

DUŻE ODKSZTAŁCENIA SZTYWNO-PLASTYCZNYCH CIENKICH POWŁOK

GRZEGORZ G A S I A K (OPOLE)

Przyjmując sztywno-plastyczny model ciała oraz sztywność na zginanie i ściskanie równą zeru, w pracy przeprowadzono analizę stateczności cienkich powłok o początkowym cylindrycznym kształcie ze sztywnymi swobodnie przesuwanymi denkami obciążonych ciśnieniem wewnętrznym. Zastosowano przy tym odkształceniową teorię plastyczności uogólnioną na zakres dużych odkształceń. W pracy wykazano, że przy niektórych parametrach wzmocnienia materiału może wystąpić zjawisko niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia.

1. WSTĘP

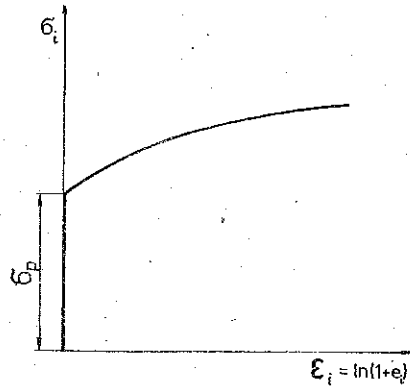
Zastosowanie teorii dużych odkształceń do obliczeń cienkich powłok poddanych ciśnieniu wewnętrznemu daje możliwość określenia ich nośności, tj. wyznaczenia obciążenia granicznego, które w literaturze przyjęto nazywać obciążeniem krytycznym przy rozciąganiu [1 i 2]. Przy tym można przeanalizować i cały proces odkształcenia powłoki do chwili utraty jej nośności. Oprócz tego określeniu podlegają stan naprężenia, zmiana kształtu i grubość z narastaniem obciążenia.

Ponieważ w teorii dużych odkształceń uważa się, że odkształcenia sprężyste są znikomo małe w porównaniu z plastycznymi, przeto wykorzystanie sztywno-plastycznego modelu ciała okazuje się w pełni uzasadnione. Ten model ciała w teorii dużych odkształceń był wykorzystywany w szeregu prac. Jednak konieczne jest tu zwrócenie uwagi na niektóre osobliwości związane z zastosowaniem modelu sztywno-plastycznego ciała w teorii dużych odkształceń.

Stosując ten model dla teoretycznego wyznaczenia obciążenia krytycznego, autorzy prac [3–5] sygnalizują występowanie zjawiska niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia, lecz nie poddają go analizie. Opis fizycznej strony powyższego zjawiska zawarty jest w pracy [6]. Należy podkreślić, że przy wyznaczeniu obciążenia krytycznego jesteśmy zmuszeni brać pod uwagę cały wykres odkształcenia, począwszy od punktu zerowego (rys. 1).

Dla odcinka początkowego wykresu odkształcenia sztywno-plastycznego ciała przy intensywności odkształceń ε_i równej zeru i intensywności naprężeń σ_i mniejszej od granicy plastyczności σ_p , związek między intensywnością naprężeń i odkształceń jest niejednoznaczny, a w punkcie o współrzędnych $\varepsilon_i=0$, $\sigma_i=\sigma_p$ pochodna intensywności naprężeń względem intensywności odkształceń jest nieciągła, ponieważ nieskończona wartość tej pochodnej zmienia się na skończoną. Właśnie te osobli-

wości doprowadziły do tego, że przy wyznaczeniu obciążenia krytycznego autorzy prac [3-5] otrzymali klasę powłok, która była niestateczna już w chwili uplastycznienia.



Rys. 1. Schematyczny wykres odkształcenia dla modelu sztywno-plastycznego materiału o potęgowym wzmocnieniu

Celem niniejszej pracy jest przeprowadzenie analizy wyżej wymienionego zjawiska na przykładzie obliczeń cienkich powłok o początkowo cylindrycznym kształcie ze sztywnymi swobodnie przesuwnymi denkami, obciążonych równomiernym ciśnieniem wewnętrznym, a tym samym i określenie obciążeń uplastyczniających, powyżej których rozwiązanie powłoki według teorii dużych odkształceń jest poprawne w przypadku wykorzystania sztywno-plastycznego modelu ciała.

2. ZAŁOŻENIA WSTĘPNE I RÓWNANIA POWŁOKI

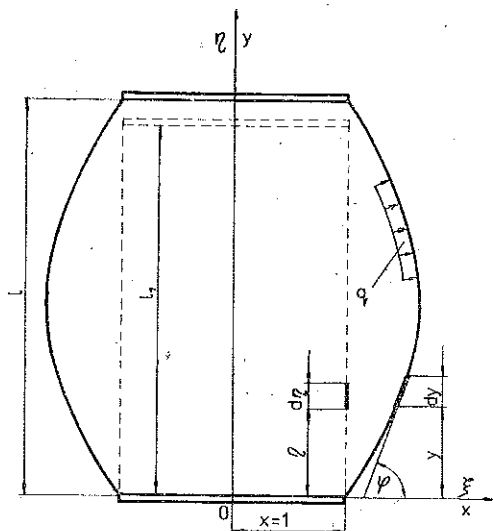
Zakłada się, że sztywność powłoki na zginanie i ściskanie jest równa zeru, a także przyjmuje się zwykle założenia teorii cienkich powłok. Przyjęto również, że cylindryczna powłoka w procesie odkształcenia zostaje ciałem osiowoosymetrycznym (rys. 2).

Powierzchnię środkową powłoki rozpatrzono w następującym bezwymiarowym cylindrycznym układzie współrzędnych odniesionych do R_1 : promienia nieodkształconego cylindra, współrzędnych xOy , początek których związano ze środkiem jednego z denek.

Niech ξ i η będą wartościami x i y przed odkształceniem. Odkształcenia główne liczone w mierze logarytmicznej Hencky'ego są następujące: ϵ_1 południkowe, ϵ_2 równoleżnikowe i ϵ_3 normalne do powłoki dla dowolnego ustalonego stanu obciążenia; określamy je ze wzorów [7]

$$(2.1) \quad \epsilon_1 = \ln \left(\frac{dx}{d\eta} \frac{1}{\cos \varphi} \right), \quad \epsilon_2 = \ln x, \quad \epsilon_3 = \ln h,$$

gdzie $h=H/H_1$, H — grubość odkształconej powłoki, H_1 — grubość początkowa, φ — kąt, zawarty pomiędzy styczną do południka a płaszczyzną prostopadłą do osi obrotu (rys. 2).



Rys. 2. Powłoka przed ----- i po odkształceniu —————

Przyjęto zaproponowane przez DAVIS i NADAI [8, 9] zależności między naprężeniami i odkształceniami, które można uważać jako ekstrapolację na zakres dużych odkształceń podstawowych zależności odkształceniowej teorii plastyczności [10].

Równania odkształceniowej teorii plastyczności Davisa-Nadai'a dla cienkiej osiowoosymetrycznej powłoki mają postać [11]:

$$(2.2) \quad \sigma_i = K p_i = K f(\varepsilon_i),$$

$$(2.3) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0,$$

$$(2.4) \quad \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{p_1 - p_2} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{p_2 - p_3} = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{p_3 - p_1} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_i}{p_i},$$

gdzie K oznacza stałą, mającą wymiar naprężenia p_1 i p_2 odniesione do tej wielkości południkowe σ_1 i równoleżnikowe σ_2 naprężenia ($\sigma_3 \approx 0$); $f(\varepsilon_i)$ funkcję, która może być dana graficznie lub za pomocą funkcji, aproksymującej ten wykres; σ_i i ε_i intensywności naprężeń i odkształceń określone odpowiednio wzorami:

$$(2.5) \quad \sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}, \quad \varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}.$$

Funkcję (2.2) aproksymowano potęgową funkcją [13]

$$(2.6) \quad f(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i}{K} = (A + \varepsilon_i)^n,$$

opisują wykres odkształcenia przedstawiony na rys. 1, gdzie A oznacza bezwymiarowy współczynnik ($n \leq 1$).

Równania równowagi odkształconego elementu powłoki mają postać [7]

$$(2.7) \quad \frac{d}{dx} (xhp_1 \sin \varphi) = Qx, \quad \frac{d}{dx} (xhp_1) = p_2 h,$$

gdzie $Q = (qR_1)/(KH_1)$ oraz q oznacza intensywność ciśnienia wewnętrznego.

Na podstawie równań równowagi (2.7), fizycznych (2.2), (2.3) i (2.4) i geometrycznych (2.1) — otrzymano następujące układy równań:

$$(2.8) \quad \frac{dx}{d\eta} = \frac{\cos \varphi}{xh}, \quad \frac{dy}{d\eta} = \frac{\sin \varphi}{xh},$$

$$\frac{dh}{d\eta} = -\frac{\cos \varphi}{x^2} \frac{(A + \varepsilon_i) [3\varepsilon_i^2 (2 \ln x + \ln h + 1) - 2 (\ln x + 2 \ln h) (2 \ln x + \ln h)] + 2n\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h) (2 \ln x + \ln h)}{(A + \varepsilon_i) [3\varepsilon_i^2 (\ln x + 2 \ln h + 2) - 2 (\ln x + 2 \ln h)^2] + 2n\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h)^2}$$

oraz

$$(2.9) \quad \varphi = \arcsin \frac{Qx}{2hp_1},$$

$$p_1 = -\frac{2}{3} (\ln x + 2 \ln h) \frac{(A + \varepsilon_i)^n}{\varepsilon_i},$$

$$p_2 = \frac{2}{3} (\ln x - \ln h) \frac{(A + \varepsilon_i)^n}{\varepsilon_i}.$$

Dla układu równań różniczkowych (2.8) mamy następujące warunki brzegowe:

$$(2.10) \quad \eta=0: \quad x=1, \quad y=0, \quad h=h_0, \quad p_2 = \frac{1}{2} p_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(A + \frac{2}{\sqrt{3}} |\ln h_0| \right)^n;$$

$$(2.11) \quad \eta = \frac{l_1}{2}: \quad \varphi = \frac{\pi}{2},$$

gdzie parametr h_0 , który należy określać w procesie całkowania, oznacza grubość powłoki przy denku ($\eta=0$) a l_1 odniesioną do $2R_1$ początkową długość powłoki.

W przypadku gdy $A=0$, funkcja (2.6) przyjmie postać [12]

$$(2.12) \quad f(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i}{K} = \varepsilon_i^n,$$

a układy równań (2.8) i (2.9) będą wówczas identyczne z otrzymanymi w pracy [11].

Gdy w równaniu (2.6) przyjmiemy $n=1$ i $A=1/\lambda$, gdzie $\lambda=K/\sigma_p$, to otrzymamy następującą funkcję:

$$(2.13) \quad f(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i}{\sigma_p} = 1 + \lambda \varepsilon_i,$$

która opisuje wykres odkształcenia dla sztywno-plastycznego modelu materiału ze wzmocnieniem liniowym [14].

Układy równań (2.8) i (2.9) mają w tym przypadku postać:

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{\cos \varphi}{xh}, \quad \frac{dy}{d\eta} = \frac{\sin \varphi}{xh},$$

$$(2.14) \quad \frac{dh}{d\eta} = -\frac{\cos \varphi}{x^2} \times$$

$$\left(\frac{1}{\lambda} + \varepsilon_i \right) [3\varepsilon_i^2 (2 \ln x + \ln h + 1) - (2 \ln x + 2 \ln h)(2 \ln x + \ln h)] +$$

$$\frac{2\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h) (2 \ln x + \ln h)}{2\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h) (2 \ln x + \ln h)},$$

$$\times \frac{\left(\frac{1}{\lambda} + \varepsilon_i \right) [3\varepsilon_i^2 (\ln x + 2 \ln h + 2) - 2 (\ln x + 2 \ln h)^2] + 2\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h)^2}{\left(\frac{1}{\lambda} + \varepsilon_i \right) [3\varepsilon_i^2 (\ln x + 2 \ln h + 2) - 2 (\ln x + 2 \ln h)^2] + 2\varepsilon_i (\ln x + 2 \ln h)^2},$$

$$\varphi = \arcsin \frac{Qx}{2hp_1},$$

$$p_1 = -\frac{2}{3} (\ln x + 2 \ln h) \frac{1 + \lambda\varepsilon_i}{\varepsilon_i},$$

$$p_2 = \frac{2}{3} (\ln x - \ln h) \frac{1 + \lambda\varepsilon_i}{\varepsilon_i},$$

gdzie wielkości p_1 , p_2 i Q są odniesione do σ_p .

Warunki brzegowe (2.10) i (2.11) dla układu (2.14) różnią się tylko ostatnim z warunków (2.10):

$$p_2 = \frac{1}{2} p_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3} \lambda |\ln h_0|.$$

Dla granicznych długości cienkich powłok, (tj. przy $l_1 \rightarrow 0$ i $l_1 \rightarrow \infty$), rozwiązanie tego problemu otrzymano w postaci analitycznej. W przypadku gdy długość powłoki dąży do zera ($l_1 \rightarrow 0$) a wykres odkształcenia aproksymowany jest funkcją (2.6), mamy

$$Q_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} A^n, \quad Q_* = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{2n}{\sqrt{3}} \right)^n \exp \left(\frac{\sqrt{3}}{2} A - n \right);$$

natomiast przy aproksymacji funkcją (2.13) otrzymamy

$$Q_0 = \frac{4}{\sqrt{3}}, \quad Q_* = \frac{8}{3} \lambda \exp \left(\frac{\sqrt{3}}{2\lambda} - 1 \right),$$

gdzie Q_0 oznacza obciążenie uplastyczniające, które należy przyłożyć do powłoki, aby rozwiązanie zadania było poprawne, tj. miało sens fizyczny; Q_* oznacza obciążenie krytyczne przy rozciąganiu.

Dla cienkiej cylindrycznej powłoki o długości dążącej do nieskończoności ($l_1 \rightarrow \infty$) przy przyjętych funkcjach (2.6) i (2.11) otrzymamy odpowiednio

$$Q_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} A^n, \quad Q_* = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{n}{\sqrt{3}} \right)^n \exp(\sqrt{3}A - n),$$

oraz

$$Q_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad Q_* = \frac{2}{3} \lambda \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{\lambda} - 1\right).$$

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Całkowanie numeryczne układu równań (2.8) prowadzono przy wykorzystaniu metody Rungego-Kutty.

Ze względu na brak bezpośredniej zależności między parametrem obciążenia Q i parametrami odkształcenia na granicach przedziału całkowania — należy wybierać Q , przyjmując uprzednio wielkość h_0 lub na odwrót. Zmieniając jeden z tych parametrów przy wybranym znaczeniu drugiego, całkowanie należy prowadzić do chwili spełnienia warunku (2.11). Jednakże wartości powyższych parametrów nie można obierać w sposób dowolny. Dla każdej konkretnej powłoki istnieje swoisty przedział wartości parametrów początkowych, granice których w większości przypadków wyznacza się numerycznie.

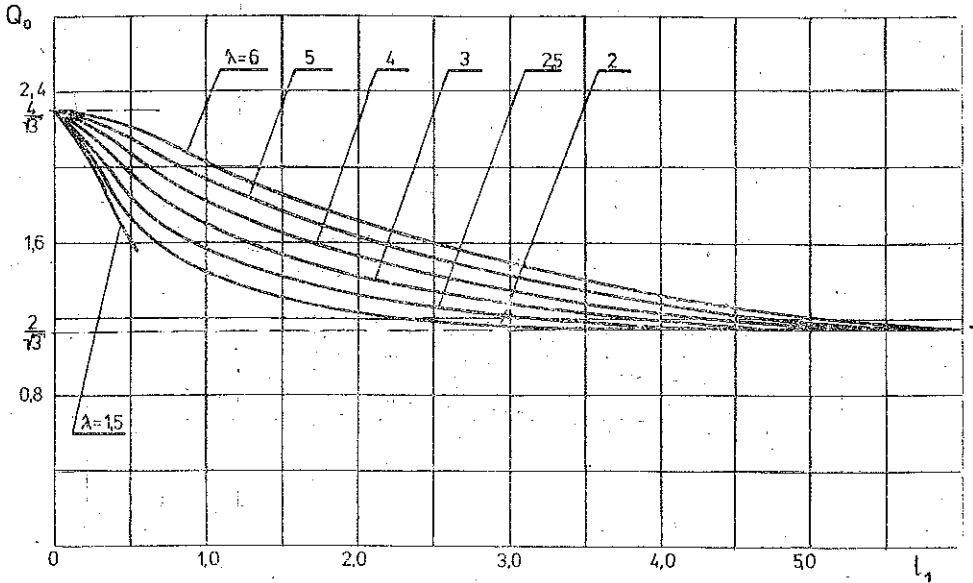
Wyżej opisaną drogą problem brzegowy sprowadzony został do problemu początkowego, a rozwiązanie jego otrzymano metodą półodwrotną. Obrano parametry Q i l_1 , a zmieniono h_0 do chwili spełnienia warunku (2.11). Wszystkie obliczenia były prowadzone za pomocą jednego programu na elektronicznej maszynie cyfrowej M-220M w Ośrodku Obliczeniowym Instytutu Inżynierijno-Budowlanego w Moskwie.

4. ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ

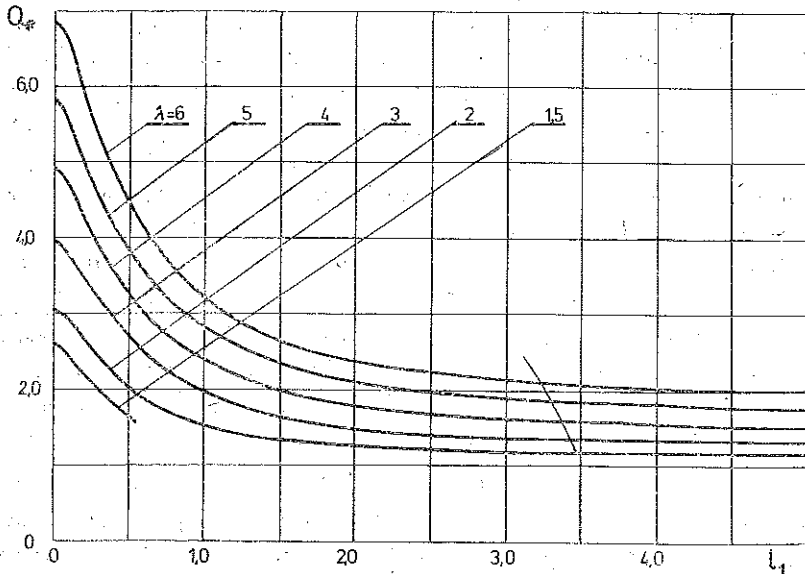
Na rys. 3 i 4 przedstawiono graficznie funkcje $Q_0 = f(l_1)$ i $Q_* = f(l_1)$ przy różnych wartościach parametru wzmocnienia λ w przypadku przyjęcia sztywno-plastycznego modelu materiału ze wzmocnieniem liniowym.

Zakładając, że parametr wzmocnienia $\lambda = \text{const.}$ z rys. 3 odczytamy, że w miarę zmniejszania długości powłoki l_1 ulega podwyższeniu obciążenie uplastyczniające Q_0 , a tym samym podwyższeniu ulega granica, poniżej której występuje zjawisko niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia. Linie ciągłe na powyższym rysunku odpowiadają dolnym wartościom obszaru możliwych obciążeń, przy których rozwiązanie zadania jest poprawne. Wykresy przedstawione na tym rysunku pozwalają dla przyjętego materiału o określonym λ — wyznaczyć dla dowolnej długości l_1 obciążenie uplastyczniające Q_0 , a przez to uniknąć zjawiska niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia. Zwraca się uwagę na fakt, że w przypadku granicznych długości $l_1 \rightarrow 0$ i $l_1 \rightarrow \infty$ obciążenie Q_0 nie zależy od parametru wzmocnienia λ .

Wykresy na rys. 4 charakteryzują sposób zmiany wartości obciążenia krytycznego Q_* w zależności od długości l_1 . Dla danego λ i l_1 obciążenie w powłoce może osiągnąć wartości równe rzędnej na odpowiedniej krzywej, tj. wartości obciążenia krytycznego Q_* , po przekroczeniu którego powłoka traci stateczność osiowosymetrycznego kształtu, a w konsekwencji traci i swą nośność.

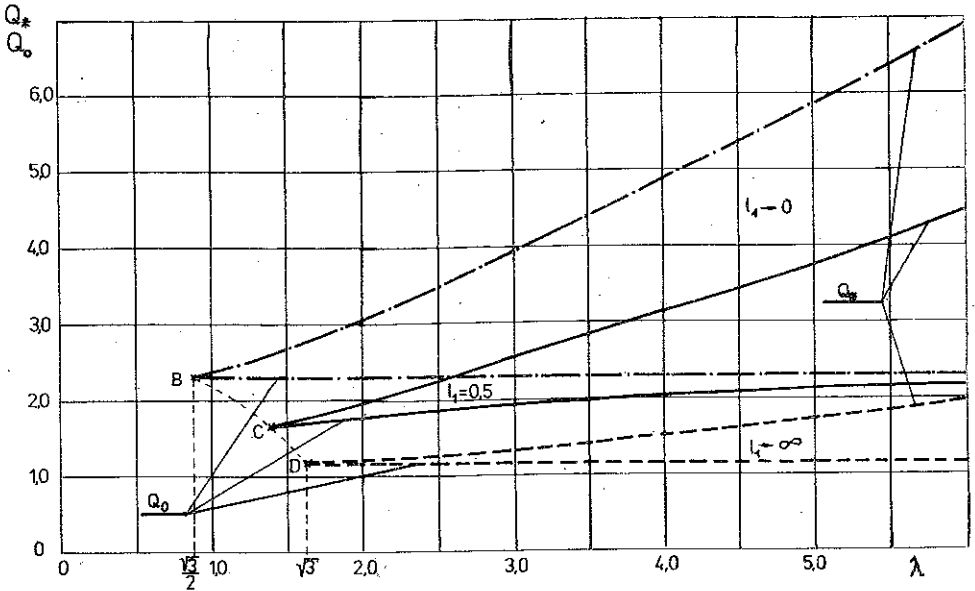


Rys. 3. Wykresy funkcji $Q_0 = f(l_1)$ dla niektórych λ



Rys. 4. Wykresy funkcji $Q_* = f(l_1)$ dla niektórych λ

Wpływ parametru wzmocnienia λ na wartość zarówno obciążenia krytycznego Q_* jak i uplastyczniającego Q_0 , a tym samym i na zjawiska utraty nośności i utraty stateczności w chwili uplastycznienia obrazuje rys. 5. Obniżając sukcesywnie λ przy określonych l_1 dochodzimy do punktów, w których krzywe odpowiadające obciążeniu

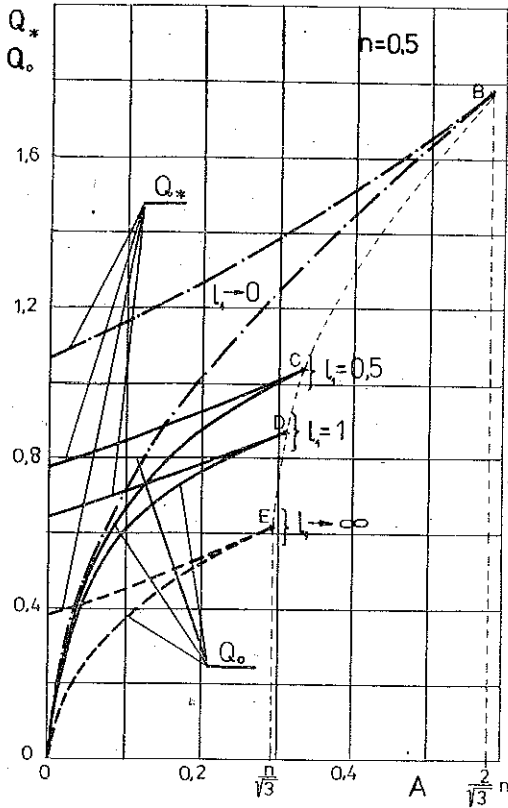


Rys. 5. Wykresy funkcji $Q_0=f(\lambda)$ i $Q_*=f(\lambda)$

żeniom Q_* i Q_0 przecinają się (punkty B, C i D; rys. 5). Są to punkty osobliwe, w których obciążenie uplastyczniające Q_0 jest zarazem obciążeniem krytycznym Q_* . Gdy obciążenie osiągnie wartości odpowiadające tym punktom, to powłoka okazuje się niestateczna w chwili uplastycznienia i zarazem wyczerpuje się jej nośność. Współczynnik wzmocnienia λ odpowiadający tym punktom osobliwym oznaczono przez λ_* . Dla $\lambda < \lambda_*$ rozpatrywana powłoka jest niestateczna w chwili uplastycznienia przy każdej wartości obciążenia. Na podkreślenie zasługuje tu fakt, że dla powłok o skończonych długościach wraz ze wzrostem λ podwyższeniu ulega obciążenie Q_0 , co nie występuje przy długościach $l_1 \rightarrow 0$ i $l_1 \infty$. Mając do dyspozycji wykresy podobnego typu, co przedstawione na rys. 5, można dla danego materiału i długości określić obciążenia Q ($Q_0 < Q < Q_*$), przy których powłoka będzie stateczna.

Na rys. 6 graficznie przedstawiono wpływ parametru A na zjawisko niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia oraz na jej nośność — w przypadku przyjęcia sztywno-plastycznego modelu materiału ze wzmocnieniem potęgowym. Podkreśla się, że przy $A=0$ nie występuje zjawisko niestateczności w chwili uplastycznienia, a przedział możliwych obciążeń jest maksymalny. Rys. 6 potwierdza fakt, że niestateczność w chwili uplastycznienia występuje tylko w powłokach, dla których przyjęto sztywno-plastyczny model materiału. Nadmienić należy, że problemowi numerycznego wyznaczenia nośności powłok cylindrycznych w świetle odkształ-

ceniowej teorii plastyczności przy parametrze $A=0$ poświęcone są prace [15 i 16]. Wyniki obliczeń otrzymane w naszej pracy przy $A=0$ okazały się zbliżone z wynikami prac [15 i 16].

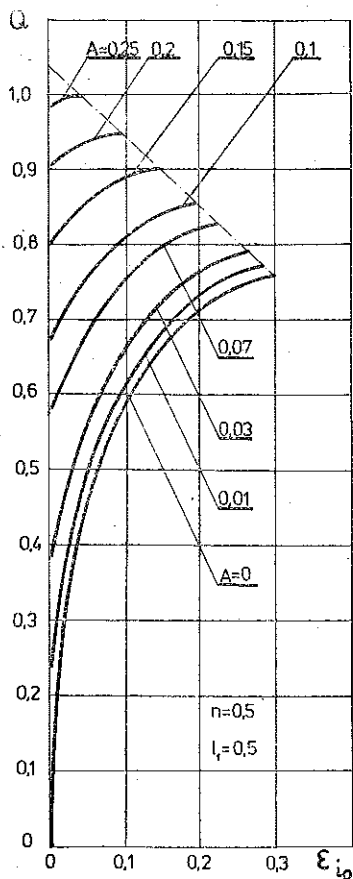


Rys. 6. Wykresy funkcji $Q_0=f(A)$ i $Q^*=f(A)$

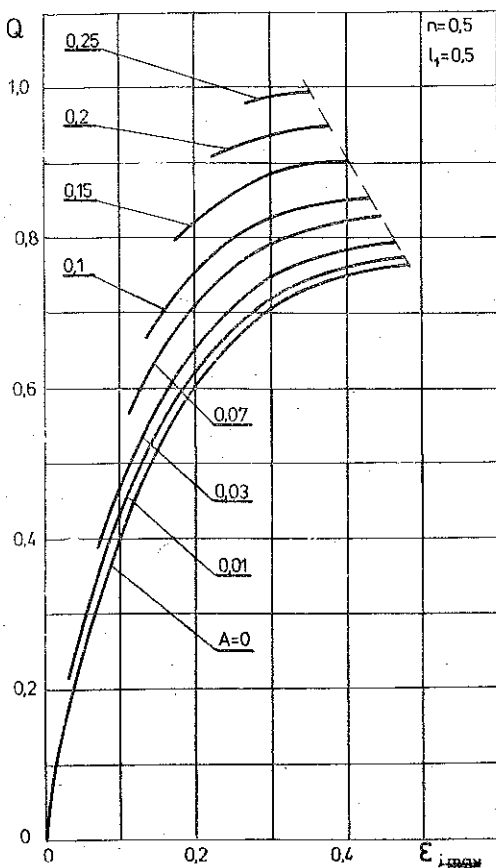
Poddając analizie rys. 6 stwierdzamy, że wraz ze wzrostem parametru A podwyższeniu ulegają obciążenie krytyczne Q_* i obciążenie uplastyczniające Q_0 , poniżej którego powłoka jest niestateczna w chwili uplastycznienia. Przy pewnej wartości parametru A (oznaczamy go przez A_*) krzywe odpowiadające Q_* i Q_0 przecinają się w jednym punkcie (punkty B , C , D i E ; rys. 6), w którym Q_0 jest równe Q_* . W przedziale $0 < A < A_*$ rozpatrywana powłoka jest niestateczna w chwili uplastycznienia tylko przy wartościach obciążeń leżących poniżej krzywych odpowiadających Q_0 , natomiast dla $A > A_*$ powłoka jest niestateczna w chwili uplastycznienia przy dowolnym obciążeniu. Dla każdej powłoki l_1 przy $n = \text{const}$ istnieją inne przedziały obciążeń, jak również i inne wartości A_* .

Celem zilustrowania funkcji $Q=f(\varepsilon_{i \max/0})$ wykonano wykresy tych funkcji na rys. 7 i 8 dla powłoki o długości $l_1=0,5$ przy $n=0,5$, gdzie $\varepsilon_{i \max}$ i ε_{i_0} oznaczają intensywności odkształceń odpowiednio na równiku i przy denku powłoki. Na rysunkach tych zauważyć można, że w przypadku $A=0$ krzywe biorą swój początek

przy $\varepsilon_i = Q = 0$, natomiast dla $A \neq 0$ i $Q = Q_0$ odcięte początków krzywych przyjmują wartości $\varepsilon_i > 0$, a nie $\varepsilon_i = 0$, ponieważ dla obciążenia Q_0 nie istnieje rozwiązanie przy $\varepsilon_i = 0$. Mając na uwadze to, że rozpatrywana powłoka cylindryczna zakończona jest sztywnymi, nieodkształcalnymi denkami, odkształcenia przy denku są ograniczone, natomiast na równiku przybierają wartości maksymalne. Potwierdza to również kształt powłoki przedstawionej na rys. 2.



Rys. 7. Wykresy funkcji $\varepsilon_{i_0} = \varepsilon_{i_0}(Q)$ dla punktu przy denku powłoki przy różnych wartościach parametru A



Rys. 8. Wykresy funkcji $\varepsilon_{i_{max}} = \varepsilon_{i_{max}}(Q)$ dla punktu w środku powłoki przy różnych wartościach parametru A

Na zakończenie wyjaśnić należy, że powyższa analiza zjawiska niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia jest łatwa do przeprowadzenia w świetle odkształceniowej teorii plastyczności, natomiast według teorii płynięcia analiza powyższa jest trudna do przeprowadzenia, ponieważ układy równań zawierają równania różniczkowe cząstkowe [17], które wymagają — oprócz warunków brzegowych — również warunków początkowych. Wspomniane warunki początkowe uzyskuje się z rozwiązania tego zadania w świetle odkształceniowej teorii plastyczności.

Analizę porównawczą rezultatów obliczeń stateczności powłoki o początkowym cylindrycznym kształcie, uzyskanych według odkształceniowej teorii plastyczności i teorii płynięcia przy parametrze $A=0$, zawiera praca [17].

5. ZAKOŃCZENIE

Z powyższych rozważań wynikają następujące spostrzeżenia:

1. Powłoka, za materiał której przyjęto sztywno-plastyczny model ciała, poddana ciśnieniu wewnętrznemu traci stateczność w wyniku osiągnięcia obciążenia krytycznego. Przy pewnych zakresach wartości parametrów wzmocnienia może wystąpić zjawisko niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia.

2. Zjawisko niestateczności powłoki w chwili uplastycznienia związane jest z faktem przyjęcia sztywno-plastycznego modelu materiału.

3. Przy przyjętych funkcjach odkształcenia dla sztywno-plastycznego modelu materiału z potęgowym i liniowym wzmocnieniem wyznaczono obszary dla powłoki cylindrycznej, przy których nie wystąpi zjawisko niestateczności w chwili uplastycznienia.

4. Zaproponowana metoda pozwala otrzymać poprawne, tj. mające sens fizyczny, rozwiązanie zadania stateczności powłoki; wykorzystuje się przy tym sztywno-plastyczny model materiału.

Autor wyraża swą głęboką wdzięczność Panu Profesorowi A. S. GRIGORIEWOWI za naukowe przewodnictwo, cenne inspiracje i uwagi krytyczne.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. С. Григорьев, *Об устойчивости безмоментных оболочек вращения в условиях растяжения*, Мех. твер. тела, 1, 1967.
2. A. S. GRIGORIEV, *Tensile instability in cases of large deformations*, Geophys. J. R. astr. Soc., 14, 1967.
3. M. A. SALMON, *Plastic instability of cylindrical shells with rigid end closures*, Trans. ASME, ser. E. J. Appl. Mech., 30, 3, 1963.
4. C. J. COSTANTINO, M. A. SALMON, N. A. WEIL, *Effect of end conditions on the burst strength of finite cylinders*, Trans. ASME, ser. E, J. Appl. Mech., 31, 1, 1964.
5. Ю. М. Мисевич, М. А. Рудис, В. ЁС. Шаталова, *Исследование несущей способности пластических цилиндрических оболочек*, Труды 7 Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Днепропетровск 1969, Наука Москва, 1970.
6. А. С. Григорьев, В. М. Трушина, *Об использовании модели жесткопластического тела в задачах теории больших деформации тонких оболочек*, Труды 10 Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин, Том 1, Изд. Мещинереба, Тбилиси 1975.
7. А. С. Григорьев, *Равновесие безмоментной оболочки вращения при больших деформациях*, Прикл. мат. и мех., 25, 1961.
8. E. A. DAVIS, *Yielding and fracture of medium carbon steel under combined stress*, J. Appl. Mech., 12, 4, 1945.
9. A. NADAI, *Theory of flow and fracture of solids*, New York-Toronto-London 1950.
10. А. С. Григорьев, *О теории и задачах равновесия оболочек при больших деформациях*, Мех. твер. тела, 1, 1970.

11. A. S. GRIGORIEV, *The stress state and the carrying capacity of flexible plates and shells at large deformations*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam; PWN, Warszawa 1964, repr. Non-Classical Shell Problems, Proc. IASS Symp., Warsaw, Sept. 1963.
12. G. GASIAK, *Analityczna schematyzacja wykresów naprężenie-odkształcenie przy dużych odkształceniach plastycznych, Cz. 1. Schematyzacja quasi-rzeczywistych wykresów rozciągania o potęgowej zależności naprężeń od odkształceń*, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, 34, Mechanika, 8 Opole 1978.
13. G. GASIAK, *Analityczna schematyzacja wykresów naprężenie-odkształcenie przy dużych odkształceniach plastycznych, Cz. 2. Schematyzacja quasi-rzeczywistych wykresów rozciągania o sztywno-potęgowoplastycznej zależności naprężeń od odkształceń*, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, 34, Mechanika, 8, Opole 1978.
14. G. GASIAK, *Analityczna schematyzacja wykresów naprężenie-odkształcenie przy dużych odkształceniach plastycznych, Cz. 3. Schematyzacja quasi-rzeczywistych wykresów rozciągania o sztywno-liniowoplastycznej zależności naprężeń od odkształceń*, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, 34, Mechanika, 8, Opole 1978.
15. В. М. Трушина, *Большие деформации и несущая способность оболочки начальной цилиндрической формы*, Мех. твер. тела, 5, 1971.
16. S. FUCHIZAWA, H. TAKEYAMA, *Study on the bulge forming of thinwalled cylinder*, J. Japan Soc. Precision Eng-g, 37, 8, 1971.
17. Г. Гасяк, *Несущая способность безмоментной оболочки начальной цилиндрической формы при больших деформациях*, Известия ВУЗов. Машиностроение, 7. 1977.

Резюме

БОЛЬШИЕ ДЕФОРМАЦИИ ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

Принимая жестко-пластическую модель тела и жесткость на изгиб и сжатие равную нулю, в работе проведен анализ устойчивости тонких оболочек, с начальной цилиндрической формой, с жесткими свободно передвигаемыми доньшками, нагруженными внутренним давлением. При этом применена деформационная теория пластичности обобщенная на область больших деформаций.

В работе показано, что при некоторых параметрах упрочнения материала может выступить явление неустойчивости оболочки в момент перехода в пластическое состояние.

SUMMARY

LARGE DEFORMATIONS OF THIN RIGID-PLASTIC SHELLS

Using the rigid-plastic model of the material and zero flexural and compressional rigidities of thin shells, the analysis of stability is presented; in the initial state the shell is cylindrical and possesses rigid, slidable heads loaded by internal pressure. The problem is solved by means of the theory of plasticity generalized to large deformations.

It is proved that under certain hardening parameters of the material, the phenomenon of instability may occur at the instant of yielding.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA W OPOLU

Praca została złożona w Redakcji dnia 26 kwietnia 1978 r.