A, B,$$

gdzie L_A i L_B są długościami części A i B , a r jest średnim promieniem rurki (różnicę pomiędzy średnimi promieniami części A i B pomijamy). Definiujemy także średnie odkształcenie rurki φ_p w sposób następujący:

$$(1.4) \quad \varphi_p = \frac{r\Phi_p}{\sqrt{3}L}.$$

Wprowadzając stosunek $k = L_B/L$, z warunku $L_A + L_B = L$ i związków (1.2), (1.3) i (1.4) uzyskujemy równość

$$(1.5) \quad \varphi_p = (1-k)\varphi_A + k\varphi_B,$$

z której po zróżniczkowaniu względem t wynika warunek kinematyczny

$$(1.6) \quad \dot{\phi}_p = (1-k) \dot{\phi}_A + k \dot{\phi}_B,$$

gdzie $\dot{\phi}_A$ i $\dot{\phi}_B$ są prędkościami odkształcenia części A i B , a $\dot{\phi}_p$ jest średnią prędkością odkształcenia rurki. Różniczkując także wzór (1.4) względem t , znajdziemy

$$(1.7) \quad \dot{\phi}_p = \frac{r \dot{\phi}_p}{\sqrt{3}L}.$$

W tej pracy wielkością daną będzie nie $\dot{\phi}_p$, lecz proporcjonalna do niej prędkość ϕ_p .

Przyjmujemy, że materiał rurki jest ciałem plastycznym, wykazującym równocześnie cechy lepkie (lepkoplastycznym), wrażliwym na temperaturę i opisanym związkiem

$$(1.8) \quad \tau = C(1-aT)(1+b\phi)^{0,1}(0,01+\phi)^{0,2},$$

gdzie τ oznacza naprężenie styczne w kGmm^{-2} , T temperaturę w $^{\circ}\text{C}$, ϕ prędkość odkształcenia w s^{-1} , oraz $C=52 \text{ kGmm}^{-2}$, $a=1,4 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ i $b=10^5 \text{ s}$. Postać związku (1.8) bez wyrazu $1-aT$ przyjęto według pracy [3]. Stałe w nim występujące obliczono na podstawie wyników prób rozciągania [4 i 5]; ściślej mówiąc, korzystano z krzywej $\sigma_{pmax} - \dot{\epsilon}$, gdzie σ_{pmax} jest rzeczywistym naprężeniem rozciągającym przy maksymalnej sile, a $\dot{\epsilon}$ prędkością wydłużenia względnego ϵ oraz z krzywych $(\sigma - T)_{\dot{\epsilon} = \text{const}}$ przy różnych ϵ (rys. 13 w [4] i 13 w [5]). Przy przejściu od wyników rozciągania do skręcania przyjęto: $\tau = \sigma/\sqrt{3}$, $\phi = \ln(1+\epsilon)$ i $\dot{\phi} = \dot{\epsilon}/1+\epsilon$. Związek (1.8) w przybliżeniu opisuje własności miękkiej stali w zakresie temperatur od 400 do 650 $^{\circ}\text{C}$. Związkowi temu odpowiada statyczna krzywa umocnienia, tj. $\tau_{\text{stat}} = \tau(T, \phi, \dot{\phi})_{\dot{\phi}=0}$.

Podstawiając do (1.8) stałą wartość $\dot{\phi}$, uzyskuje się związek dla ciała plastycznego, wrażliwego na temperaturę. Na przykład dla $\dot{\phi} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ mamy

$$(1.9) \quad \tau = C_1(1-aT)(0,01+\phi)^{0,2},$$

gdzie $C_1 \approx 66,1 \text{ kGmm}^{-2}$.

Podczas plastycznego odkształcenia w rurce wydziela się ciepło powodujące wzrost jej temperatury. Ograniczając się do niezbyt małych prędkości $\dot{\phi}_p$ można pominąć przepływy ciepła przez powierzchnie rurki i pomiędzy częściami A i B , czyli przyjąć, że każda z tych części znajduje się w osłonie adiabatycznej. W takim przypadku temperatury, odkształcenia i naprężenia w częściach A i B są jednorodne.

Przyrost temperatury w każdej z części A i B wynosi

$$(1.10) \quad dT = \frac{\sqrt{3}}{Jc\rho} \tau d\phi,$$

gdzie $J=427 \frac{\text{kGm}}{\text{kcal}}$ jest mechanicznym równoważnikiem ciepła, c ciepłem właściwym, a ρ gęstością. Do dalszych obliczeń przyjęto wartości $c=0,16 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ i $\rho=7,7 \text{ gcm}^{-3}$, które odpowiadają miękkiej stali przy 500 $^{\circ}\text{C}$. Dla tych wartości

$\sqrt{3}/Jcp \approx 3,2925 \frac{^{\circ}\text{Cmm}^2}{\text{kG}}$. Wzór (1.10), przedstawiający sprzężenie termomechaniczne, wynika z przyjęcia całkowitej zamiany pracy plastycznej w ciepło; ściślej mówiąc, z zależności $dL = JdQ$, gdzie $dL = \tau dtg\gamma = \sqrt{3}\tau d\varphi$ jest pracą elementarną przy skręcaniu, a $dQ = cpdT$ jest wydzielonym ciepłem elementarnym w jednostce objętości. Wyrażenie podobne do (1.10) proponowano wcześniej dla przypadku rozciągania [5 i 6].

Z jednorodności odkształceń w częściach A i B milcząco korzystaliśmy przy wyprowadzaniu wzoru (1.3). Natomiast jednorodność naprężeń w tych częściach prowadzi do warunku równowagi w postaci równości momentów skręcających w częściach A i B , $M_A = M_B = M$, gdzie $M_i = 2\pi g_i r^2 \tau_i$, $i = A, B$, M oznacza moment skręcający przenoszony przez rurkę, a τ_A i τ_B naprężenia styczne w częściach A i B . Z ostatnich związków i wzoru (1.1) uzyskujemy równanie równowagi

$$(1.11) \quad \tau_B = \frac{1}{f} \tau_A$$

oraz wzór

$$(1.12) \quad \tau_B = \frac{M}{2\pi g_B r^2},$$

wyrażający proporcjonalność τ_B i M , $\tau_B \propto M$.

Podczas skręcania stosunek odkształceń $\varphi_B/\varphi_A = u > 1$ może zmieniać się. Przy spadku u będziemy mówić, że odkształcenia φ_B i φ_A wyrównują się, natomiast przy wzroście u , że odkształcenia koncentrują się w części B . O zmianach wielkości u można wnioskować na podstawie zmian stosunku $\dot{\varphi}_B/\dot{\varphi}_A = d\varphi_B/d\varphi_A = v > 1$. I tak spadkowi v towarzyszy spadek u , czyli wyrównywanie odkształceń, natomiast wzrostowi v towarzyszy wzrost u , czyli koncentrowanie odkształceń w części B .

2. SKRĘCANIE RURKI Z MATERIAŁU PLASTYCZNEGO, CZULEGO NA TEMPERATURĘ

Bezpośrednio po rozpoczęciu skręcania takiej rurki odkształca się tylko część B . Trwa to do chwili, w której moment M_B , wzrastając na skutek umocnienia materiału, osiąga wartość odpowiadającą granicy plastyczności części A . Dalej części A i B odkształcają się jednocześnie. Odkształcenie i temperaturę części B w chwili początku skręcania części A , φ_{B_0} i T_{B_0} — nietrudno wyznaczyć. I tak ze wzoru (1.9) dla części A i B mamy

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \tau_A &= C_1 (1 - aT_A) (0,01 + \varphi_A)^{0,2}, \\ \tau_B &= C_1 (1 - aT_B) (0,01 + \varphi_B)^{0,2}, \end{aligned}$$

gdzie T_A i T_B są temperaturami części A i B . Podstawiając $\varphi_A = 0$, $T_A = T_0$, $\varphi_B = \varphi_{B_0}$ i $T_B = T_{B_0}$ do związków (2.1) oraz korzystając ze wzoru (1.11) uzyskujemy

$$(2.2) \quad 1 - aT_{B_0} = \frac{1}{f} (1 - aT_0) \left(\frac{0,01}{0,01 + \varphi_B} \right)^{0,2}.$$

Natomiast z równania (1.10) dla części B , czyli ze związku $dT_B = \frac{\sqrt{3}C_1}{Jc\rho} (1 - aT_B) \cdot (0,01 + \varphi_B)^{0,2} d\varphi_B$, który scałkowano w granicach $0, \varphi_{B_0}$ i T_0, T_{B_0} wynika

$$(2.3) \quad 1 - aT_{B_0} = (1 - aT_0) e^{-h[(0,01 + \varphi_{B_0})^{1,2} - 0,01^{1,2}]},$$

gdzie

$$(2.4) \quad h = \frac{\sqrt{3}aC_1}{1,2 Jc\rho}.$$

Ze wzorów (2.2) i (2.3), znając f i T_0 , można wyznaczyć φ_{B_0} i T_{B_0} .

W stadium jednoczesnego odkształcania się części A i B spełnione są związki (1.5), (1.11) i (2.1) oraz równanie (1.10) napisane dla części A i B . Z zależności tych uzyskuje się układ dwóch równań algebraicznych i dwóch równań różniczkowych zwyczajnych, pierwszego rzędu:

$$(1 - aT_B)(0,01 + \varphi_B)^{0,2} = \frac{1}{f} (1 - aT_A) (0,01 + \varphi_A)^{0,2},$$

$$dT_A = \frac{\sqrt{3}C_1}{Jc\rho} (1 - aT_A) (0,01 + \varphi_A)^{0,2} d\varphi_A,$$

$$(2.5) \quad dT_B = \frac{\sqrt{3}C_1}{Jc\rho} (1 - aT_B) (0,01 + \varphi_B)^{0,2} d\varphi_B,$$

$$\varphi_p = (1 - k) \varphi_A + k\varphi_B.$$

Warunki początkowe układu są następujące: $\varphi_A = 0, T_A = T_0, \varphi_B = \varphi_{B_0}$ i $T_B = T_{B_0}$. Poszukiwane są odkształcenia φ_A, φ_B i temperatury T_A, T_B jako funkcje odkształcenia średniego φ_p . Ponadto interesują nas $\dot{\varphi}_A, \dot{\varphi}_B$ i τ_B jako funkcje φ_p oraz τ_A jako funkcja φ_A i τ_B jako funkcja φ_B .

Całkując równanie (2.5)₂ w granicach $0, \varphi_A$ i T_0, T_A , a równanie (2.5)₃ w granicach φ_{B_0}, φ_B i T_{B_0}, T_B uzyskujemy wzory na temperatury w zależności od odkształcenia w częściach A i B :

$$(2.6) \quad \begin{aligned} 1 - aT_A &= (1 - aT_0) e^{-h[(0,01 + \varphi_A)^{1,2} - 0,01^{1,2}]}, \\ 1 - aT_B &= (1 - aT_{B_0}) e^{-h[(0,01 + \varphi_B)^{1,2} - (0,01 + \varphi_{B_0})^{1,2}]}. \end{aligned}$$

Po wykorzystaniu wzorów (2.6) w równaniu (2.5)₁ znajdziemy związek między odkształceniami φ_A i φ_B w postaci uwikłanej:

$$(2.7) \quad e^{-h(0,01 + \varphi_A)^{1,2}} (0,01 + \varphi_A)^{0,2} = f e^{-h(0,01 + \varphi_B)^{1,2}} (0,01 + \varphi_B)^{0,2}.$$

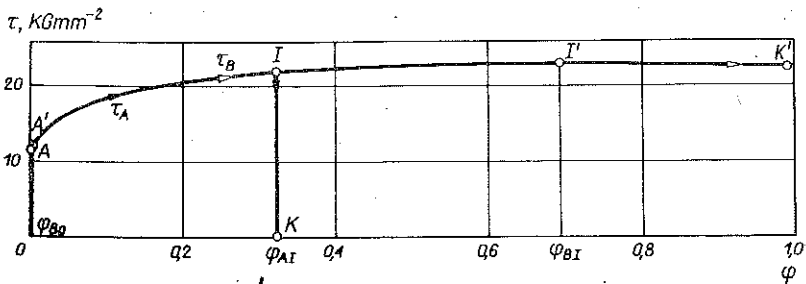
Różniczkując funkcję (2.7) względem t uzyskujemy wzór

$$(2.8) \quad \frac{\dot{\varphi}_A}{\dot{\varphi}_B} = \frac{0,2(0,01 + \varphi_B)^{-1} - 1,2h(0,01 + \varphi_B)^{0,2}}{0,2(0,01 + \varphi_A)^{-1} - 1,2h(0,01 + \varphi_A)^{0,2}}$$

odnoszący się do odkształceń φ_A, φ_B spełniających związek (2.7).

Przebieg skręcania rurki z materiału plastycznego wyznaczono dla wartości $f=0,95$, $\dot{\varphi}_p=1s^{-1}$, $T_0=400^\circ C$ i $k=0,2$. Najpierw dla danych f i T_0 , ze wzorów (2.2) i (2.3), znaleziono $\varphi_{B_0}=2,947 \cdot 10^{-3}$ i $T_{B_0}=400,12^\circ C$. Potem, dla szeregu wybranych wartości $\varphi_B > \varphi_{B_0}$, ze wzoru (2.7) wyznaczono odpowiednie wartości φ_A i z równania (2.5)₄ obliczono wartości φ_p . Z kolei ze wzoru (2.8) i wzoru (1.6) czyli ze zróżniczkowanego względem t wzoru (2.5)₄ — dla par φ_A , φ_B znaleziono pary $\dot{\varphi}_A$, $\dot{\varphi}_B$. Ponadto obliczono T_A i T_B ze wzorów (2.6), τ_B ze wzoru (2.1)₂ i τ_A ze wzoru (1.11). Wszystkie obliczenia wykonywane były na maszynie cyfrowej ODRA 1204, przy czym przy rozwiązywaniu równań uwikłanych posługiwano się metodą sieciową.

Krzywe umocnienia części A i B , uzyskane z obliczeń, przedstawia rys. 3. Podczas skręcania wzrostowi naprężenia τ_B wzdłuż odcinka $A'I'$ towarzyszy



Rys. 3

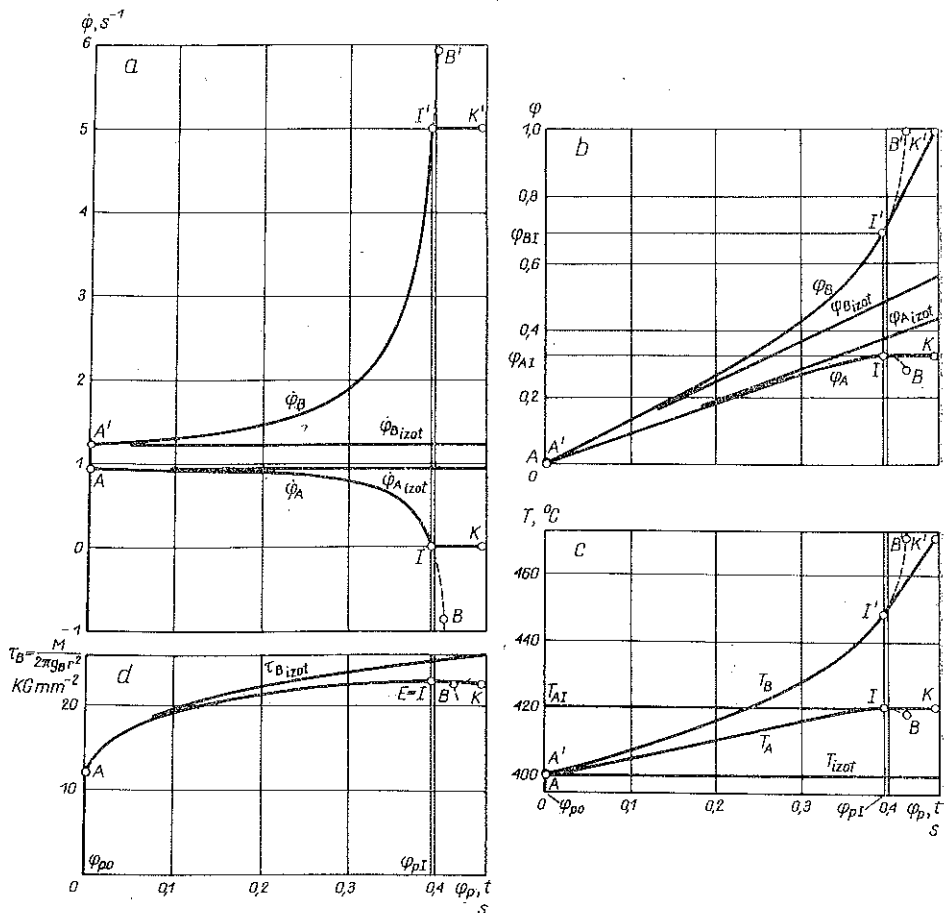
wzrost naprężenia τ_A wzdłuż odcinka AI . Natomiast spadkowi τ_B wzdłuż odcinka $I'K'$ towarzyszy spadek τ_A wzdłuż początkowej części odcinka IA . Ta ostatnia zmiana jest sprzeczna z zachowaniem ciała plastycznego; naprężenie τ_A musi maleć wzdłuż odcinka IK . Tak więc dla $\varphi_B \geq \varphi_{BI}$ mamy $\varphi_A = \varphi_{AI} = \text{const}$, skąd — definiując odkształcenie φ_{pI} jako $\varphi_{pI} = (1-k)\varphi_{AI} + k\varphi_{BI}$ — wynika, że dla $\varphi_p \geq \varphi_{pI}$

$$(2.9) \quad \varphi_A = \varphi_{AI} = \text{const}.$$

Dalsze wyniki obliczeń przedstawia rys. 4. Są to krzywe, których argumentem jest średnie odkształcenie φ_p i zarazem czas t , gdyż przy $\dot{\varphi}_p = 1s^{-1}$ zachodzi $\varphi_p = t$. Krzywe zaczynają się w punktach A lub A' posiadających odcięta $\varphi_{p_0} = k\varphi_{B_0} \approx 5,9 \cdot 10^{-4}$. Wartość ta wskazuje, że początkowe stadium skręcania, w którym odkształca się tylko część B , praktycznie można pominać. Z rys. 4a widać, że ze wzrostem φ_p , a więc także Φ_p , prędkość odkształcenia części mocniejszych $\dot{\varphi}_A$ maleje, po czym w punkcie I , przy odciętej φ_{pI} , przyjmuje stałą wartość zero (linia AIK). Jednocześnie prędkość odkształcenia części słabszej $\dot{\varphi}_B$ rośnie do wartości stałej $\dot{\varphi}_p/k = 5s^{-1}$ osiąganą przy φ_{pI} (linia $A'I'K'$). Z kolei rys. 4b i 4c pokazują, że odkształcenie i temperatura części mocniejszych φ_A i T_A wzrastają do wartości stałych φ_{AI} i T_{AI} osiąganą przy φ_{pI} (linie AIK), podczas gdy wielkości φ_B i T_B stale rosną (linie $A'I'K'$). Natomiast z rys. 4d widać, że naprężenie τ_B osiąga maksimum (punkt E , który pokrywa się z punktem I o odciętej φ_{pI}). Wobec zależności (1.12) także moment maksymalny M_{max} występuje przy φ_{pI} .

Należy dodać, że przy wyznaczaniu odcinków IK i $I'K'$ korzystano z warunku (2.9). Nie uwzględniając go uzyskuje się odcinki IB i $I'B'$ pozbawione sensu fizycznego.

Z rys. 4 wynika, że przy skręcaniu rurki z materiału plastycznego, przy ekstremum M_{max} kończy się faza jednoczesnego odkształcania i nagrzewania się części



Rys. 4. Wykresy: *a* — prędkości odkształcania, *b* — odkształceń, *c* — temperatur i *d* — naprężenia τ_B — dla skręcanych adiabatycznie i izotermicznie niejednorodnych rurek z materiału plastycznego, opisanego związkiem (1.9) i obliczone dla $f=0,95$, $\dot{\varphi}_p=1s^{-1}$, $T_0=400^{\circ}C$ i $k=0,2$. Linie przerywane odpowiadają rozwiązaniu, które nie ma sensu fizycznego

A i *B*. Przy dalszym skręcaniu odkształcanie i nagrzewanie się są skoncentrowane tylko w części słabej *B*. Z rysunku tego wynika również, że odkształcenia zaczynają się koncentrować w części *B* już od wartości φ_{p_0} .

Przez analogię to terminów używanych w pracy [3] niestatecznością lokalną skręcanej rurki nazywać będziemy zjawisko, polegające na występowaniu ścinania tylko na części jej długości, po uprzednim skręcaniu się rurki na całej długości.

Początek tej niestateczności zachodzący przy φ_{BI} , w rozpatrywanym tu zadaniu pokrywa się z wystąpieniem M_{\max} .

Na rys. 4 przedstawiono także wykresy prędkości odkształcenia, odkształceń i naprężenia τ_B dla rurki skręconej w warunkach izotermicznych przy $T=T_0$. Wykresy te wyznaczono opierając się na zależnościach (1.5), (1.9) i (1.11). Uzyskane linie praktycznie zaczynają się w punktach A i A' . Z linii tych wynika, że przy izotermicznym skręcaniu koncentracja odkształceń i maksimum momentu M nie występują.

Istnienie maksimum na krzywej $\tau_B - \varphi_B$ (rys. 3), powodujące występowanie maksimum na krzywej $\tau_B - \varphi_p$ (rys. 4d), łatwo sprawdzić. Podstawiając (2.6)₂ do wzoru (2.1)₂ uzyskujemy równanie adiabatycznej krzywej umocnienia $\tau_B - \varphi_B$ w postaci

$$(2.10) \quad \tau_B = C_2 e^{-h(0,01 + \varphi_B)^{1,2}} (0,01 + \varphi_B)^{0,2},$$

gdzie C_2 jest stałą, $C_2 = C_1 (1 - aT_B) e^{h(0,01 + \varphi_B)^{1,2}}$. Funkcja (2.10) posiada maksimum przy $\varphi_B = (1/6h)^{\frac{1}{1,2}} - 0,01 = \varphi_{BI}$, czyli uwzględniając wzór (2.4), przy $\varphi_B = \varphi_{BI} = \left(\frac{0,2 Jc\rho}{\sqrt{3}aC_1} \right)^{\frac{1}{1,2}} - 0,01$.

3. SKRĘCANIE RURKI Z MATERIAŁU LEPKOPLASTYCZNEGO, CZULEGO NA TEMPERATURĘ

Jeżeli w chwili rozpoczęcia skręcania takiej rurki moment M_B przy $\dot{\varphi}_B = \dot{\varphi}_p/k$ jest mniejszy niż moment, przy którym uplastycznia się część A przy $\dot{\varphi}_A = 0$, to podobnie jak w p. 2 — najpierw zacznie się odkształcać część B . W pracy tej przy stosowanych wartościach f , $\dot{\varphi}_p$ i k taka nierówność momentów jednak nie występuje i od początku skręcania części A i B odkształcają się razem.

W stadium jednoczesnego odkształcania się części A i B spełnione muszą być związki (1.8) i (1.10), napisane dla obu części rurki oraz równości (1.11) i (1.5). Z zależności tych uzyskuje się następujący układ równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu:

$$(3.1) \quad \left(\frac{1}{f} \right)^{10} \left(\frac{1 - aT_A}{1 - aT_B} \right)^{10} \left(\frac{0,01 + \varphi_A}{0,01 + \varphi_B} \right)^2 = \frac{1 + b\dot{\varphi}_B}{1 + b\dot{\varphi}_A},$$

$$\frac{\dot{T}_A}{\dot{\varphi}_A} = \frac{\sqrt{3}C}{Jc\rho} (1 - aT_A) (1 + b\dot{\varphi}_A)^{0,1} (0,01 + \varphi_A)^{0,2},$$

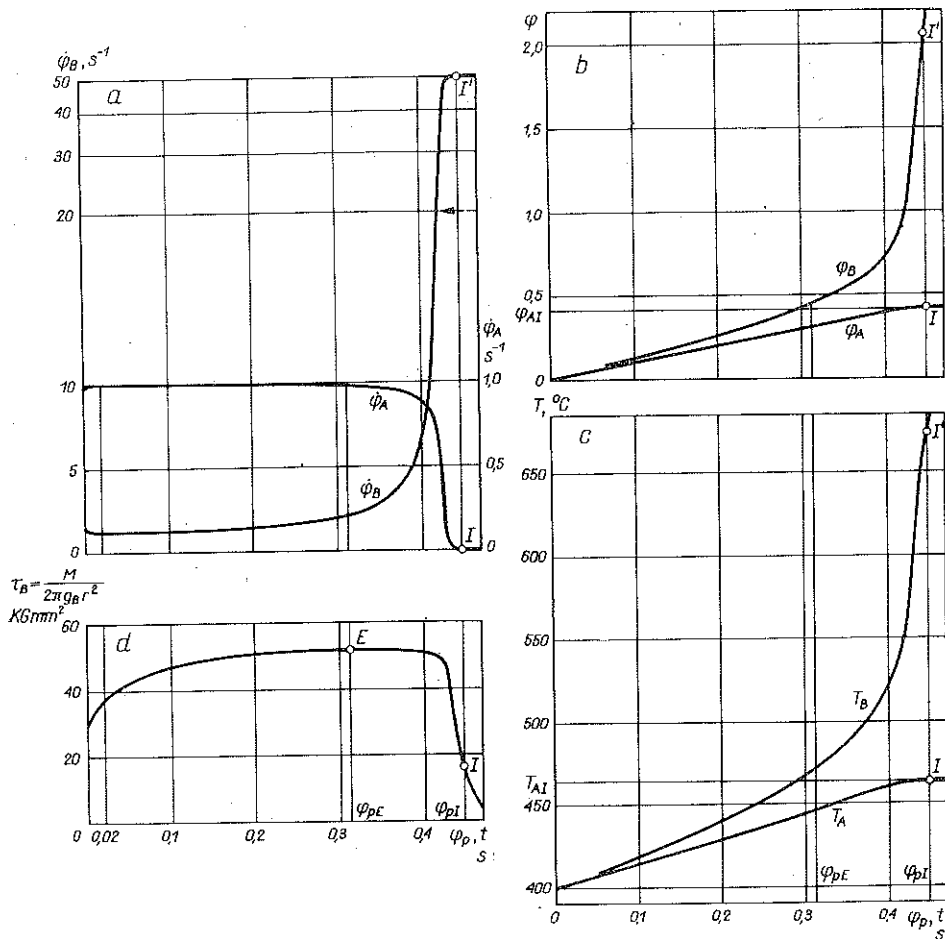
$$\frac{\dot{T}_B}{\dot{\varphi}_B} = \frac{\sqrt{3}C}{Jc\rho} (1 - aT_B) (1 + b\dot{\varphi}_B)^{0,1} (0,01 + \varphi_B)^{0,2},$$

$$\dot{\varphi}_p = (1 - k) \dot{\varphi}_A + k\dot{\varphi}_B.$$

Układ ten można napisać w postaci normalnej: $\dot{\varphi}_A = u_1$, $\dot{\varphi}_B = u_2$, $\dot{T}_A = u_3$ i $\dot{T}_B = u_4$, gdzie $u_i = u_i(f, k, \dot{\varphi}_p, \varphi_A, \varphi_B, T_A, T_B)$ ($i=1, \dots, 4$). W tej postaci jednak funkcje u_i są bardzo złożone. Warunki początkowe układu (3.1) są następujące: $t=0$,

$\varphi_A = \varphi_B = 0$ i $T_A = T_B = T_0$. Funkcjami niewiadomymi są temperatury T_A, T_B i odkształcenia φ_A, φ_B zależne od czasu $t \propto \varphi_p$. Ponadto interesują nas zależności prędkości $\dot{\varphi}_A, \dot{\varphi}_B$ i naprężeń τ_A, τ_B od φ_p oraz zależności $\dot{\varphi}_A$ od $\varphi_A, \dot{\varphi}_B$ od φ_B i T_B od φ_B . Układu (3.1) nie udało się scałkować bezpośrednio. Jego przybliżone rozwiązanie uzyskano metodą różnic skończonych za pomocą komputera ODRA 1204.

Część wyników obliczeń wykonanych dla wartości $f, \dot{\varphi}_p$ i T_0 identycznych z przyjętymi w p. 2 oraz dla $k=0,02$, mianowicie krzywe, których argumentem jest φ_p i t , przedstawia rys. 5. Z krzywych tych wynika, że odkształcenie i temperatura



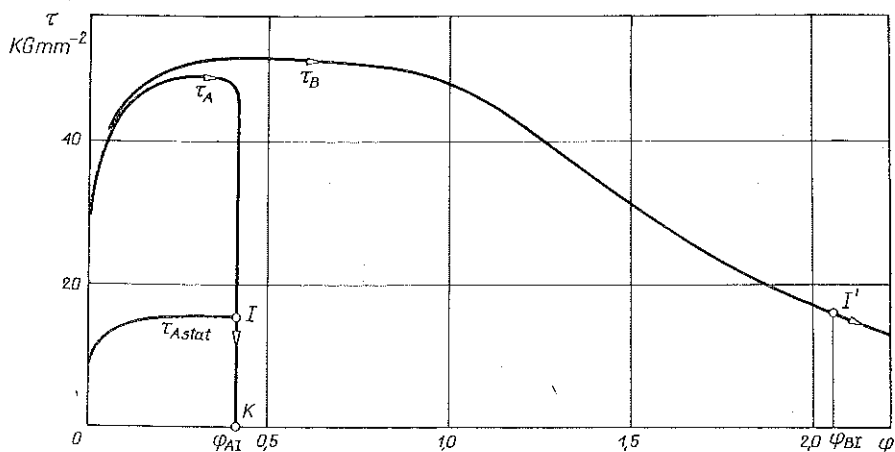
Rys. 5. Wykresy: a — prędkości odkształcenia, b — odkształceń, c — temperatur i d — naprężenia τ_B — dla skręcanej adiabatycznie niejednorodnej rurki z materiału lepkoplastycznego, opisanego związkiem (1.8) — obliczone dla $f=0,95, \dot{\varphi}_p=1s^{-1}, T_0=400^{\circ}C$ i $k=0,02$. Strzałka wyróżnia poziom, przy którym liniowa skala prędkości $\dot{\varphi}_B$ przechodzi w skalę logarytmiczną

wzrastają w obu częściach rurki aż do odkształcenia średniego φ_{pI} , przy którym $\dot{\varphi}_A=0$. Później przy $\varphi_p \geq \varphi_{pI}$ zachodzą równości $\dot{\varphi}_A=0, \varphi_A=\varphi_{AI}=\text{const}$ i $T_A=T_{AI}=\text{const}$. Zatem przy $\varphi_p \geq \varphi_{pI}$ odkształcenie i temperatura wzrastają tylko

w części B . A więc również przy $\varphi_p \geq \varphi_{pI}$ występuje niestateczność lokalna. Przy tym odkształcenie φ_{pI} jest wyraźnie większe niż odkształcenie φ_{pE} , przy którym występuje maksimum naprężenia τ_B i maksimum momentu M , M_{\max} .

Z rys. 5a widać, że bezpośrednio po rozpoczęciu skręcania prędkość $\dot{\varphi}_A$ nieznacznie wzrasta, a $\dot{\varphi}_B$ nieco maleje. Następnie od $\varphi_p = 0,02$ prędkość $\dot{\varphi}_A$ zaczyna opadać, a $\dot{\varphi}_B$ — wzrastać. Oznacza to, że początkowo występuje tendencja do wyrównywania się odkształceń w częściach A i B i że od $\varphi_p = 0,02$ odkształcenia zaczynają się koncentrować w części B . Wspomniane zmiany prędkości $\dot{\varphi}_A$ i $\dot{\varphi}_B$ wynikają stąd, że we wzorze (3.1)₁ wyraz $(0,01 + \varphi_A/0,01 + \varphi_B)^2$, malejący ze wzrostem φ_p , początkowo (do $\varphi_p = 0,02$) przeważa nad wyrazem $(1 - aT_A/1 - aT_B)^{1,0}$, rosnącym przy wzroście φ_p .

W rozważanym przypadku skręcania ekstremum momentu nie towarzyszy żaden charakterystyczny punkt na krzywych z rys. 5. Można tylko stwierdzić, że maksimum występuje w początkowej części stadium wyraźnego spadku prędkości $\dot{\varphi}_A$ i wyraźnego wzrostu prędkości $\dot{\varphi}_B$, czyli w początkowej części stadium wyraźnej koncentracji odkształceń w części B .



Rys. 6

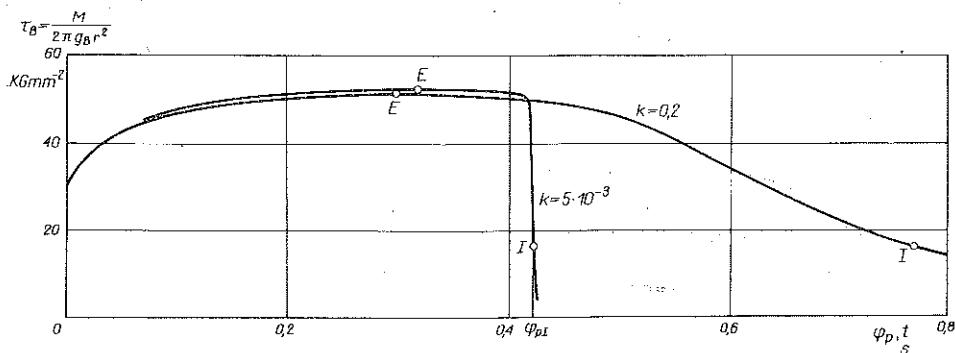
Na rys. 6 przedstawione są wykresy zależności τ od φ dla obu części rurki. Punkt I krzywej τ_A odpowiada wartościom T_A , φ_A i $\dot{\varphi}_A$ z rys. 5 przy odciętej φ_{pI} . Jest on zatem także punktem statycznej krzywej umocnienia części A , czyli krzywej $\tau_{A \text{ stat}} - \varphi_A$, gdzie $\tau_{A \text{ stat}} = \tau_{A \varphi_A = 0} = C(1 - aT_A)(0,01 + \varphi_A)^{0,2}$. Zatem φ_{pI} jest odkształceniem, przy którym naprężenie τ_A osiąga statyczną krzywą umocnienia.

Tak więc przy skręcaniu rurki z materiału lepkoplastycznego niestateczność lokalna powstaje poza maksimum momentu wtedy, gdy naprężenie w częściach mocniejszych, opadając osiąga statyczną krzywą umocnienia.

Ściśle biorąc z rozwiązania numerycznego układu (3.1) wynika, że przy φ_p rosnącym od φ_{pI} (rys. 5) prędkość $\dot{\varphi}_A$ asymptotycznie maleje do wartości -10^{-5} s^{-1} , natomiast T_A i φ_A nieco maleją od swoich maksymalnych wartości T_{AI} i φ_{AI} osiągniętych przy φ_{pI} . Przy tym część krzywej $\tau_A - \varphi_A$ (rys. 6), biegnąca poniżej punktu

I nieznacznie odchyła się od odcinka IK w kierunku osi τ . Zmian tych nie uwzględniono jednak na rys. 5 i 6, gdyż są one zbyt małe i podobnie jak w zadaniu z punktu 2 nie mają one sensu fizycznego.

Na rys. 7 przedstawiono wykresy naprężenia τ_B w zależności od $\varphi_p = t$, uzyskane z rozwiązania układu (3.1) przy dotychczasowych wartościach f , $\dot{\varphi}_p$ i T_0 i dwóch



Rys. 7

różnych wartościach stałej k . Jak widać, przy małym k , początek lokalnej niestateczności (któremu odpowiada punkt I) jest poprzedzony nagłym spadkiem naprężenia τ_B . Jest to zrozumiałe. Dla końcowej fazy skręcania, gdy $\dot{\varphi}_A \ll \dot{\varphi}_B$, co pozwala pominąć $\dot{\varphi}_A$ lub gdy $\dot{\varphi}_A$ jest bliska lub równa zero, $\dot{\varphi}_A \approx 0$ ze wzoru (1.6) wynika związek $d\varphi_p \approx k d\varphi_B$, z którego uzyskujemy

$$(3.2) \quad \frac{d\tau_B}{d\varphi_p} \approx \frac{1}{k} \frac{d\tau_B}{d\varphi_B}$$

Zatem czym mniejsza wartość stałej k , tym bardziej stromy spadek krzywej $\tau_B - \varphi_p$ w przedziale odkształceń φ_p , rozpoczynającym się nieco przed φ_{pI} . Podobny spadek wskazuje także zależność M od t , poczynając od chwili nieco poprzedzającej powstanie lokalnej niestateczności. Przy tym pochodna M względem t wyraża się wzorem

$$(3.3) \quad \dot{M} \approx 2\pi g_B r^2 \dot{\varphi}_p \frac{1}{k} \frac{d\tau_B}{d\varphi_B}$$

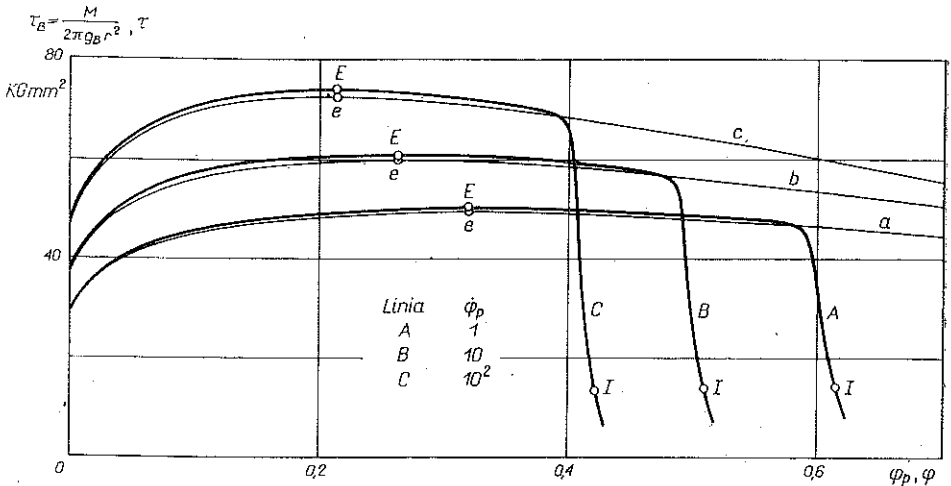
wynikającym ze wzorów $\dot{\tau}_B = \frac{d\tau_B}{d\varphi_p} \dot{\varphi}_p$, $\dot{M} = 2\pi g_B r^2 \dot{\tau}_B$ i (3.2). Wzór (3.3) będzie wykorzystany w pracy [1].

Układ równań (3.1) rozwiązano także dla $f=0,98$, $T_0=400^\circ\text{C}$, $k=0,02$ oraz $\dot{\varphi}_p=1,10$ i 10^2 s^{-1} . Krzywe $\tau_B - \varphi_p$ uzyskane na podstawie tych rozwiązań przedstawia rys. 8, linie A , B i C . Jak widać, czym większa wartość $\dot{\varphi}_p = \text{const}$, tym wyższy początkowy przebieg krzywej $\tau_B - \varphi_p$ i tym mniejsze odkształcenia, przy których występują punkt ekstremalny E i punkt początku lokalnej niestateczności I . Wobec istnienia proporcjonalności $M \propto \tau_B$, $\Phi_p \propto \varphi_p$ i $\dot{\Phi}_p \propto \dot{\varphi}_p$ wpływ prędkości skręcania $\dot{\varphi}_p$ na krzywą $M - \Phi_p$ jest podobny do wpływu prędkości $\dot{\varphi}_p$ na krzywą $\tau_B - \varphi_p$.

Całkując równanie (1.10) w granicach 0, φ i T_0 , T przy uwzględnieniu zależności (1.8) uzyskujemy związek

$$(3.4) \quad 1 - aT = (1 - aT_0) e^{-\frac{\sqrt{3}ac}{Jc\rho} \int_0^{\varphi} (1 + b\dot{\varphi})^{0,1} (0,01 + \varphi)^{0,2} d\varphi}$$

pokazujący wyraźny wpływ prędkości odkształcenia $\dot{\varphi}(\varphi)$ na temperaturę $T(\varphi)$ adiabatycznie ścinanego materiału, opisanego zależnością (1.8).



Rys. 8. Wpływ średniej prędkości odkształcenia $\dot{\varphi}_p = \text{const}$ na krzywą $\tau_B - \varphi_p$ adiabatycznie skręcanej niejednorodnej rurki z materiału lepkoplastycznego, opisanego związkiem (1.8)

Zauważmy, że funkcja $\dot{\varphi}(\varphi)$ dwójako wpływa na zależność τ od φ adiabatycznie ścinanego materiału, opisanego związkiem (1.8). I tak $\dot{\varphi}(\varphi)$ przez mnożnik $(1 + b\dot{\varphi})^{0,1}$, wchodzący do związku (1.8), podnosi krzywą $\tau - \varphi$ tym więcej, czym wyższy przebieg $\dot{\varphi}(\varphi)$. Jednocześnie jednak, przez zależność (3.4) wchodzącą w (1.8) obniża krzywą $\tau - \varphi$, tym więcej, czym większe odkształcenie φ i wyższy przebieg $\dot{\varphi}(\varphi)$.

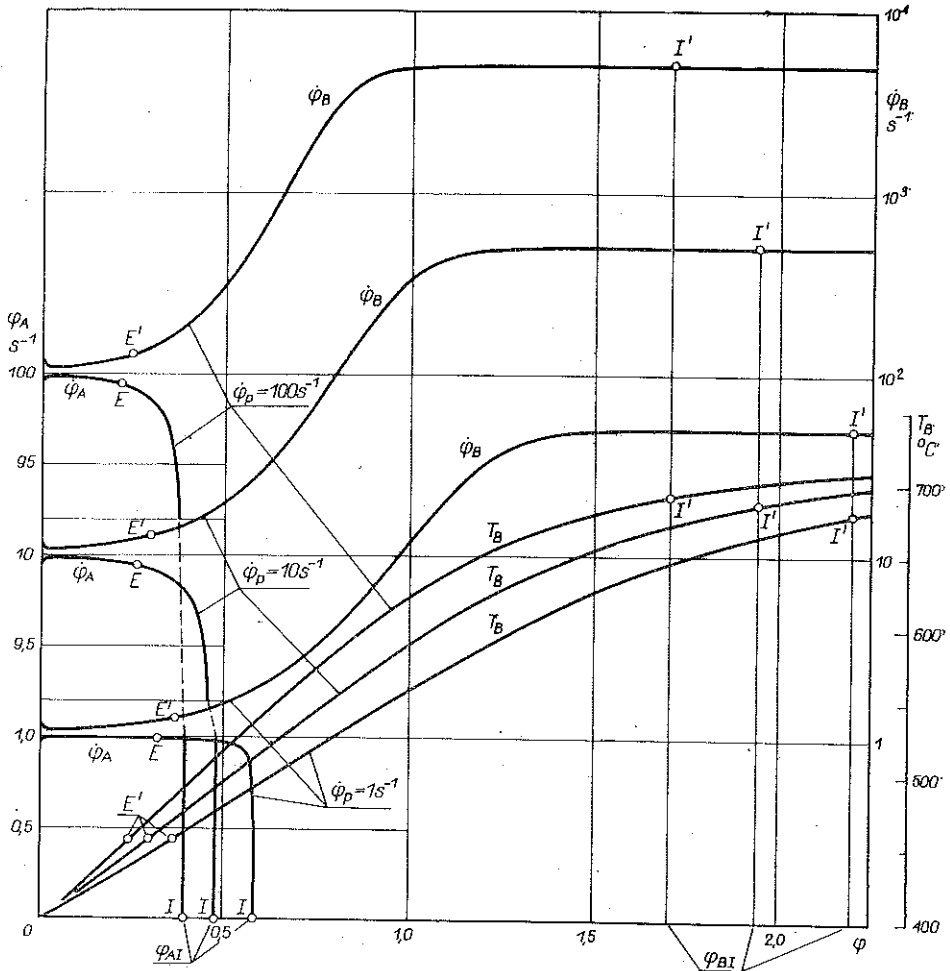
Przy rozwiązywaniu układu (3.1) uzyskiwano m.in. zależności $\dot{\varphi}_A(\varphi_A)$ i $\dot{\varphi}_B(\varphi_B)$, które dla różnych wartości $\dot{\varphi}_p$ różnią się (rys. 9). Te odmienne funkcje $\dot{\varphi}_i(\varphi_i)$ ($i = A, B$) i dwójaki ich wpływ na krzywe $\tau_i - \varphi_i$, przy związkach (1.5) i (1.11) pozwalających wyznaczyć krzywą $\tau_B - \varphi_p$ z linii $\tau_i - \varphi_i$, można uważać za przyczynę różnic między krzywymi A, B i C z rys. 8.

Na rys. 9 naniesiono także krzywe $T_B - \varphi_B$, które można interpretować jako wykresy funkcji danej związkiem (3.4) (napisanej dla części B) dla $\dot{\varphi}_B(\varphi_B)$ odpowiadających wartościom $\dot{\varphi}_p = 1, 10$ i 10^2 s^{-1} . Krzywe te ilustrują, wspomniany, wyraźny wpływ prędkości $\dot{\varphi}(\varphi)$ na temperaturę $T(\varphi)$ adiabatycznie ścinanego materiału opisanego związkiem (1.8).

Weźmy jeszcze pod uwagę rurkę idealnie jednorodną ($g_A = g_B$) z materiału opisanego związkiem (1.8), zamocowaną jak na rys. 2 i skręcaną adiabatycznie z prędkością $\dot{\varphi}_p = \text{const}$. Prędkość odkształcenia $\dot{\varphi}$ i odkształcenie φ takiej rurki są podczas

skręcania jednorodne i równe $\dot{\varphi} \equiv \dot{\varphi}_p$ i $\varphi \equiv \varphi_p$. Dla omawianej rurki ze związku (3.4) przy $\dot{\varphi} = \text{const}$ uzyskujemy równość

$$1 - aT = (1 - aT_0) e^{-h_1 [(0,01 + \varphi)^{1,2} - 0,01^{1,2}]}$$



Rys. 9. Zależność prędkości odkształcenia od odkształcenia dla części A i B oraz zależność temperatury od odkształcenia dla części B, uzyskane z rozwiązania układu (3.1) przy $\dot{\varphi}_p = 1, 10$ i 10^2 s^{-1} oraz $T_0 = 400^\circ\text{C}$, $f = 0,98$ i $k = 0,02$

której uwzględnienie w związku (1.8) daje

$$(3.5) \quad \tau = K e^{-h_1 (0,01 + \varphi)^{1,2}} (0,01 + \varphi)^{0,2},$$

gdzie h_1 i K są stałe; $h_1 = \frac{\sqrt{3}aC}{1,2 J \epsilon_p} (1 + b\dot{\varphi})^{0,1}$ i $K = C (1 + b\dot{\varphi})^{0,1} (1 - aT_0) e^{h_1 0,01^{1,2}}$.

Funkcja (3.5) wykazuje ekstremum τ_{\max} przy $\varphi = \left(\frac{1}{6h_1}\right)^{\frac{1}{1,2}} - 0,01 = \varphi_e$, tj. przy odkształceniu

$$\varphi = \varphi_e = \left[\frac{0,2}{\sqrt{3}} \frac{Jcp}{aC(1+b\hat{\varphi})^{0,1}} \right]^{1,2} - 0,01,$$

tym mniejszym, czym większa wartość parametru $\hat{\varphi}$.

Ze wzoru (3.5) wyznaczono krzywe $\tau - \varphi$ dla $\hat{\varphi} = 1,10$ i 10^2s^{-1} przy $T_0 = 400^\circ\text{C}$; są to linie odpowiednio a , b i c pokazane na rys. 8. Widoczna bliskość par linii a , A , b , B i c , C w ich części wznoszącej, tj. do punktów $e(\varphi_e, \tau_{\max})$ i E , przemawia za tym, że układ (3.1) został prawidłowo rozwiązany numerycznie. Takiej bowiem bliskości należy oczekiwać wychodząc z równości przybliżonych $\hat{\varphi}_i \approx \hat{\varphi}_p$, $\varphi_i \approx \varphi_p$ ($i = A, B$) intuicyjnie poprawnych dla skręcania lepkoplastycznej, umacniającej się, prawie jednorodnej ($f \approx 1$) rurki z rys. 2 — do wystąpienia M_{\max} .

Bliskość każdej ze wspomnianych par krzywych, w dosyć szerokim zakresie odkształceń φ_p poza punktem E jest wynikiem niedużych jeszcze odchyień prędkości $\hat{\varphi}_A$ i $\hat{\varphi}_B$ od wartości $\hat{\varphi}_p$, które (według rozwiązania numerycznego) występują w tym zakresie φ_p , przy $f = 0,98$.

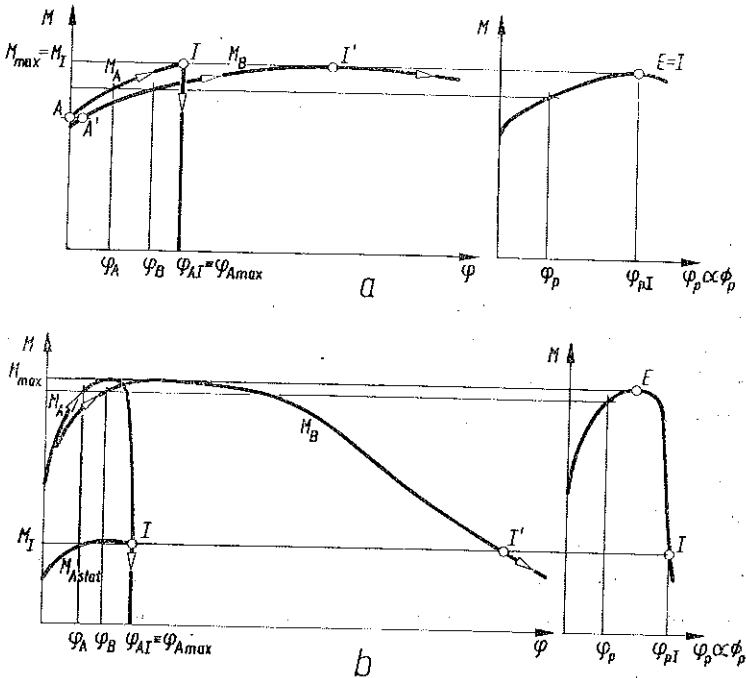
Należy dodać, że według pracy [8] dla próbek z miękkiej stali, rozciąganych w temperaturze normalnej z coraz większymi prędkościami odkształcenia $\dot{\epsilon} \approx \text{const}$ z przedziału $2 - 106 \text{s}^{-1}$, maksimum siły rozciągającej podnosi się i przesuwa ku mniejszym wydłużeniom, nieco podobnie jak punkt E na rys. 8. Być może zmiany te są wynikiem prawie adiabatycznego odkształcenia się stali przy użytych prędkościach $\dot{\epsilon}$.

4. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Na rys. 10 przedstawione są schematycznie wykresy momentów skręcających M_A , M_B i M dla niejednorodnych rurek plastycznej, omawianej w p. 2, i lepkoplastycznej, omawianej w p. 3. Ponadto rys. 10b przedstawia krzywą momentu statycznego $M_{A \text{ stat}} - \varphi_A$. Momenty M_A , M_B i M spełniają warunek statyczny $M_A = M_B = M$, zatem dowolnemu odkształceniu φ_B odpowiada określone odkształcenie φ_A a także odkształcenie φ_p , jak to pokazuje rys. 10. Z rys. 10 wynika, niezależnie od poprzednich rozważań, że po stadium jednoczesnego odkształcania się części A i B występuje stadium, w którym odkształca się tylko część B , czyli stadium lokalnej niestateczności rurki. To drugie stadium zaczyna się przy M_{\max} w rurce plastycznej i poza M_{\max} (gdy moment $M_A \propto \tau_A$ opadnie do momentu $M_{A \text{ stat}} \propto \tau_{A \text{ stat}}$) w rurce lepkoplastycznej. Zauważmy jeszcze, że spadkowi momentu M_A do $M_{A \text{ stat}}$ (rys. 10b), jako związanemu ze spadkiem naprężenia τ_A do $\tau_{A \text{ stat}}$, musi towarzyszyć spadek prędkości $\hat{\varphi}_A$ do zera i wobec wzoru (1.6) jednoczesny wzrost prędkości $\hat{\varphi}_B$ do wartości $\hat{\varphi}_p/k$. Takim zmianom prędkości odpowiada wyraźny wzrost stosunku $\hat{\varphi}_B/\hat{\varphi}_A$, który pozwala wnioskować, że od wystąpienia M_{\max} odkształcenia wyraźnie koncentrują się w części B .

Przy równościach $M_A = M_B = M$, (1.5) i $M_i = 2\pi g_i r^2 \tau_i$ ($i = A, B$) — dla skręcania rurki z rys. 2 można wyznaczyć wykresy momentów podobnie do tych z rys. 10a, jeżeli plastyczny materiał rurki wykazuje zależność τ od φ z maksimum

τ_{max} . Zależność ta wystąpi w części *B* skręcaanej rurki. Natomiast przy podanych równościach dla skręcania rurki z rys. 2 można wyznaczyć krzywe podobne do tych z rys. 10b, jeżeli lepkoplastyczny (ze statyczną krzywą umocnienia) materiał rurki wykazuje zależność τ od φ i ma maksimum τ_{max} przy określonym przebiegu prędkości odkształcenia $\dot{\varphi}(t)$, gdzie $\dot{\varphi}(t)$ nieco przekracza $\dot{\varphi}_p$ do wystąpienia τ_{max} i potem rośnie do wartości $\dot{\varphi}_p/k$ utrzymywanej stałe. Te zależności τ od φ z τ_{max} i $\dot{\varphi}(t)$ wystąpią w części *B* rurki skręcaanej. Ich obecności należy oczekiwać, jeżeli



Rys. 10. Rysunek wyjaśniający powstawanie lokalnej niestateczności w skręcanych niejednorodnych rurkach; *a* — z materiału plastycznego i *b* — z materiału lepkoplastycznego ze statyczną krzywą umocnienia; M_I jest momentem skręcającym w chwili początku niestateczności

wspomniany materiał rurki wykazuje zależność τ od φ wzrastającą do τ_{max} przy $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_p$ i opadającą przy prędkościach $\dot{\varphi}$ rosnących od wystąpienia τ_{max} . Inaczej mówiąc, krzywe takie jak na rys. 10, a więc i wnioski uzyskane z rys. 10, są wynikiem istnienia zależności τ od φ z maksimum τ_{max} , takiej zależności przy $\dot{\varphi}(t)$ oraz statycznej krzywej umocnienia — ale nie przyczyny wystąpienia τ_{max} . Można także powiedzieć, że wnioski uzyskane z rys. 10 są poprawne niezależnie od przyczyny wystąpienia ekstremum M_{max} podczas skręcania rurki. Ten ostatni wniosek obowiązuje przy założonym istnieniu sztywnych obrotów poprzecznych przekrojów w skręcaanej rurce i stałej prędkości $\dot{\varphi}_p$. Ograniczenie $\dot{\varphi}_p = \text{const}$ nie dotyczy rurki plastycznej.

Rozważmy jeszcze przypadek skręcania rurki z rys. 2, której lepkoplastyczny materiał wykazuje zależność τ od φ rosnącą do τ_{max} przy $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_p$ i malejącą

przy dalszym wzroście ϕ , ale nie posiada statycznej krzywej umocnienia. W takim przypadku $M_{A\text{ stat}}=0$ i przy spadku momentu M od wartości M_{max} dopiero przy $M=0$ wystąpi $\phi_A=0$; wtedy również zajdzie $\phi_B=0$. Natomiast dla każdej wartości $M>0$ zarówno ϕ_B jak i ϕ_A będą dodatnie. Podane cechy wynikają z równoważności $\tau>0\leftrightarrow\phi>0$ i $\tau=0\leftrightarrow\phi=0$, które przypisujemy materiałom nie wykazującym statycznej krzywej umocnienia. A więc niestateczność lokalna, którą charakteryzują wielkości $\phi_A=0$ i $\phi_B>0$, w omawianym przypadku nie wystąpi.

Z pracy tej wynikają następujące główne wnioski:

1) W skręcanej niejednorodnej rurce (rys. 2) z materiału plastycznego, przy rosnącym momencie skręcającym M , odkształcają się jednocześnie części słaba i mocniejsze. Natomiast przy malejącym M odkształca się tylko część słaba, jest to tzw. niestateczność lokalna. Zatem w takiej rurce niestateczność lokalna powstaje, gdy M osiąga wartość maksymalną M_{max} .

2) W skręcanej niejednorodnej rurce z materiału lepkoplastycznego ze statyczną krzywą umocnienia — niestateczność lokalna pojawia się po wystąpieniu M_{max} , gdy naprężenie w częściach mocniejszych spada poniżej statycznej krzywej umocnienia. W takiej rurce od wystąpienia M_{max} odkształcenia wyraźnie koncentrują się w części słabej.

3) W skręcanej niejednorodnej rurce z materiału lepkoplastycznego, nie posiadającego statycznej krzywej umocnienia — niestateczność lokalna nie zachodzi mimo występowania M_{max} podczas skręcania.

4) Przy założonym istnieniu sztywnych obrotów poprzecznych przekrojów w skręcanej rurce i stałej prędkości skręcania (drugie założenie jest nieistotne dla rurki plastycznej) — wnioski 1–3 obowiązują niezależnie od przyczyny występowania ekstremum M_{max} podczas skręcania.

5) W rozważanym przypadku adiabatycznego skręcania niejednorodnej lepkoplastycznej rurki wzrostowi prędkości odkształcenia $\dot{\phi}_p = \text{const}$ towarzyszą wzrost momentu M_{max} i spadki odkształceń, przy których występują M_{max} i początek lokalnej niestateczności.

6) Przy adiabatycznym ścinaniu materiału lepkoplastycznego, opisanego związkami (1,8), na temperaturę materiału wyraźnie wpływa prędkość odkształcenia, zgodnie ze wzorem (3.4).

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. LITONSKI, *Badanie niestateczności przy plastycznym skręcaniu wykorzystujące sprzężenie termomechaniczne. Niestateczność energetyczna* [w przygotowaniu].
2. H. KUDO, M. TSUBOUCHI, *Strain concentration due to heat generation in fast plastic deformation*, Annals of the CIRP, 225–230, 1971.
3. Z. MARCINIAK, *Odształcenia graniczne przy tłoczeniu blach*, WNT, Warszawa 1971.
4. A. NADAI, M. J. MANJOINE, *High-speed tension tests et elevated temperatures*, Parts II and III, J. Appl. Mech., 8, 77–91, 1941.
5. M. J. MANJOINE, *Influence of rate of strain and temperature on yield stresses of mild steel*, J. Appl. Mech., 11, 211–218, 1944.

6. W. A. BACKHOFEN, *Metallurgical aspects of ductile fracture*, in *fracture of engineering materials*, American Society for Metals, 1964.
7. J. KLEPACZKO, *Generalized conditions for stability in tension test*, *Int. J. Mech. Sci.*, **10**, 297–313, 1968.
8. J. D. CAMPBELL, *Plastic instability in rate dependent materials*, *J. Mech. Phys. Solids*, **15**, 359–370, 1967.

Резюме

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ КРУЧЕНИИ,
ИСПОЛЬЗУЮЩЕЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ СОПРЯЖЕНИЕ.
ЛОКАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

В работе произведен численный расчёт процессов кручения неоднородных геометрически трубок из материалов: пластического и вязкопластического со статической кривой упрочнения, чувствительных к температуре, при учете тепла генерированного адиабатически во время деформаций. Существование адиабатической генерации тепла, при чувствительности материала к температуре, вызывало появление максимума момента M_{\max} при кручении. Констатируется, что во время кручения выступает локальная неустойчивость, заключающаяся в скручивании трубки только в части ее длины (в ее слабой части). Начало неустойчивости выступает при моменте M_{\max} в пластической трубке и после M_{\max} в вязкопластической трубке. При принятых предположениях о постоянной скорости кручения и жестком вращении поперечных сечений в скручиваемой трубке эти следствия справедливы независимо от причины появления экстремума M_{\max} . В случае адиабатического кручения вязкопластической трубки как экстремум M_{\max} , так и начало локальной неустойчивости отчетливо зависят от скорости кручения.

SUMMARY

INVESTIGATION OF PLASTIC TORSION INSTABILITIES BY MEANS OF
THERMOMECHANICAL COUPLING. LOCAL INSTABILITY

Torsion processes of geometrically inhomogeneous, temperature sensitive, plastic and viscoplastic tubes are studied numerically taking into account the adiabatic heat generation due to plastic deformations. The heat generation and the temperature sensitivity leads to the presence of a maximum torque M_{\max} during the torsion process. It was found that local instability, in which the plastic flow occurs only in the weak part of the tube, exists during the torsion process. The onset of the instability takes place at the M_{\max} — for plastic tube and beyond M_{\max} — for viscoplastic tube. Under the assumptions of the constant rate of torsion and the stiff rotations of the crosssections of the tube, these conclusions are valid independent of the reasons that M_{\max} exists. In adiabatic torsion of viscoplastic tube both M_{\max} and the onset of the local instability are markedly influenced by the rate of torsion.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 6 grudnia 1975 r.