

OBLICZENIA STATYCZNE SEGMENTOWYCH POWŁOK OBROTOWYCH Z ŻEBRAMI

JACEK B Ł O C K I (GDAŃSK)

Opierając się na liniowej teorii powłok cienkich, podano w pracy ogólny algorytm i program obliczania statycznego zespołu powłok obrotowych połączonych szeregowo przez pierścienie kołowe. Dla każdego segmentu powłokowego uwzględniono dowolny kształt i zmienną grubość wzdłuż południka, ortotropię materiału powłoki, ortotropię konstrukcyjną wynikającą z uźbrowania zewnętrznymi lub wewnętrznymi pierścieniami kołowymi, dowolne obciążenie siłami powierzchniowymi i brzegowymi oraz siłami wynikającymi z obciążenia żeber. Opisany problem sformułowano w postaci wariacyjnej. Numeryczny algorytm poszukiwania wartości ekstremalnej oparto na zastosowaniu różnic skończonych w kierunku południkowym oraz na rozwinięciu w szeregu trygonometryczny w kierunku równoleżnikowym. Program STAPOR napisano w języku ALGOL 60 i uruchomiono na maszynie cyfrowej ODRA 1204. Możliwości programu przedstawiono na przykładzie obliczeń chłodni kominowej, której górny brzeg jest usztywniony pierścieniem.

1. WSTĘP

W ostatnich latach dla powłok obrotowych opracowano w kilku krajach szereg efektywnych algorytmów i programów na komputery dla obliczania naprężeń, dynamiki i stateczności (np. [1, 2, 3, 4 i 5]). Opracowane algorytmy numeryczne oparte są w zasadzie na trzech głównych metodach: elementów skończonych, różnic skończonych oraz całkowania numerycznego. Zalety i ograniczenia poszczególnych metod omówiono m.in. w pracach przeglądowych [1, 6, 7, 8 i 9], gdzie można znaleźć bibliografię tego zagadnienia. Niestety, te opracowane za granicą programy, przystosowane do dużych i szybkich maszyn cyfrowych, nie są dotychczas dostępne w naszym kraju. Opracowane w Polsce programy obliczania powłok obrotowych na komputerach, przystosowane do dostępnych u nas maszyn cyfrowych, ograniczone są albo do zagadnień obrotowo-symetrycznych [10, 11, 12 i 13], albo do izotropowych powłok hiperboloidalnych przy obciążeniu niesymetrycznym [14 i 15].

W niniejszej pracy, opierając się na liniowej teorii powłok cienkich, opracowano ogólny algorytm i program obliczania statycznego zespołu powłok obrotowych połączonych szeregowo przez pierścienie kołowe. Dla każdego segmentu powłokowego uwzględniono dowolny kształt i zmienną grubość wzdłuż południka, ortotropię materiału powłoki, ortotropię konstrukcyjną, wynikającą z uźbrowania zewnętrznymi lub wewnętrznymi pierścieniami kołowymi, dowolne obciążenie siłami powierzchniowymi i brzegowymi oraz siłami wynikającymi z obciążenia żeber.

Opisany problem sformułowano w postaci wariacyjnej. Funkcjonałem jest energia potencjalna układu, zależna od przemieszczeń zespołu segmentów powłokowych. Algorytm numeryczny poszukiwania wartości ekstremalnej tego funkcyjonału oparto na zastosowaniu dyskretyzacji w postaci różnic skończonych w kierunku południkowym oraz na wykorzystaniu metody Ritza w kierunku równoleżnikowym, przyjmując poszukiwane rozwiązanie w postaci szeregu trygonometrycznego.

Podobny sposób postępowania dla powłok obrotowych rozwinięty został w pracach D. BUSHNELLA [1, 2, 5 i 6]. Jak wynika z badań porównawczych [1 i 6], ta tzw. energetyczna metoda różnic skończonych dla powłok obrotowych posiada więcej zalet niż metoda elementów skończonych. Otrzymany tą drogą algorytm jest prosty i łatwy do zaprogramowania na maszynie cyfrowej. W odróżnieniu od prac BUSHNELLA [2 i 5], gdzie jedynie naszkicowano sposób postępowania, przedstawiono tutaj szczegółowo opracowany algorytm dla zagadnień statyki, opierając się przy tym na znanych metodach przybliżonych. Dodatkowo, jako podstawę teoretyczną opracowanego algorytmu przyjęto liniową teorię powłok SANDERSA [16], uznaną za «najlepszy» wariant teorii powłok cienkich [17].

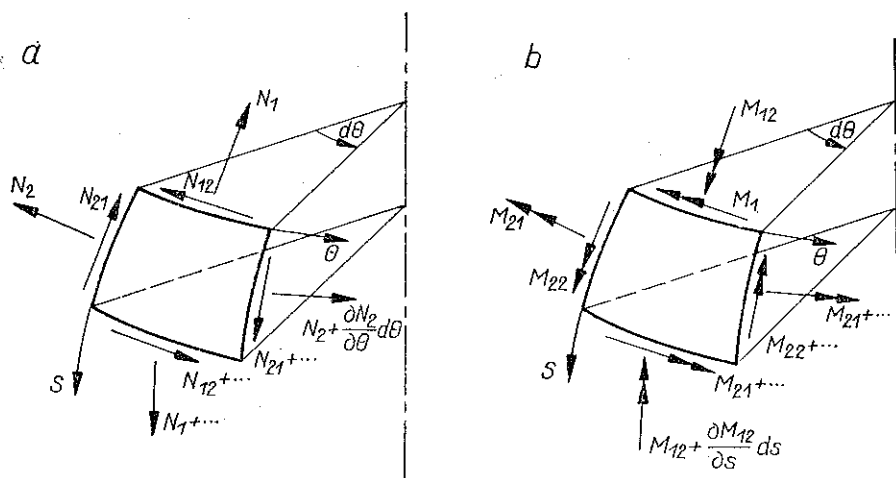
Na podstawie przedstawionego algorytmu opracowany został w języku ALGOL 60 program STAPOR na komputer ODRA 1204. Program ten składa się z dwóch części. Pierwsza część przetwarza dane wejściowe i zapisuje je w pamięci zewnętrznej maszyny, druga część dokonuje właściwych obliczeń numerycznych i drukuje wyniki. Opracowany algorytm i program STAPOR umożliwia uzyskanie efektywnego rozwiązania numerycznego zagadnienia statycznego dla praktycznie niemal wszystkich przypadków kształtu i obciążeń powłok obrotowych spotykanych w praktyce inżynierskiej.

Możliwości opracowanego programu zostały zilustrowane na przykładzie obliczeń hiperboloidalnej chłodni kominowej o wysokości 146,0 m i zmiennej grubości ścianki, której górny brzeg jest usztywniony pierścieniem kołowym. Uzyskane wyniki pokazują istotny wpływ pierścienia na rozkład naprężeń w okolicy górnego brzegu. Taki efekt można uzyskać tylko przy uwzględnieniu w samym algorytmie współpracy elementu powłokowego i pierścienia.

2. ENERGIA POTENCJALNA UKŁADU

Współzrędnymi parametryzującymi obrotową powierzchnię środkową powłoki jest długość południka s oraz biegunowy kąt θ wzdłuż równoleżnika. Przyjęte dodatnie kierunki sił i momentów wewnętrznych są przedstawione na rys. 1. Nie pokazano natomiast sił tnących, ponieważ w dalszych wzorach siły te nie występują w sposób jawny. Również inne wielkości nie pojawiające się w wyrażeniach na energię potencjalną układu zostaną pominięte na dalszych rysunkach.

Składnikami energii potencjalnej układu jest energia sprężysta powłoki, energia sprężysta pierścienia i praca obciążeń zewnętrznych. Wszystkie te składniki zostaną obliczone w zależności od przemieszczeń środkowej powłoki.



Rys. 1. a. Siły wewnętrzne; b. Momenty wewnętrzne

Zgodnie z wariantem liniowej teorii powłok SANDERSA [16], energię sprężystą powłoki można przedstawić w postaci

$$(2.1) \quad E_1 = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{s_A}^{s_B} (N_{11} \varepsilon_{11} + 2\bar{N}_{12} \varepsilon_{12} + N_{22} \varepsilon_{22} + M_{11} \kappa_{11} + 2\bar{M}_{12} \bar{\kappa}_{12} + M_{22} \kappa_{22}) r ds d\theta,$$

gdzie \bar{N}_{12} jest zmodyfikowaną siłą tnącą, a \bar{M}_{12} zmodyfikowanym momentem skręcającym. Wielkości te są określone przez wzory

$$(2.2) \quad \bar{N}_{12} = \frac{1}{2} (N_{12} + N_{21}), \quad \bar{M}_{12} = \frac{1}{2} (M_{12} + M_{21}).$$

Związki geometryczne liniowej teorii Sandersa [16] dla powłok obrotowych są następujące:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{R_1}, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} u - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R_2}, \\ \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} v \right), \\ \kappa_{11} &= \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}, \\ \kappa_{22} &= \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \varphi_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta}, \\ \bar{\kappa}_{12} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \varphi_2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} v + \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right], \end{aligned}$$

gdzie r jest promieniem równoleżnikowym (rys. 2), R_1 i R_2 — promieniami głównych krzywizn powierzchni środkowej odpowiednio wzdłuż s i θ oraz φ_1 i φ_2 są kątami obrotu normalnej do powierzchni środkowej powłoki określonymi przez przemieszczenia następująco:

$$(2.4) \quad \varphi_1 = \frac{u}{R_1} - \frac{\partial w}{\partial s}, \quad \varphi_2 = \frac{v}{R_2} - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}.$$

Przemieszczenia powierzchni środkowej u, v, w są zgodne z osiami lokalnego układu współrzędnych g_s, g_θ, n (rys. 2). Dodatkowo kierunki obrotów φ_1 i φ_2 są pokazane na rys. 2.

Równania konstytutywne sprężystych ortotropowych powłok obrotowych można napisać w postaci

$$(2.5) \quad \begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ 2\bar{N}_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ 2\bar{M}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & C_{14} & C_{15} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & C_{24} & C_{25} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ C_{51} & C_{52} & 0 & C_{54} & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{63} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \kappa_{12} \\ \kappa_{22} \\ \bar{\kappa}_{12} \end{Bmatrix},$$

gdzie współczynniki symetrycznej macierzy $[C]$ dla różnych rodzajów ortotropii materiałowej, i konstrukcyjnej szczegółowo rozważono w pracach [18 i 19].

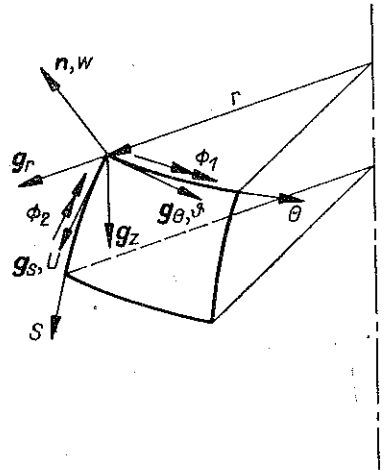
W zapisie macierzowym związku geometrycznego (2.3) przyjmują postać

$$(2.6) \quad \{\varepsilon\} = [A] \{u\},$$

gdzie wektor $\{U\} \equiv \{uvw\}^T$ jest przemieszczeniem powierzchni środkowej powłoki, a $[A]$ jest operatorem różniczkowym określonym równaniami (2.3).

Korzystając z wzorów (2.5) i (2.6), energię sprężystą powłoki można łatwo przedstawić w postaci funkcjonału zależnego tylko od wektora przemieszczeń:

$$(2.7) \quad E_1[\{u\}] = - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{s_A}^{s_B} ([A]\{u\})^T [C] ([A]\{u\}) r ds d\theta.$$



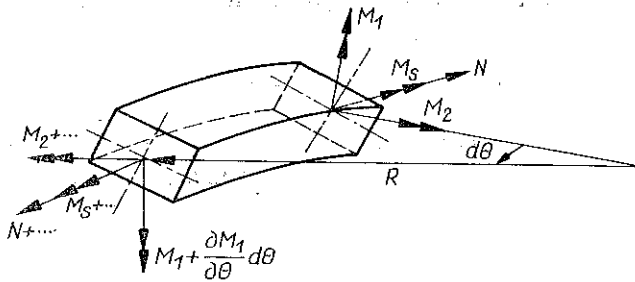
Rys. 2. Przemieszczenia i obroty

Równoleżnikowe pierścienie kołowe są elementami łączącymi segmenty powłokowe, a także mogą stanowić zewnętrzne lub wewnętrzne uźebrowanie tych seg-

mentów. Podstawowe związki dla pierścienia wynikają z założeń klasycznej teorii kołowych prętów cienkich [20]. Energię sprężystą cienkiego pierścienia kołowego można napisać w postaci

$$(2.8) \quad E_2 = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (N\varepsilon + M_1 \kappa_1 + M_2 \kappa_2 + M_s \gamma) DR d\theta .$$

Na rys. 3 pokazano przyjęte dodatnie kierunki dla siły obwodowej N , momentów M_1 i M_2 oraz momentu skręcającego M_s .



Rys. 3. Momenty i siła wewnętrzna

Zależności między składowymi odkształcenia i uogólnionymi składowymi przemieszczenia środka ciężkości przekroju pierścienia podane są w [20]. W zapisie macierzowym można przedstawić je w postaci

$$(2.9) \quad \{\varepsilon \kappa_1 \kappa_2 \gamma\}^T = [D] \{q\} ,$$

gdzie

$$(2.10) \quad [D] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R} \frac{d}{d\theta} & \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R^2} \frac{d}{d\theta} & \frac{1}{R^2} \frac{d^2}{d\theta^2} & 0 \\ -\frac{1}{R^2} \frac{d^2}{d\theta^2} & 0 & 0 & \frac{1}{R} \\ -\frac{1}{R^2} \frac{d}{d\theta} & 0 & 0 & \frac{1}{R} \frac{d}{d\theta} \end{bmatrix} ,$$

$$(2.11) \quad \{q\} = \{u_c v_c w_c v_c\}^T .$$

Składowe uogólnionego wektora przemieszczenia środka ciężkości $\{q\}$ pokazano są na rys. 4.

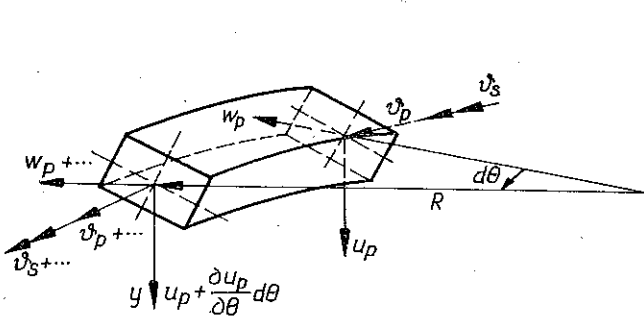
Równania konstytutywne cienkiego pierścienia kołowego mają postać [20]

$$(2.12) \quad \begin{Bmatrix} N \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & I_{yx} & 0 \\ 0 & I_{yx} & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G}{E} I_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \gamma \end{Bmatrix} = E [J] \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \gamma \end{Bmatrix},$$

gdzie E i G są modułami sprężystości, a I_y, I_x, I_{yx}, I_0 odpowiednimi momentami bezwładności. Za pomocą związków (2.9) i (2.12) energię sprężystą pierścienia (2.8) można więc przedstawić jako funkcjonal zależny tylko od wektora $\{q\}$:

$$(2.13) \quad E_2[\{q\}] = \frac{E}{2} \int_0^{2\pi} ([D_\theta \{q\}]^T [J] [D] \{q\}) R d\theta.$$

W ramach założeń klasycznej teorii prętów cienkich obrót wokół normalnej do przekroju pierścienia jest równy obrotowi normalnej do powierzchni środkowej



Rys. 4. Przemieszczenia i kąt skręcenia

powłoki w miejscu złączenia. Wtedy przemieszczenia środka ciężkości pierścienia i przemieszczenia punktów powierzchni środkowej powłoki w miejscu złączenia spełniają zależność

$$(2.14) \quad \{q\} = [F] \{q_a\},$$

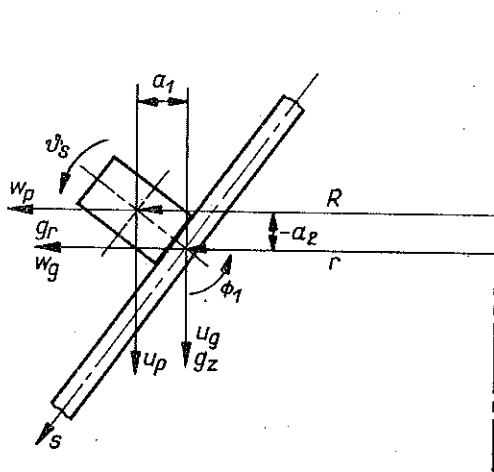
gdzie

$$(2.15) \quad [F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 \\ -\frac{d_2}{r} \frac{d}{d\theta} & 1 + \frac{a_1}{r} & -\frac{a_1}{r} \frac{d}{d\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(2.16) \quad \{q_a\} = \{u_a, v_a, w_a, \varphi_a\}.$$

Wielkości a_1 i a_2 określają położenie pierścienia względem powłoki (rys. 5).

Składowe u_θ , v_θ i w_θ wektora $\{q_\theta\}$ są przemieszczeniami powierzchni środkowej powłoki o kierunkach zgodnych z osiami układu współrzędnych g , g_θ , g_r (rys. 2). Obrót φ_θ jest równy obrotowi południka powłoki φ_1 . Zależność między wektorem



Rys. 5. Powłoka z pierścieniem

$\{q_\theta\}$ i $\{u\}$ uzyskuje się przez transformację przemieszczeń u, v, w do układu współrzędnych g_z, g_θ, g_r i przez wykorzystanie wzoru (2.4); skąd otrzymamy

$$(2.17) \quad \{q_\theta\} = \begin{bmatrix} r & 0 & -dr \\ R_2 & 0 & ds \\ 0 & 1 & 0 \\ dr & 0 & r \\ ds & 0 & R_2 \\ 1 & 0 & \partial \\ R_1 & 0 & \partial s \end{bmatrix} \{u\} = [G] \{u\}.$$

Wykorzystując wzory (2.14) i (2.17) stwierdzimy, że energia sprężysta pierścienia kołowego, przedstawiona jako funkcjonal zależny od przemieszczeń powłoki $\{u\}$ w miejscu złączenia, ma postać

$$(2.18) \quad E_2 [\{u\}] = \frac{E}{2} \int_0^{2\pi} \{[D] [F] ([G] \{u\})\}^T [J] \{[D] [F] ([G] \{u\})\} R d\theta.$$

Obciążenie zewnętrzne powłoki może być typu powierzchniowego, brzegowego lub wynikającego z obciążenia pierścieni. Obciążenie powierzchniowe w układzie współrzędnych związanych z powierzchnią środkową powłoki można przedstawić w postaci trzech składowych p_s, p_θ i p_n , które pokrywają się z kierunkami przemieszczeń u, v, w . Praca takiego obciążenia wynosi

$$(2.19) \quad W_1 [\{U\}] = \int_0^{2\pi} \int_{s_A}^{s_B} \{u\}^T \{p\} r ds d\theta,$$

gdzie

$$\{P\} = \{p_s, p_\theta, p_n\}^T.$$

Praca obciążenia brzegowego lub wynikającego z obciążenia pierścieni

$$(2.20) \quad W_2 [\{u\}] = \int_0^{2\pi} ([G] \{u\})^T \{P\} r d\theta,$$

gdzie

$$\{P\} = \{R, S, T, M\}^T.$$

Dodatnie kierunki składowych wektora $\{P\}$ są zgodne z dodatnimi kierunkami składowych wektora $\{q_\sigma\}$.

Brzeg powłoki stanowią dwa równoleżniki $s = s_A$, $s = s_B$. Przemieszczeniowe warunki brzegowe mają postać

$$(2.21) \quad \{u_B\}_{1,2} = [G] \{u\}|_{s_A, s_B},$$

gdzie $\{u_B\}_{1,2} = \{u_B, v_B, w_B, \varphi_{1B}\}_{1,2}^T$ są wektorami określonych wartości przemieszczeń na brzegu.

Całkowita energia potencjalna układu, jako funkcjonal zależny od przemieszczeń powierzchni środkowej, wynosi

$$(2.22) \quad V[\{u\}] = E_1[\{u\}] + E_2[\{u\}] - (W_1[\{u\}] - W_2[\{u\}]).$$

Minimalna wartość funkcjonału (2.22) przy spełnieniu warunków brzegowych (2.21) jest jednoznacznym rozwiązaniem problemu.

Przyjęty dalej sposób rozwiązania zadania wymaga, aby funkcjonal (2.22) z warunkami brzegowymi (2.21) został zastąpiony bezwarunkowym funkcjonalem

$$(2.23) \quad V^*[\{U\}, \{\lambda\}_{1,2}] = V[\{u\}] + \int_0^{2\pi} \{\lambda\}_1^T ([G] \{u\}|_{s_A} - \{u_B\}_1) r|_{s_A} d\theta + \\ + \int_0^{2\pi} \{\lambda\}_2^T ([G] \{u\}|_{s_A} - \{u_B\}_2) r|_{s_B} d\theta,$$

gdzie $\{\lambda\}_{1,2}$ są wektorami mnożników Lagrange'a. Wartości ekstremalne funkcjonału (2.22) przy spełnieniu danych warunków brzegowych (2.21) są ekstremalami funkcjonału (2.23).

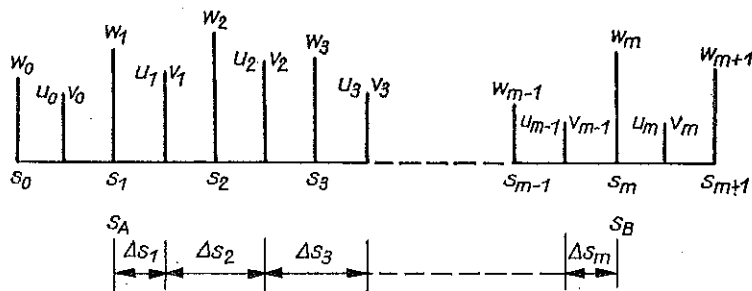
Znalezienie wartości stacjonarnej funkcjonału (2.23) dla tak ogólnego zadania możliwe jest jedynie za pomocą metod przybliżonych. Zastosowana w pracy metoda polega na dyskretyzacji parametrów geometrycznych, przemieszczeń i obciążenia powłoki w kierunku zmiennej s . Pochodne funkcji przemieszczeń względem s zastąpione są różnicami skończonymi. Otrzymany tą drogą nowy funkcjonal jest zależny od funkcji jednej zmiennej niezależnej θ . Wartość stacjonarna takiego funkcjonału poszukiwana jest za pomocą metody Ritza.

3. DYSKRETYZACJA W KIERUNKU POŁUDNIKOWYM

Przedział zmienności południkowej współrzędnej s podzielono równoodległymi punktami s_i ($i=1, 2, \dots, m$) otrzymując m podprzedziałów, które są określone następująco:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \text{dla } i=1 & \quad \left\langle s_i, \frac{s_i+s_{i+1}}{2} \right\rangle, \\ \text{dla } i=2, 3, \dots, m-1 & \quad \left\langle \frac{s_{i-1}+s_i}{2}, \frac{s_i+s_{i+1}}{2} \right\rangle \\ \text{dla } i=m & \quad \left\langle \frac{s_{i-1}+s_i}{2}, s_i \right\rangle. \end{aligned}$$

Długość i -tego podprzedziału jest oznaczona przez Δs_i (rys. 6). Parametry geometryczne powłoki $\left(\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}, \frac{d}{ds} \left[\frac{1}{R_1} \right], r, \frac{ds}{dr}, h \right)$ i obciążenie powierzchniowe zastąpiono dyskretnymi wartościami obliczonymi w punktach s_i . Dla ujednocnienia



Rys. 6. Schemat dyskretyzacji w kierunku południkowym

sposobu wprowadzenia różnic skończonych — przedział zmiennej s rozszerzono przez dołączenie do niego dodatkowych punktów s_0 i s_{m+1} (rys. 6). W tym nowym przedziale $\langle s_0, s_{m+1} \rangle$ wartości przemieszczeń i ich pochodnych określone są następująco przez różnice skończone:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} &= \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta s}, & \frac{\partial v}{\partial s} &= \frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta s}, \\ \frac{\partial w}{\partial s} &= \frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{2\Delta s}, & \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} &= \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{\Delta s^2}, \end{aligned}$$

gdzie

$$(3.3) \quad \left. \begin{aligned} u_i &= u \Big|_{s = \frac{s_i + s_{i+1}}{2}} \\ v_i &= v \Big|_{s = \frac{s_i + s_{i+1}}{2}} \end{aligned} \right\}, \quad i=0, 1, 2, \dots, m,$$

$$w_i = w \Big|_{s = s_i}, \quad i=0, 1, 2, \dots, m+1,$$

$$\Delta s = s_{i+1} - s_i, \quad i=0, 1, 2, \dots, m.$$

Dyskretne wartości u_i, v_i i w_i przedstawione są na rys. 6. W obrębie i -tego podprzedziału (3.1) wartości obciążenia i parametrów geometrycznych przyjmują stałą wartość równą odpowiedniej wartości dyskretnej, a wartości przemieszczeń określone następująco:

$$(3.4) \quad u = \frac{u_{i-1} + u_i}{2}, \quad v = \frac{v_{i-1} + v_i}{2}, \quad w = w_i.$$

Wszystkie wielkości zależne od zmiennej s w funkcjonale (2.23) są stałe w podprzedziałach Δs_i i całka względem tej zmiennej przyjmuje postać skończonej sumy. Funkcjonał (2.23) można teraz przedstawić w następujący sposób:

$$(3.5) \quad V_p^* [\{u_\theta\}, \{\lambda\}_{1,2}] = \sum_{i=1}^m \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} ([\mathbf{B}]_i \{u\}_i)^T [C]_i ([\mathbf{B}]_i \{u\}_i) r_i \Delta s_i + \right. \\ \left. + \delta_{ij} \frac{E}{2} [\mathbf{D}]_j ([\mathbf{F}]_j [G]_j \{u\}_j)^T [J]_j ([\mathbf{D}]_j ([\mathbf{F}]_j [G]_j \{u\}_j)) R_j - \right. \\ \left. - \{u\}_i^T [H] \{p\}_i r_i \Delta s_i - ([G]_i \{u\}_i)^T \{p\}_i r_i \right\} d\theta + \\ + \int_0^{2\pi} \left\{ \lambda_1^T ([G]_1 \{u\}_1 - \{u_B\}_1) r_1 + \lambda_2^T ([G]_m \{u\}_m - \{u_B\}_2) r_m \right\} d\theta,$$

gdzie δ_{ij} jest deltą Kroneckera oraz gdzie

$$\{u\}_i = \{w_{i-1}, u_{i-1}, v_{i-1}, w_i, u_i, v_i, w_{i+1}\}.$$

Operator $[\mathbf{B}]_i$ odpowiada operatorowi $[\mathbf{A}]$ dla i -tego podprzedziału gdzie pochodne względem s zastąpiono różnicami skończonymi. Macierze $[G]_j$ i $[H]$ podane zostały w dodatku. Globalny wektor przemieszczeń całego układu powstaje z odpowiedniego nałożenia wektorów $\{u\}_i$ i ma postać

$$\{u_\theta\} = \{w_0, u_0, v_0, w_1, u_1, v_1, \dots, w_m, u_m, v_m, w_{m+1}\}.$$

4. ROZWINIĘCIE TRYGONOMETRYCZNE W KIERUNKU OBWODOWYM

Do znalezienia wartości stacjonarnej funkcjonala (3.5) zastosowano metodę Ritza [21]. Rozwiązanie poszukiwane jest w postaci szeregu trygonometrycznego

$$(4.1) \quad \{u\}_i = \{u_i^0\} + \sum_{k=1}^n ([T_1] \{u\}_{i1}^k + [T_2] \{u\}_{i2}^k),$$

gdzie

$$[T_1] = \text{diag} [\sin k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta],$$

$$[T_2] = \text{diag} [\cos k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta]$$

oraz gdzie $\{U\}_i^0, \{U\}_{i1}^k, \{U\}_{i2}^k$ są stałymi wektorami przemieszczeń. Wektor mnożników Lagrange'a przedstawiono również w postaci szeregu trygonometrycznego;

$$(4.2) \quad \{\lambda\}_{1,2} = \{\lambda\}_{1,2}^0 + \sum_{k=1}^n ([T_3] \{\lambda\}_{1,2}^k + [T_4] \{\lambda\}_{1,2}^k),$$

gdzie

$$[T_3] = \text{diag} [\sin k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta, \sin k\theta], \quad [T_4] = \text{diag} [\cos k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta, \cos k\theta].$$

Po wprowadzeniu (4.1) i (4.2) do funkcjonału (3.5) otrzymamy

$$(4.3) \quad V_p^* = V_p^{*0} + \sum_{k=1}^n (V_{p_1}^{*k} + V_{p_2}^{*k}),$$

gdzie każdy składnik tego szeregu jest sumą kwadratowych zależnych odpowiednio do k -tego globalnego wektora przemieszczeń oraz k -tych wektorów mnożników Lagrange'a.

Zauważając, że wyrazy szeregu w (4.3) spełniają zależności

$$V_p^{*0} = V_{p_1}^{*k}|_{k=0}, \quad V_{p_1}^{*k} = V_{p_2}^{*-k},$$

szereg można przedstawić w postaci

$$(4.4) \quad V_p^* = \sum_{k=-n}^n V_p^{*k},$$

gdzie

$$(4.5) \quad V_p^{*k} = \left(\frac{\pi}{2} + \delta_{k0} \frac{\pi}{2} \right) \left\{ \{u_g\}^{kT} \sum_{i=1}^m [[B]_i^{kT} [C]_i [B]_i] \Delta s_i r_i + \right. \\ \left. + \delta_{ij} [G]_j^T [F]_j^{kT} [D]_j^k [F]_j^k [G]_j R_j \right\} \{u_g\}^k - \{u_g\}^{kT} \sum_{i=1}^m ([H]_i^T \{p\}_i^k \Delta s_i r_i + \\ \left. + [G]_i^T \{p\}_i^k r_i) + \{\lambda\}_1^T ([G]_1 \{u\}_1^k - \{u_B\}_1^k r_1) + \{\lambda\}_2^T ([G]_m \{u\}_m^k - \{u_B\}_2^k r_m) \right\}.$$

Macierze $[B]_i^k$ i $[F]_j^k$ powstały z odpowiednich operatorów $[B]_i$ i $[F]_j$, a macierz $[D]_j^k$ z iloczynu $[D]_j^T [J]_j [D]_j$. Zostały one podane w dodatku.

Wektory $\{p\}_i^k$, $\{P\}_i^k$ przedstawiają obciążenie zewnętrzne i są obliczane w następujący sposób.

$$\{p\}_i^k = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_5] \{p\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k < 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{p\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k = 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_6] \{p\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k > 0, \end{cases}$$

$$\{P\}_i^k = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_3] \{P\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k < 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{P\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k = 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_4] \{P\}_i d\theta, & \text{jeżeli } k > 0, \end{cases}$$

gdzie

$$[T_5] = \text{diag} [\sin k\theta, \cos k\theta, \sin k\theta, \\ [T_6] = \text{diag} [\cos k\theta, \sin k\theta, \cos k\theta].$$

Wektory danych wartości brzegowych $\{u_B\}_{1,2}^k$ są odpowiednio równe:

$$\{u_B\}_{1,2}^k = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_3] \{u_B\}_{1,2} d\theta, & \text{jeżeli } k < 0, \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{u_B\}_{1,2} d\theta, & \text{jeżeli } k = 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [T_4] \{u_B\}_{1,2} d\theta, & \text{jeżeli } k > 0. \end{cases}$$

Minimum funkcjonału (4.4) otrzymamy spełniając warunki

$$(4.6) \quad \frac{\partial V_p^*}{\partial \{u_\theta\}^k} = 0, \quad \frac{\partial V_p^*}{\partial \{\lambda\}_1^k} = 0, \quad \frac{\partial V_p^*}{\partial \{\lambda\}_2^k} = 0$$

dla $k = -n, -n+1, \dots, 0, 1, \dots, n$.

Dla każdej wartości k warunki (4.6) sprowadzono do jednego globalnego układu liniowych równań algebraicznych, przy czym macierz tego układu jest symetryczna [22]. Wyznaczenie przemieszczeń polega na k -krotnym rozwiązaniu tego globalnego układu równań o liczbie niewiadomych równej około $3m+12$ przy szerokości pasma równej 11.

Znając wektory przemieszczeń dla każdej wartości k , siły wewnętrzne można łatwo obliczyć ze wzoru

$$(4.7) \quad \begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix}_i = [C] [B]_i \{u\}_i^0 + \sum_{k=1}^n ([C] [B]_i^k [T_1] \{u\}_{i1}^k + [C] [B]_i^k [T_2] \{u\}_{i2}^k).$$

Opisany algorytm poszukiwania wartości stacjonarnej funkcjonału (2.23) daje się w bardzo prosty sposób zaprogramować na maszynę cyfrową, ponieważ całe zadanie polega na prostych operacjach macierzowych.

5. PROGRAM STAPOR

Przedstawiona metoda wyznaczania przemieszczeń oraz sił wewnętrznych w powłokach obrotowych została zaprogramowana na maszynę cyfrową. Program STAPOR napisano w języku ALGOL 60 i uruchomiono go na maszynie cyfrowej

ODRA 1204. Cały program składa się z dwóch części współdziałających ze sobą jako system. W danych do programu należy podać dyskretne wielkości geometryczne powłoki i dyskretne wartości obciążenia. W pierwszej części programu dla typowych powłok (walcowej, stożkowej, sferycznej, hiperboidalnej) oraz dla najczęściej spotykanych rodzajów obciążenia powierzchniowego (stałego, liniowego lub parabolicznie zmiennego wzdłuż południka lub wysokości powłoki) wielkości te są generowane automatycznie. Dla takich przypadków liczba koniecznych danych do programu została znacznie zmniejszona. Przetworzone dane w pierwszej części programu zapisane są w zewnętrznej pamięci maszyny. Druga część programu dokonuje obliczenia współczynników podstawowego układu równań oraz rozwiązuje go, wykonując to k -krotnie, a następnie oblicza siły wewnętrzne i drukuje wyniki.

W programie STAPOR uwzględniono wszystkie opisane możliwości algorytmu. Obliczenia można przeprowadzić dla zespołu składającego się z segmentów powłokowych o dowolnym kształcie oraz zmiennej grubości wzdłuż południka i o ortotropowych własnościach materiału. Pierścienie kołowe mogą być w dowolny sposób dołączone do powłoki, stanowiąc jej uźebrowanie równoleżnikowe lub wzmocnienie brzegu. Obciążenie zewnętrzne może być dane jako powierzchniowe lub liniowe wzdłuż równoleżników.

Ograniczenie programu stanowi ogólna liczba podprzedziałów $m \leq 350$, co wynika z pojemności pamięci operacyjnej maszyny ODRA 1204. Jednak dla nawet bardzo skomplikowanych problemów jest one zupełnie wystarczająca. Liczba wyrazów szeregu trygonometrycznego k ma wpływ tylko na czas obliczeń i może być przyjęta w zależności od potrzeb. Dokładny opis programu STAPOR oraz sposób wprowadzania danych przedstawiono szczegółowo w [23].

6. WYNIKI NUMERYCZNYCH OBLICZEŃ

W celu sprawdzenia poprawności działania programu wykonano szereg obliczeń testujących. Uzyskane wyniki dla prostych przypadków kształtu powłoki (np. walcowej, stożkowej, sferycznej) były porównywane ze znanymi wynikami otrzymanymi metodami analitycznymi [19 i 20]. Porównanie to wykazało, że już przy podziale na niewielką liczbę podprzedziałów uzyskuje się dobrą zgodność z wynikami otrzymanymi z rozwiązań analitycznych. Np. dla powłoki sferycznej (półkuli z warunkami brzegowymi nie wywołującymi zginania) obciążonej ciśnieniem wewnętrznym otrzymano następujące wyniki: przy podziale na 7 podprzedziałów — błąd sił wewnętrznych poniżej 2%, przy podziale na 10 podprzedziałów — błąd sił wewnętrznych poniżej 1%. Dokładny opis wyników testujących i porównawczych został przedstawiony w opracowaniu [24].

Dla uwidocznienia możliwości programu wykonano m.in. obliczenie chłodni kominowej w postaci powłoki hiperboidalnej o zmiennej grubości, której górny brzeg jest usztywniony pierścieniem kołowym. Dane geometryczne powłoki pokazanej na rys. 7 zostały zaczerpnięte z pracy [25]. Chłodnia kominowa wykonana jest z żelbetu (moduł sprężystości $E = 3 \cdot 10^6$ [T/m], współczynnik Poissona $\nu = 0,2$).

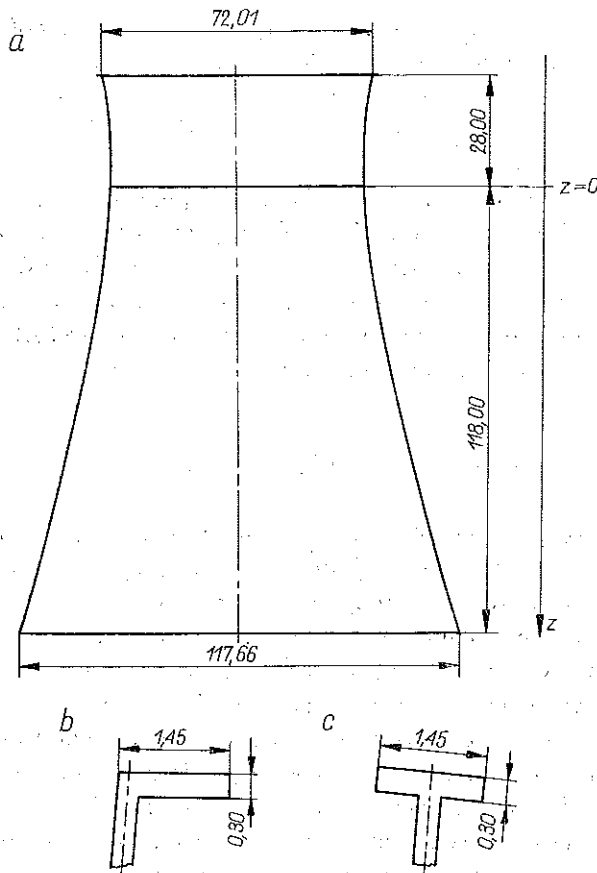
Obciążenie zewnętrzne stanowi wiatr boczny, którego rozkład przyjęto wg [25] w następującej postaci:

$$p(z, \theta) = g(z) (-0,5967 + 0,1943 \cos \theta + 0,9267 \cos 2\theta + 0,6 \cos 3\theta - 0,0933 \cos 4\theta - 0,0628 \cos 5\theta + 0,0633 \cos 6\theta - 0,0315 \cos 7\theta),$$

gdzie

$$g(z) = \begin{cases} 103,86 - 18z, & \text{jeżeli } z \leq 27, \\ 107,1 - 0,3z, & \text{jeżeli } z \geq 27. \end{cases}$$

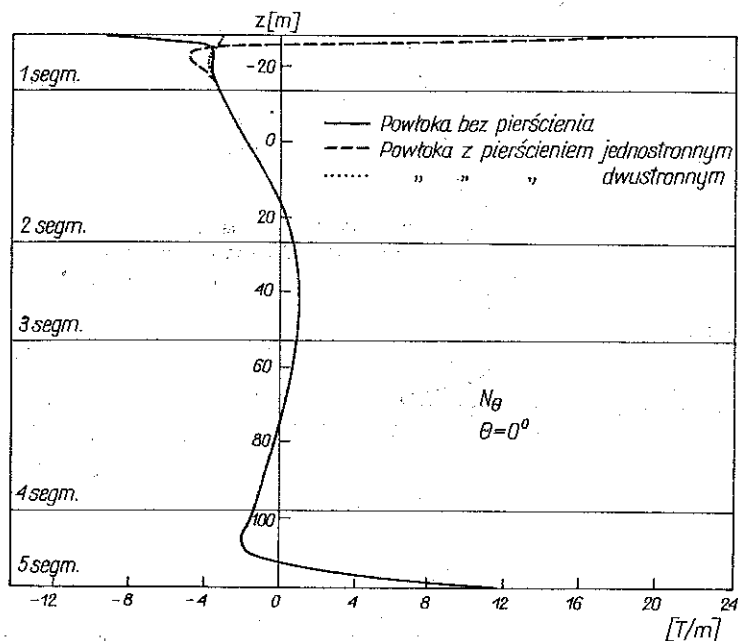
Współrzędna z jest zmienna wzdłuż wysokości powłoki (rys. 7). Wykonując obliczenia numeryczne przyjęto, że powłoka składa się z pięciu segmentów. W każdym segmencie różna jest funkcja zmiany grubości lub obciążenia. Obliczenia przepro-



Rys. 7. a. Powłoka hiperboloidalna. b. Jednostronny pierścień zewnętrzny. c. Pierścień dwustronny

wadzono dla powłoki usztywnionej jednostronnym pierścieniem zewnętrznym (rys. 7b), pierścieniem dwustronnym (rys. 7c) oraz (dla porównania) dla powłoki bez pierścienia. We wszystkich przypadkach przyjęto podział południka na $m=90$

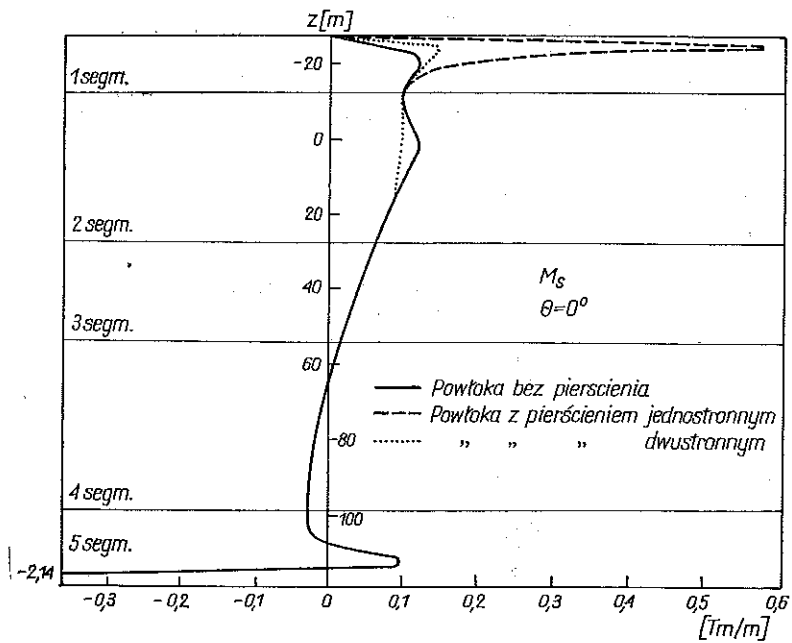
równych podprzedziałów. Dla takich danych całkowity czas obliczeń jednego wariantu nie przekroczył 110 minut. Na wykresach od 1 do 3 pokazano przykładowo rozkład wzdłuż wysokości siły obwodowej N_θ (wykres 1) oraz momentów zginających M_s (wykres 2) i M_θ (wykres 3) — dla przekroju $\theta=0$ (tzn. w płaszczyźnie równoległej do kierunku wiatru i od strony nawietrznej).



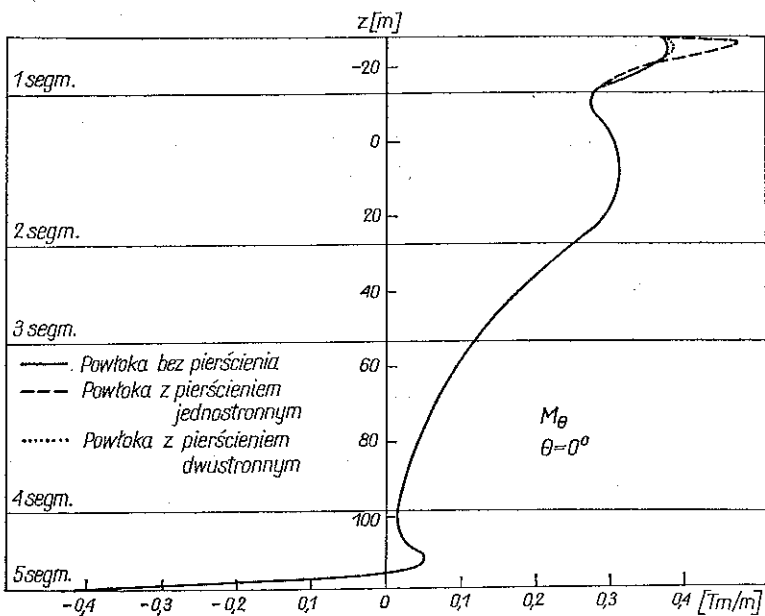
Wykres 1

W pracy [25] przedstawiono wyniki obliczeń dla takiej samej chłodni kominowej uzyskane programem HJOW, którego algorytm oparty jest na metodzie elementów skończonych. Górny pierścień usztywniający został tam uwzględniony przez zastąpienie go elementem powłokowym. Zgodność wyników przedstawionych w [25] z wynikami otrzymanymi tutaj za pomocą programu STAPOR była dobra dla powłoki bez pierścienia. Istotne różnice wystąpiły natomiast dla powłoki usztywnionej pierścieniem w okolicy górnego brzegu.

Należy zwrócić uwagę, że zewnętrzny pierścień jednostronny wywołuje znaczną koncentrację naprężeń w rejonie górnego brzegu, natomiast pierścień dwustronny powoduje w tym rejonie równomierny rozkład siły obwodowej przy bardzo małym zaburzeniu zmienności momentów zginających. Wpływ usztywnienia górnego brzegu na rozkład siły ścinającej i momentu skręcającego w obu przypadkach jest niewielki. Otrzymane wyniki wskazują, że ze względu na koncentrację naprężeń usztywnienie górnego brzegu pierścieniem dwustronnym jest znacznie bardziej korzystniejsze niż pierścieniem jednostronnym. Kilkakrotne zastosowanie programu STAPOR umożliwia więc optymalny wybór kształtu pierścienia jak również sposobu jego dołączenia do powłoki.



Wykres 2



Wykres 3

DODATEK

Macierze $[G]$ i $[H]$ występujące we wzorze (3.5) są równe:

$$[G]_j = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r_j}{2R_{2j}} & 0 & -\frac{dr_j}{ds} & \frac{r_j}{2R_{2j}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{dr_j}{ds} & 0 & \frac{r_j}{R_{2j}} & \frac{1}{2} \frac{dr_j}{ds} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2\Delta s} & -\frac{1}{2R_{1j}} & 0 & 0 & -\frac{1}{2R_{1j}} & 0 & \frac{1}{2\Delta s} \end{bmatrix}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macierze $[B]_i^k$, $[F]_j^k$ i $[D]_j^k$, które występują we wzorze (4.5), są postaci następującej:

0	$\frac{1}{R_{1i}}$	0	$\frac{1}{R_{1i}}$	$\frac{1}{\Delta s}$	0	0
0	$\frac{1}{R_{2i}}$	$-\frac{k}{2r_i}$	$\frac{1}{R_{2i}}$	$\frac{1}{2r_i} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$	$\frac{k}{2r_i}$	0
0	0	$-\frac{1}{2\Delta s} \left. \frac{1}{4r_i} \frac{dr}{ds} \right _i$	0	$\frac{k}{4r_i}$	$\frac{1}{2\Delta s} \left. \frac{1}{4r_i} \frac{dr}{ds} \right _i$	0
$-\frac{1}{\Delta s^2}$	$\frac{1}{R_{1i}\Delta s} + \frac{1}{2} \left. \frac{d\left[\frac{1}{R_{1i}}\right]}{ds} \right _i$	0	$\frac{2}{\Delta s^2}$	$\frac{1}{R_{1i}\Delta s} + \frac{1}{2} \left. \frac{d\left[\frac{1}{R_{1i}}\right]}{ds} \right _i$	0	$-\frac{1}{\Delta s^2}$
$\frac{1}{2r_i\Delta s} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$	$\frac{1}{2r_i} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$	$\frac{k}{2r_i R_{2i}}$	$-\frac{k^2}{r_i^2}$	$\frac{1}{2r_i} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$	$\frac{k}{2r_i R_{2i}}$	$\frac{1}{2r_i\Delta s} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$
$-\frac{k}{r_i\Delta s}$	$\frac{k}{4r_i} \left(\frac{3}{R_{1i}} - \frac{1}{R_{2i}} \right)$	$-\frac{1}{2\Delta s} \left(\frac{3}{R_{2i}} - \frac{1}{R_{1i}} \right)$ $\frac{1}{4r_i} \left. \frac{dr}{ds} \right _i \left(\frac{1}{R_{2i}} - \frac{1}{R_{1i}} \right)$	$\frac{k}{4r_i} \left. \frac{dr}{ds} \right _i$	$\frac{k}{4r_i} \left(\frac{3}{R_{1i}} - \frac{1}{R_{1i}} \right)$	$\frac{1}{2\Delta s} \left(\frac{3}{R_{2i}} - \frac{1}{R_{1i}} \right)$ $\frac{1}{4\Delta s} \left. \frac{dr}{ds} \right _i \left(\frac{1}{R_{2i}} - \frac{1}{R_{1i}} \right)$	$\frac{k}{r_i\Delta s}$

$$[F]_j^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{1j} \\ -\frac{ka_{2j}}{r_j} & 1 + \frac{a_{1j}}{r_j} & -\frac{ka_{1j}}{r_j} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_{2j} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[D]_i^k = \begin{bmatrix} \frac{k^2}{R_j^4} (k^2 EI_{xj} + GI_{0j}) & \frac{k^3 EI_{xxj}}{R_j^4} & -\frac{k^4 EI_{xxj}}{R_j^4} & -\frac{k^2}{R_j^3} (EI_{xj} + GI_{0j}) \\ & \frac{k^2 E}{R_j^2} \left(A_j + \frac{I_{zj}}{R_j^2} \right) & -\frac{kE}{R_j^4} \left(A_j + \frac{k^2 I_{zj}}{R_j^2} \right) & \frac{kEI_{xxj}}{R_j^3} \\ & & \frac{E}{R_j^2} \left(A_j + \frac{k^4 I_{zj}}{R_j^2} \right) & \frac{k^2 EI_{xxj}}{R_j^3} \\ & & & \frac{E}{R_j^2} (I_{xj} + k^2 GI_{0j}) \end{bmatrix}$$

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. S. J. FENVES i in., *Numerical and computer methods in structural mechanics*, Academic Press 1973.
2. D. BUSHNELL, *Analysis of ring-stiffened shells of revolution under combined thermal and mechanical loading*, AIAA J., 9, 3, 401-410, 1971.
3. G. COHEN, *Computer analysis of asymmetrical deformation of orthotropic shells of revolution*, AIAA J., 2, 5, 932-934, 1964.
4. A. KALMINS, *Analysis of shells of revolution subjected to symmetrical and nonsymmetrical loads*, ASME, S. E., 31, 467-476, 1964.
5. D. BUSHNELL, *Analysis of buckling and vibrational of ringstiffened, Segmented shells of revolution*, Int. J. Solids Struct., 6, 157-181, 1970.
6. D. BUSHNELL, *Thin shells*, in: *Structural Mechanics Computer Programs*, ed. by W. PILKEY, K. SACZALSKI, H. S. SCHAEFFER, Univ. Press of Virginia, Charlottesville 1974.
7. M. ANDERSON, M. S. FULTON, R. E. HEARD i in., *Stress, buckling and vibration analysis of shells of revolution*, Computer and Structures, 1, 1-2, 157-192, 1971.

8. V. SVALBONAS, J. KEY, *Static, stability and dynamic analysis of shells of revolution by numerical integration — a comparison*, Nuclear Eng. and Design, **27**, 30–45, 1974.
9. J. ORKISZ, Z. WASZCZYSZYN, *Metody komputerowe w teorii powłok, Cz. 1. Metoda elementów skończonych*, Sympozjum na temat „Konstrukcje powłokowe. Teoria i zastosowanie”, Kraków, 25–27 kwietnia 1974.
10. O. MATEJA, *Zastosowanie maszyn cyfrowych do analizy statycznej powłok obrotowych*, Arch. Inżyn. Łąd., **18**, 2, 209–226, 1972.
11. P. KONDERLA, *Rozwiązanie powłoki o kształcie hiperboloidy jednopowłokowej za pomocą elementów skończonych*, Arch. Inżyn. Łąd., **19**, 1, 181–191, 1973.
12. J. BŁOCKI, *Obliczanie powłok obrotowych obciążonych symetrycznie metodą elementów skończonych*, Opracowanie wewnętrzne, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 1974.
13. J. GOŁAŚ, Z. KASPERSKI, *Numeryczna analiza statyczna powłok obrotowych metodą elementów skończonych*, Arch. Inżyn. Łąd., **20**, 3, 491–499, 1974.
14. P. KONDERLA, *Nieliniowe rozwiązanie powłoki o kształcie hiperboloidy jednopowłokowej. Cz. 1. Obciążenie osiowo-symetryczne, cz. 2. Obciążenie niesymetryczne*, Arch. Inżyn. Łąd., **20**, 3, 501–515, 517–533, 1974.
15. J. GOŁAŚ, Z. KASPERSKI, *Numeryczna analiza statyczna powłok hiperboloidalnych chłodni kominowych obciążonych wiatrem*, II Konferencja nt. Metody komputerowe w mechanice konstrukcji, Gdańsk listopad 1975.
16. J. L. SANDERS, *An improved first -approximation theory of thin shell*, Nasa Rept. 24 June 1959.
17. B. BUDIANSKY, J. L. SANDERS, *On the best first-order linear shell theory*, Progress in Applied Mechanics, The Prager Anniversary Volume, New York, Macmillan, 129–140, 1963.
18. С. А. Амбарцумян, *Общая теория анизотропных оболочек*, Москва 1974.
19. E. W. BAKER, L. KOVALEVSKY, F. L. RISH, *Structural analysis of shells*, McGraw-Hill 1972.
20. И. А. Биргер, Я. Пановко, *Прочность, устойчивость, колебания*, Москва 1968.
21. G. N. POŁOŻY, *Metody przybliżonych obliczeń*, WNT Warszawa 1966.
22. O. C. ZIENKIEWICZ, *Metoda elementów skończonych* (rozdz. 3), Arkady Warszawa 1972.
23. J. BŁOCKI, *Program STAPOR*, Opracowanie wewnętrzne, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 1976.
24. J. BŁOCKI, *Wyniki obliczeń numerycznych powłok obrotowych programem STAPOR*, Opracowanie wewnętrzne, Instytut Maszyn Przepływowych, Gdańsk 1976.
25. J. GOŁAŚ i in., *Analiza stanu zgięciowego w powłokach hiperboloidalnych chłodni kominowych wysokości H=120 m do 180 m metodą elementów skończonych*, praca badawczo-naukowa, WSI, Opole październik 1975.

Резюме

СТАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ СЕГМЕНТНЫХ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК С РЕБРАМИ

Опираясь на линейную теорию тонких оболочек, в работе приведены общий алгоритм и программа статических расчетов системы вращательных оболочек, соединенных последовательно через круговые кольца. Для каждого сегмента оболочки учтены произвольная форма и переменная толщина вдоль меридиана, ортотропия материала оболочки, конструкционная ортотропия, вытекающая из оребрения внешними или внутренними круговыми кольцами, произвольное нагружение поверхностными и граничными силами, а также силами, следующими из нагружения ребер. Описанная задача сформулирована в вариационном виде. Численный алгоритм нахождения экстремального значения опирается на применение конечных разностей в меридиальном направлении и на разложении в тригонометрический ряд в параллельном направлении. Программа СТАПОР написана на языке АЛЬГОЛЬ 60 и проверена на цифровой машине ОДРА 1204. Возможности программы представлены на примере расчетов башенного охладителя, верхний край которого жестко закреплен кольцом.

SUMMARY

STATIC CALCULATIONS OF SHELLS OF REVOLUTION WITH RIBS

Within the framework of linear theory of thin shells a general algorithm and computational program is developed for a system of rotationally symmetric shells connected in series by means of circular rings. The method takes case of an arbitrary geometry of the shell, thickness variations along the shell meridian, orthotropy of the shell material, structural orthotropy resulting from the presence of external or internal ribs, arbitrary surface and boundary loading and loading included by ribs. The problem is formulated as a variational one. The numerical method of finding extreme values is based on the finite difference scheme in the meridional direction and expansion in the trigonometric series in the parallel direction.

The program STAPOR is written in the ALGOL 60 language and run on the ODRA 1204 digital computer. The capability of the program was shown on the example of a chimney where upper end was stiffened by a ring.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT MASZYN PRZEPLYWOWYCH

Praca została złożona w Redakcji dnia 9 września 1976 r.
