

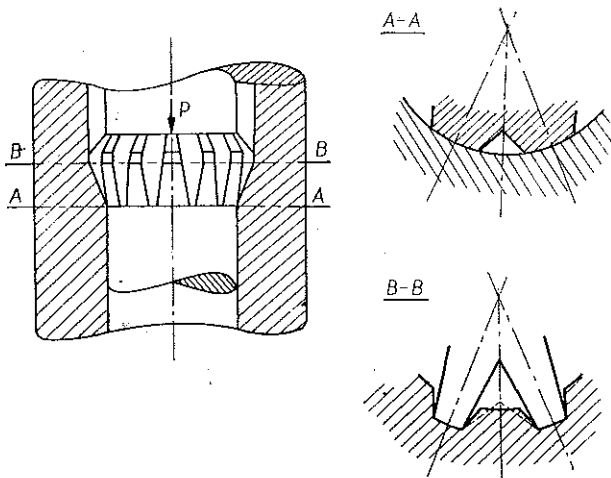
## TEORETYCZNA ANALIZA PROMIENIOWEGO WYCISKANIA POWIERZCHNI WEWNĘTRZNEJ WIELOWYPUSTU

LE QUANG MINH (HANOI)(\*) i HENRYK P E T R Y K (WARSZAWA)

Przy użyciu metody linii po lizgu przeprowadzono analizę zagadnienia promieniowego wyciskania powierzchni wewnętrznej wielowypustu. Podano siatki linii poślizgu i odpowiednie hodoграфы prędkości dla wstępnej i końcowej fazy procesu, wyznaczono rozkłady nacisków na powierzchni narzędzia.

### 1. WSTĘP

W 1973 roku opracowano w Zakładzie Obróbki Plastycznej Instytutu Technologii Bezwiórowych Politechniki Warszawskiej nową metodę kształtowania uzębień wewnętrznych drogą obróbki plastycznej. Metoda ta polega na przepychaniu przez otwór tulei narzędzia w kształcie stożka z wyciętym uzębieniem (rys. 1).



Rys. 1

Kształtowanie zębów następuje w wyniku swobodnego, tzn. niekrępowanego przez powierzchnie boczne zębów narzędzia, promieniowego płynięcia materiału pod wpływem nacisku części stożkowej powierzchni narzędzia. Istotną cechą tego procesu jest to, że zarys zębów narzędzia różni się od zarysu powstającej powierzchni uzębionej i musi być uprzednio w odpowiedni sposób wyznaczony [1].

(\*) Praca została wykonana w trakcie pobytu autora na stażu naukowym w Instytucie Technologii Bezwiórowych Politechniki Warszawskiej.

Warunkiem realizacji omawianego procesu jest wykluczenie możliwości zwiększenia zewnętrznej średnicy kształtowanego przedmiotu. Dla osiągnięcia tego celu obrabiany przedmiot musi być umieszczony w objęmkę o specjalnej konstrukcji. Zadaniem jej jest zapobieżenie rozepchnięciu kształtowanego przedmiotu po przez wywarcie odpowiednio dużego nacisku promieniowego na jego powierzchnię zewnętrzną w trakcie procesu kształtowania. Wartość tego nacisku można oszacować znając zasięg stref plastycznych i rozkład naprężeń na ich granicach [1].

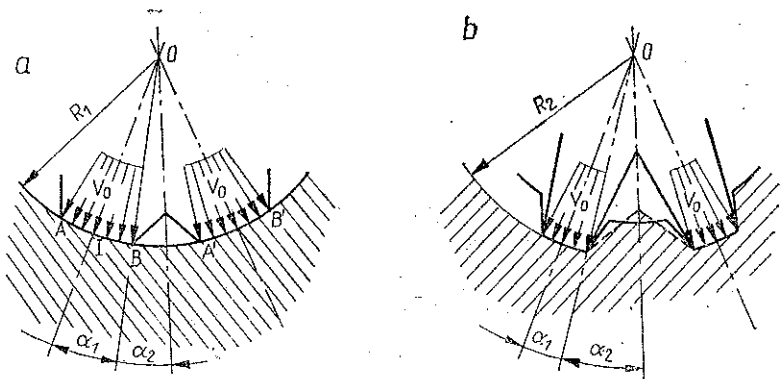
Niniejsza praca ma na celu określenie na drodze teoretycznej rozkładu naprężeń i prędkości w deformowanym materiale. Ze względu na skomplikowaną postać warunków brzegowych niezbędne jest wprowadzenie pewnych założeń upraszczających. Założymy, że siły tarcia na powierzchni kontaktu narzędzia z materiałem są wystarczająco małe, aby kierunek płynięcia materiału nie odbiegał od promieniowego. Wówczas stan odkształcenia można uznać za płaski. Wprowadzając ponadto sztywno-idealnie plastyczny model materiału możemy analizę przeprowadzić przy użyciu metody linii poślizgu, szeroko stosowanej i opisanej w licznych artykułach i monografiach [2, 3, 4 i 5].

Ograniczymy się do przeanalizowania dwu faz kształtowania uzębienia:

1. Fazy pierwszej odpowiadającej początkowi wgłębienia narzędzia w materiał (przekrój *A-A* na rys. 1),

2. Fazy drugiej stanowiącej końcowy etap procesu (przekrój *B-B* na rys. 1).

Analizowane tu zagadnienie wykazuje wyraźne analogie do zagadnienia wciskania zaokrąglonego stempla w półprzestrzeń i do zagadnienia wyciskania przeciwniebnego. Analogie te będą pomocne przy doborze odpowiedniego schematu siatki linii poślizgu. Jednakże warunki brzegowe dla prędkości odróżniają analizowane zagadnienie od wymienionych powyżej. W określonej płaszczyźnie płynięcia (prostopadłej do osi narzędzia) w kolejnych chwilach znajdują się różne przekroje narzędzia o zwiększającej się średnicy. Wskutek tego rozkład składowej  $v_0$  wektora prędkości normalnej do konturu narzędzia w płaszczyźnie płynięcia jest równomierny (rys. 2). Poniżej przedstawiono sposób konstrukcji rozwiązań dla warunków brzegowych scharakteryzowanych powyżej oraz wyznaczono konkretne rozwiązania dla pewnych wartości parametrów geometrycznych procesu.

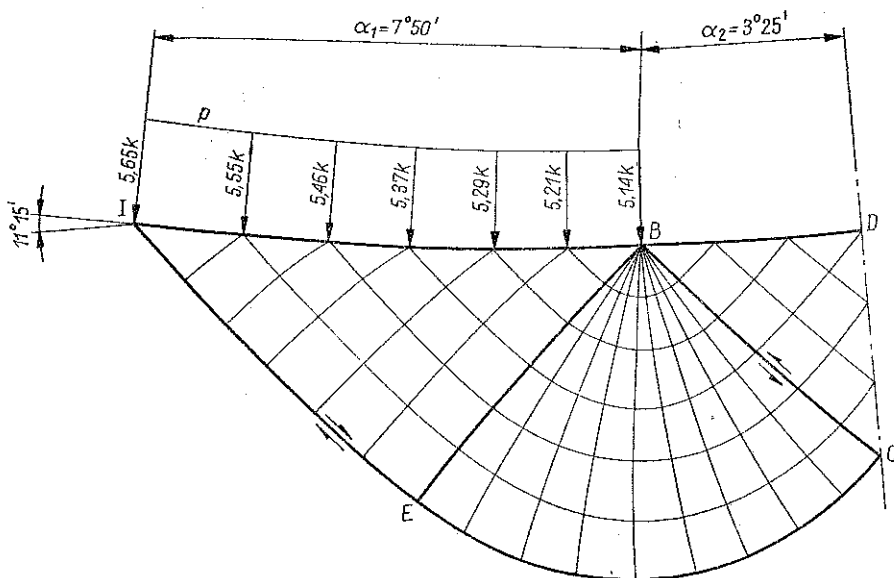


Rys. 2

## 2. FAZA PIERWSZA PROCESU

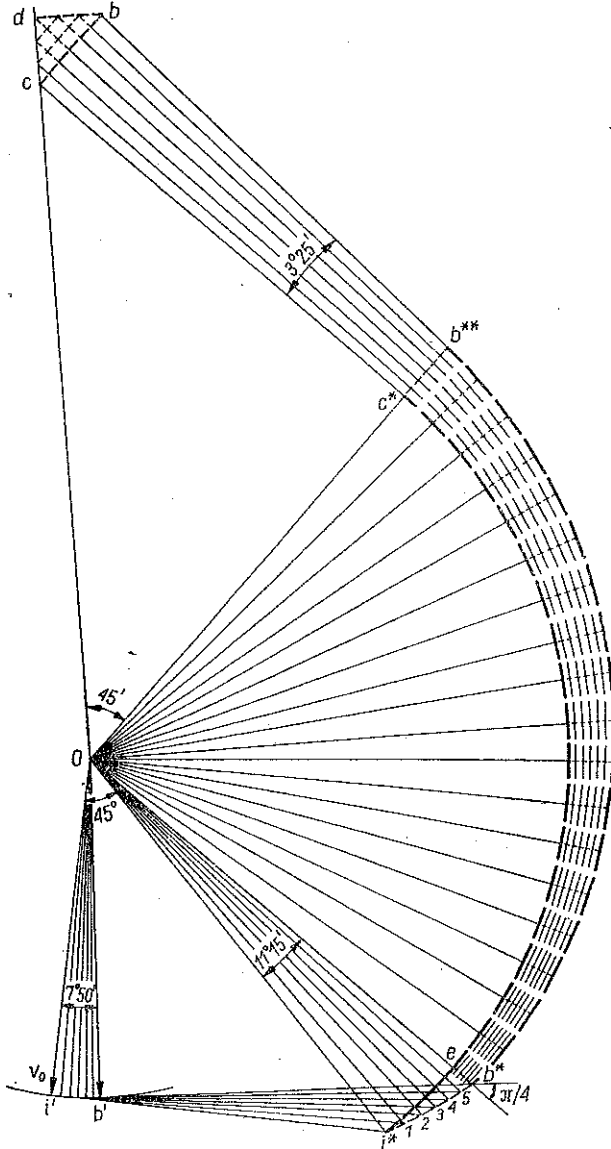
Skonstruowanie siatki linii poślizgu dla fazy procesu nie nastęrcza istotnych trudności [6]. Zakładając, że materiał w obszarze sąsiadującym ze swobodnym brzegiem  $BA'$  (rys. 2a) jest w stanie plastycznym, przebieg linii poślizgu w tym obszarze można wyznaczyć rozwiązując zagadnienie Cauchy'ego. Następnie przyjmując wierzchołek narzędzia (punkt  $B$ ) za punkt osobliwy oraz rozwiązując kolejno zdegenerowane zagadnienie charakterystyczne i zagadnienie mieszane, wyznaczyć można pozostałą część siatki linii poślizgu. Przyjeliśmy tu, że szerokość zębów narzędzia  $AB$  nie jest większa niż w przybliżeniu dwukrotna szerokość pola powierzchni swobodnej  $BA'$ . Gdy szerokość zębów narzędzia jest bardzo duża w porównaniu z odcinkami pola powierzchni swobodnej, to siatka linii poślizgu ma bardziej skomplikowaną postać. Rozwiązanie jest więc statycznie wyznaczalne.

Rozważać będziemy przypadek, gdy ilość zębów narzędzia  $n=16$ , tzn. gdy  $\alpha_1 + \alpha_2 = 11^\circ 15'$  (rys. 2a). Gdy szerokość zębów narzędzia jest określona kątem  $\alpha_1 = 7^\circ 50'$ , to siatka linii poślizgu przyjmuje postać przedstawioną na rys. 3. Ze względu na symetrię ukazano tylko 1/32 część przekroju. Charakterystyki w obszarze  $BCD$  są spiralami logarymicznymi; kształt charakterystyk w pozostałej części siatki wyznaczono drogą obliczeń numerycznych wg metody różnic skończonych. Wskutek założonego braku tarcia na powierzchni narzędzia linie poślizgu podchodzą do powierzchni narzędzia pod kątem  $45^\circ$ . Na rysunku zaznaczono także rozkład nacisków na powierzchni narzędzia, wyznaczony z zależności Hencky'ego.



Rys. 3

Budowę hodografu (planu prędkości) należy rozpocząć od obszaru  $EBI$ . W obszarze tym mamy poprawnie postawione zagadnienie mieszane: na łuku  $IB$  dana jest składowa prędkości cząstek materiału normalna do konturu narzędzia  $v_n = v_0$ , a wzdłuż linii nieciągłości prędkości  $IE$  składowe prędkości normalna i styczna do tej linii wynoszą odpowiednio  $v_n = 0$  i  $v_t = v_t \sqrt{2}$ . Zagadnienie to można rozwiązać numerycznie, jednakże zastosujemy prostszą i bardziej poglądową metodę graficzną.

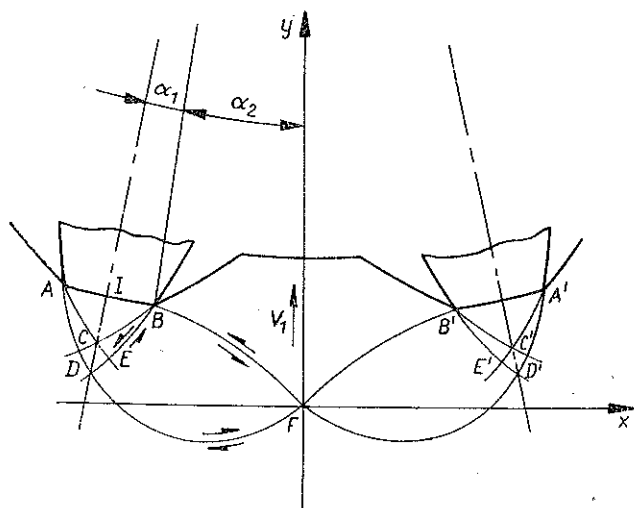


Rys 4

Zgodnie z powyżej sformułowanymi warunkami dla prędkości odwzorowaniem linii  $IC$  na płaszczyźnie hodografu będzie łuk  $i \cdot c^*$  okręgu o promieniu  $v_0 \sqrt{2}$  i środkiem pokrywającym się z biegunem hodografu. Obraz dowolnego punktu linii kontaktu  $IB$  będzie z kolei leżał na prostej równoległej do stycznej do linii kontaktu w tym punkcie, stycznej do okręgu zatoczonego z bieguna hodografu promieniem  $v_0$  (rys. 4). Zastępując linie poślizgu liniami łamanymi złożonymi z małych odcinków prostych i wykorzystując własność ortogonalności tych odcinków do ich obrazów na planie prędkości, można mając na względzie powyższe warunki zbudować siatkę hodografu dla obszaru  $EBI$ , a następnie również dla pozostałej części siatki linii poślizgu. Hodograf odpowiadający siatce linii poślizgu z rys. 3 jest przedstawiony na rys. 4. Można sprawdzić metodą FORDA [4], że moc dysponowana jest wszędzie nieujemna, a więc rozwiązanie jest poprawne.

### 3. FAZA DRUGA PROCESU

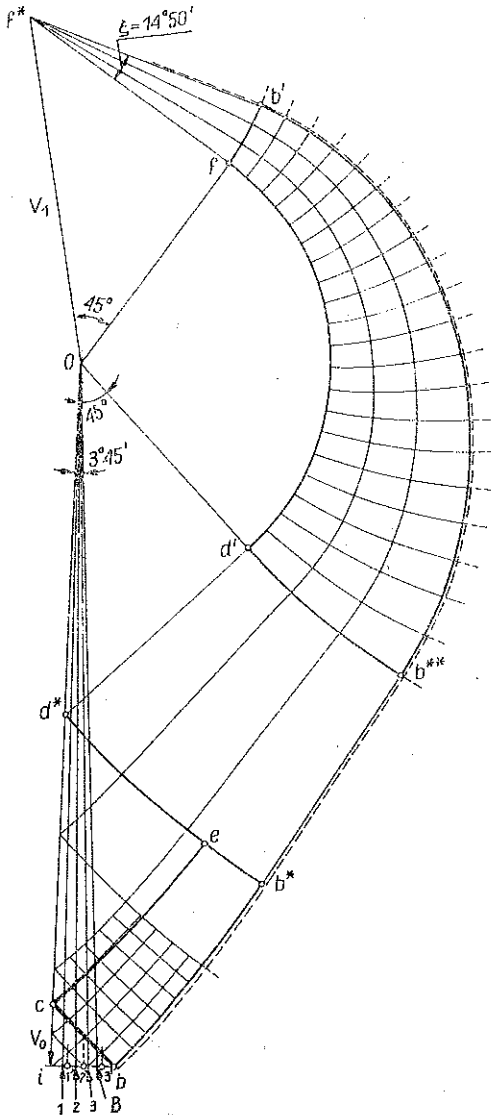
W końcowej fazie procesu, nazwanej umownie drugą, zęby narzędzia wgłębione są w materiał na pewną głębokość określoną promieniem  $R_2$  (rys. 2b). Kontur materiału ma kształt zależny od zarysu zębów narzędzia. Kształt ten można określić na drodze teoretycznej [1]. Dla naszych celów precyzowanie tego kształtu nie jest konieczne; przyjmijmy jedynie, że stopień zaawansowania procesu jest wystarczająco duży, aby strefy plastyczne nie obejmowały powierzchni swobodnej materiału.



Rys 5

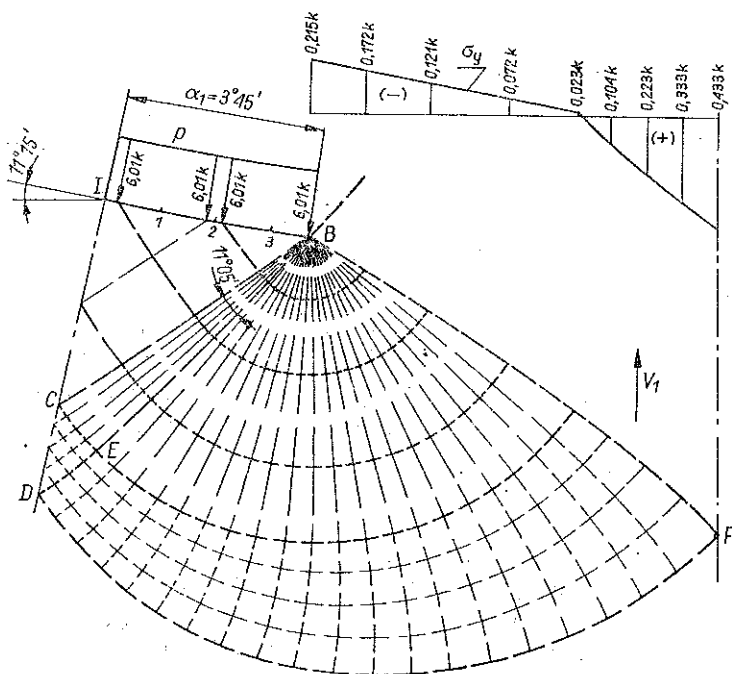
Rysunek 5 przedstawia odpowiedni schemat siatki linii poślizgu. Obszar leżący powyżej linii  $BFB'$  przemieszcza się jako sztywna całość w kierunku pionowym z prędkością  $x_1$ . Z warunku nieściśliwości materiału wynika zależność  $v_1 = v_0 \alpha_1 / \sin \alpha_2$ . Ze względu na nieznaną rozkład nacisków na powierzchni kontaktu narzędzia-

z materiałem nie można wyznaczyć siatki linii poślizgu nie korzystając z warunków dla prędkości. Ilość warunków brzegowych dla prędkości jest natomiast wystarczająca do skonstruowania hodografu, a więc rozwiązanie należy do klasy tzw. zagadnień kinematycznie wyznaczalnych. Tzw. półodwrotną metodę rozwiązywania zagadnień tego typu podał SOKOŁOWSKI [7 i 8]. Poniżej zastosujemy graficzną wersję tej metody [3].



Ryc. 6

Sposób budowy hodografu zilustrowany jest na rys. 6. Linie poślizgu  $FB$  i  $FD$  (rys. 5) są liniami nieciągłości prędkości o intensywności  $v_1/\sqrt{2}$ , a więc odwzorowują się na płaszczyźnie hodografu jako odpowiednie łuki okręgów o promieniu  $v_1/\sqrt{2}$ . Rozpoczynając od tych łuków można rozbudować siatkę hodografu do takiego stopnia, jaki będzie niezbędny przy znajdowaniu na niej odwzorowania łuku kontaktu  $BI$ . Odwzorowanie to można znaleźć graficznie korzystając z warunku (por. poprzedni punkt), że obraz  $p$  dowolnego punktu  $P$  linii kontaktu  $IB$  musi leżeć na prostej równoległej do stycznej do linii  $IB$  w punkcie  $P$ , stycznej do okręgu zatoczonego z bieguna hodografu promieniem  $v_0$ . Położenie punktu  $p$  na tej prostej jest określone przez warunek, aby linie siatki hodografu przechodzące przez punkt  $p$  przecinały tę prostą pod kątem  $45^\circ$ . Położenie punktu  $p$  można wyznaczyć graficznie z dużą dokładnością znajdując punkt przecięcia rozważanej prostej z linią łączącą te węzły siatki hodografu, w których kąt nachylenia linii siatki do tej prostej jest właśnie równy  $45^\circ$ . W ten sposób można wyznaczyć odwzorowania szeregu punktów linii  $IB$  (rys. 6).



Rys. 7

Po zbudowaniu hodografu można przystąpić do konstruowania siatki linii poślizgu (rys. 7). Prowadząc przez punkty linii  $IB$  linie odcinkami ortogonalne do odpowiednich linii siatki hodografu, można wyznaczyć siatkę linii poślizgu w krzywoliniowym trójkącie  $IBC$ . Rozwiązując zdegenerowane zagadnienie charakterystyczne w obszarze  $BCE$  i mieszane w  $CDE$ , a następnie zdegenerowane zagad-

nienie charakterystyczne w obszarze  $BDF$ , można wyznaczyć całą siatkę linii poślizgu. Wykorzystuje się przy tym fakt, że kąty obrotu linii poślizgu i ich odwzorowań na planie prędkości są równe, np. kąt wachlarza  $EBC$  jest równy kątowi obrotu linii  $ce$ . Metodą FORDA [4] można sprawdzić, że moc dysypowana jest dodatnia w całym uplastycznionym obszarze.

Na rys. 6 i 7 przedstawiono hodograf i siatkę linii poślizgu (dla  $1/32$  przekroju) dla  $\alpha_1 + \alpha_2 = 11^\circ 15'$  (tzn.  $n=16$ ) oraz  $\alpha_2 = 2\alpha_1 = 7^\circ 30'$ . Współrzędne węzłów siatki hodografu wyznaczono numerycznie, a odwzorowanie linii kontaktu na płaszczyźnie hodografu oraz siatkę linii poślizgu wyznaczono wykreślenie. O dokładności konstrukcji może świadczyć fakt, że punkt  $F$ , który powinien leżeć na osi symetrii, wypadł bardzo blisko niej.

Z warunku równowagi obszaru sztywnego powyżej linii  $FB$  wyznaczono wartość ciśnienia w punkcie  $F$ , a następnie rozkład nacisków na powierzchni kontaktu  $BF$  (rozkład ten jest prawie równomierny). Wyniki uwidoczniiono na rys. 7.

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

Praca stanowi kolejny przykład zastosowania metody linii poślizgu do analizy procesu obróbki plastycznej, w tym przypadku procesu kształtowania zębów wewnętrznych. Analizowane zagadnienie charakteryzuje się odmiennymi od zwykle występujących warunkami brzegowymi dla prędkości na powierzchni kontaktu narzędzia z materiałem. W pracy przedstawiono sposób konstrukcji rozwiązania przy tych warunkach brzegowych.

Przeprowadzona analiza dostarcza informacji o pewnym znaczeniu praktycznym (wyznaczono wartości nacisków działających na powierzchni zębów narzędzia, określono zasięg stref plastycznych). Na podstawie uzyskanych rozwiązań można oszacować wartość niezbędnego nacisku wywieranego na przedmiot przez obejmę zapobiegającą jego rozepchnięciu.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. LE QUANG MINH, Praca Doktorska, Politechnika Warszawska 1976.
2. R. HILL, *The mathematical theory of plasticity*, Clarendon Press, Oxford 1950.
3. W. SZCZEPIŃSKI, *Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej*, PWN, Warszawa 1967.
4. H. FORD, *Advanced mechanics of materials*, Longmans 1963.
5. V. V. SOKOLOVSKIJ, *Teoria plastičnosti*, Moskwa 1969.
6. V. A. ZALNIN, D. D. IVLEV, *K teorii vdavlivanija šampa w plastičeskuju sredu*, PMTF, 3, 214 1960.
7. V. V. SOKOLOVSKIJ, *Pola napraženij i skorostiej pri voločenii plastičeskoj pošosy*, Inż. Zurnal, 2, 298, 1962.
8. V. V. SOKOLOVSKIJ, *Complete plane problems of plastic flow*, J. Mech. Phys. Solids, 10, 353, 1962.



## Резюме

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАДИАЛЬНОГО ВЫЖИМАНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ШЛИЦЕВОГО ВАЛА

При использовании метода линий скольжения проведен анализ проблемы радиального выжимания внутренней поверхности шлицевого вала. Даются сетки линий скольжения и соответствующие годографы скорости для вступительной и остаточной фаз процесса; определены распределения нажимов на поверхности инструмента.

## SUMMARY

## THEORETICAL ANALYSIS OF RADIAL EXTRUSION OF THE INNER SURFACE OF SPLINES

The method of slip lines is applied to the analysis of the problem of radial extrusion of the inner surface of splines. Slip line networks and the corresponding velocity hodographs for the initial and final phases of the process are given, and pressure distribution on the surface of the tool is presented.

POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

*Praca została złożona w Redakcji dnia 20 grudnia 1979 r.*

---