ROZPRAWY INŻYNIERSKIE • ENGINEERING TRANSACTIONS • 27, 1, 135—144, 1979
Polska Akademia Nauk • Instytut Podstawowych Problemów Techniki

EFEKTYWNOŚĆ SIŁOWEJ I PRZEMIESZCZENIOWEJ IZOLACJI DRGAŃ W UKŁADACH MECHANICZNYCH

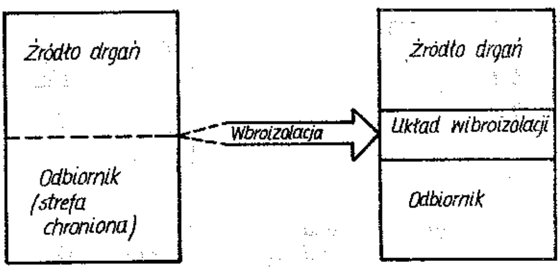
CZESŁAW CEMPEL (POZNAŃ)

Praca przedstawia teorię wibroizolacji siłowej i przemieszczeniowej w układach mechanicznych, w ujęciu podatnościowym. Dzięki takiemu ujęciu udało się wykazać pełną równoważność obu zagadnień i wyprowadzić ogólne warunki, jakie muszą spełniać podatności podukładów dla wystąpienia efektu wibroizolacji.

1. Wstęp

Jedną z możliwości zmniejszenia amplitud drgań w dynamice maszyn jest celowe utrudnienie ich propagacji na drodze «źródło — odbiornik». Najlepszą możliwość takiego pogorszenia propagacji stanowi przerwanie ciągłości drgającej struktury przez wstawienie elementu lub układu pośredniego. Układ ten nosi nazwę izolatora drgań lub wibroizolatora, zjawisko zaś zmniejszenia drgań w jednym układzie na drodze przejścia do drugiego nosi nazwę wibroizolacji. Sytuację tę ilustruje poglądowo rysunek 1.

Dla uproszczenia dalszych rozważań zjawiska wibroizolacji przyjmiemy dwa podstawowe założenia modelowe. Po pierwsze rozpatrywane układy (źródło–wibro-



Rys. 1. Schematyczne ujęcie idei wibroizolacji

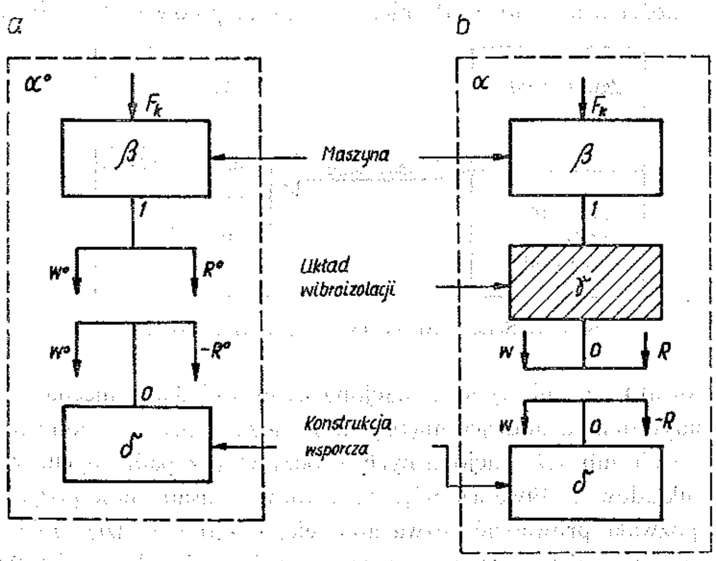
izolator–odbiornik) są liniowymi i stacjonarnymi układami mechanicznymi. Po drugie, oddziaływania zachodzące między nimi można opisać za pomocą procesów zdeterminowanych lub też stacjonarnych procesów przypadkowych. Ze względu na liniowość układów możliwe jest więc zastosowanie zasady superpozycji skutków. To z kolei pozwala prowadzić rozważania elementarne w dziedzinie wymuszeń posługując się widmami fourierowskimi oraz w dziedzinie własności układów przy użyciu transmitancji jako charakterystyk układów (w tym wypadku podatności).

Następne uproszczenie modelowe wynika ze sposobu modelowania połączeń między źródłem, układem wibroizolatora i odbiornikiem. Połączenia rzeczywiste są wielopunktowe lub powierzchniowe, co w ścisłym ujęciu modelowym prowadzi do zagadnień modelowania układów rozciągłych — skończonych lub też prowadzi do modeli dyskretnych w ujęciu macierzowym. Takie podejście, aczkolwiek dokładne, utrudnia obliczenia i wnioskowanie. Niżej więc dla uzyskania właściwej jasności postawienia problemu założymy, że istniejące połączenia między układami dadzą się zmodelować jako połączenia punktowe.

W zagadnieniach praktycznych wibroizolacji spotyka się podział tego problemu na dwie grupy wzajemnych oddziaływań wymagających minimalizacji. W pierwszym przypadku chodzi o separację sił dynamicznych od obszaru chronionego, w drugim zaś o zmniejszenie dynamicznych przemieszczeń układu wrażliwego na drgania. Stąd też biorą się dwa rodzaje wibroizolacji: wibroizolacja siłowa i przemieszczeniowa. Taki podział zagadnień wibroizolacji umożliwia również poczynienie dalszych uproszczeń modelowych, dlatego też niżej zajmiemy się oddzielnie obydwoma rodzajami izolacji drgań.

2. Wibroizolacja siłowa

Rozważmy następujące ogólne zadanie wibroizolacji siłowej maszyn i urządzeń. Maszyna będąca źródłem siły dynamicznej pochodzącej od realizowanego procesu posadowiona jest na konstrukcji wsporczej. Drgania konstrukcji jak i samej maszyny przekraczają dopuszczalne poziomy wynikające ze względów trwałościowo-niezawodnościowych bądź ze względów higieny pracy obsługi. Łatwo się domyślić, że przyczyną przekroczeń amplitud drgań jest zbyt duża siła dynamiczna transmitowana z maszyny na konstrukcję wsporczą oraz nieodpowiedni dobór własności



Rys. 2. Poglądowy szkic zagadnienia wibroizolacji siłowej: a) układ pierwotny, b) układ z wibroizolatorem

dynamicznych łączonych podukładów. Zachodzi więc pytanie: jak dobrać własności układu pośredniego zwanego wibroizolatorem, by siła transmitowana na konstrukcję wsporczą (lub jej amplitudy przemieszczeń) była mała w porównaniu z siłą przenoszoną bez tych zabiegów?

Zagadnienie to, przed i po wstawieniu wibroizolatora, obrazuje rysunek 2. Jak widać z rysunku układ przed i po zamontowaniu wibroizolacji możemy zmodelować za pomocą układów dynamicznych o odpowiednich macierzach podatności α^0 oraz α. Przy czym maszynę zmodelowano tu układem o podatnościach β_{ij}, wibroizolator układem γ_{ij} i konstrukcję wsporczą przez podatności δ_{ij}.

Celem rozwiązania postawionego zadania posłużymy się rachunkiem podatności [1 i 2], gdyż funkcja ta, jak wiadomo, ma charakter transmitnacji widmowej. Przyjmiemy dalej dodatkowo założenie, że wartość siły wzbudzającej drgania całego układu F_k (rys. 2) jest niezależna od własności mechanicznych układów dołączonych (β, γ, δ), co ma miejsce w większości przypadków (np. niewyważenie).

Pierwszym krokiem do rozwiązania postawionego problemu jest zdefiniowanie kryterium wibroizolacji. Najbardziej odpowiednim i miarodajnym spośród wielu stosowanych wydaje się tu być tzw. efektywność wibroizolacji, zdefiniowana na podstawie rysunku 2 w postaci

$$E_R \equiv \left|\frac{R^0}{R}\right| = \left|\frac{w^0}{w}\right|, \tag{2.1}$$

przy czym zjawisko wibroizolacji zajdzie, jeśli oczywiście $E_R > 1$ lub lepiej $E_R \gg 1$.

Przytoczona wyżej alternatywna równość definicyjna stanie się oczywista, jeśli wyrazimy przemieszczenia w^0 i w przez podatności wynikające z rysunku 2 (podatność α_{ij} lub element macierzy podatności α jest amplitudą odpowiedzi układu na jednostkowe wymuszenie harmoniczne w punkcie i mierzoną w punkcie j lub odwrotnie, gdyż $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$), gdyż

$$w^0 = -\delta_{00} R^0, \qquad w = -\delta_{00} R. \tag{2.2}$$

Zamiast więc obliczać siły przekazywane na konstrukcję wsporczą R^0 i R dogodniej jest obliczyć przemieszczenia w^0 i w wychodząc z właściwości układów α^0 i α po syntezie (rys. 2). Postępując w ten sposób, zgodnie z procedurą metody podatności, uzyskamy:

dla układu bez wibroizolacji

$$w^0 = \alpha_{k0}^0 F_k, \qquad \alpha_{k0}^0 = \frac{\delta_{00}\beta_{k1}}{\beta_{11} + \delta_{00}}, \tag{2.3}$$

dla układu z wibroizolatorem

$$w = \alpha_{k0} F_k, \qquad \alpha_{k0} = \frac{\gamma_{10}\delta_{00}\beta_{k1}}{(\delta_{00} + \gamma_{00})(\beta_{11} + \gamma_{11}) - \gamma_{10}^2}. \tag{2.4}$$

Tak więc zgodnie z definicją (2.1) będziemy mieli

$$E_R = \left|\frac{\alpha_{k0}^0}{\alpha_{k0}}\right| = \left|\frac{(\delta_{00} + \gamma_{00})(\beta_{11} + \gamma_{11}) - \gamma_{10}^2}{(\beta_{11} + \delta_{00})\gamma_{10}}\right|. \tag{2.5}$$

Widać więc, że do oceny efektywności wibroizolacji niezbędna jest znajomość podatności maszyny i fundamentu β_{11}, δ_{00} w punktach ich pierwotnego połączenia oraz podatności bezpośredniej i wzajemnej wibroizolatora γ_{00}, γ_{11}, γ_{10}.

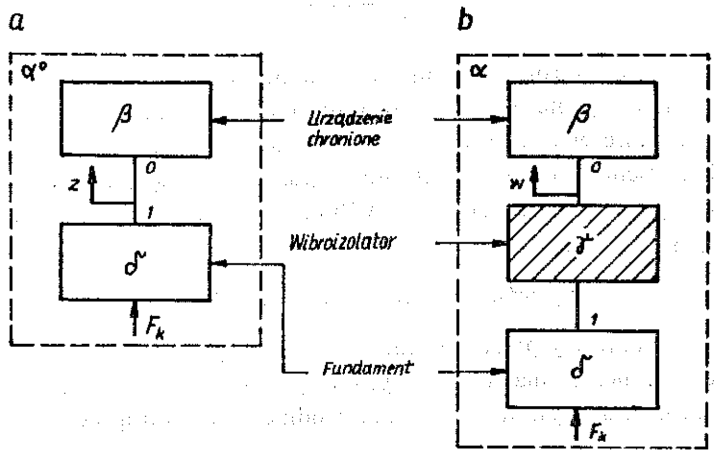
Kwestię optymalnego doboru wzajemnych własności łączonych układów poddamy szczegółowej analizie później. Obecnie zaś rozważymy uproszczone zagadnienie izolacji sił przekazywanych na fundament o dużej sztywności ($\delta_{00}=0$). Wykonując przejście graniczne we wzorze (2.5), mamy

$$E_R^{\delta=0} = \left|\frac{\gamma_{00}(\beta_{11}+\gamma_{11})-\gamma_{10}^2}{\beta_{11}\gamma_{10}}\right|. \tag{2.6}$$

Analiza tej zależności jak i poprzedniej będzie przeprowadzona również później, teraz zaś przejdziemy do zagadnień wibroizolacji przemieszczeniowej.

3. Wibroizolacja przemieszczeniowa

Rozważmy z kolei uogólnione zagadnienie wibroizolacji przemieszczeniowej, gdzie celem jest ochrona przeciwdrganiowa urządzenia o macierzy podatności β, które spoczywa na fundamencie o własnościach δ. Pierwotnym źródłem wymuszenia



Rys. 3. Poglądowy szkic zagadnienia wibroizolacji przemieszczeniowej; a) układ pierwotny, b) układ z wibroizolatorem

jest w ujęciu ogólnym zawsze siła F_k, która wymusza drgania fundamentu tak, jak na rysunku 3.

Kryterium jakości wibroizolacji przemieszczeniowej sformułujemy podobnie jak poprzednio. Zgodnie więc z rysunkiem 3 możemy przedstawić następującą definicję efektywności izolacji przemieszczeniowej:

$$E_z \equiv \left|\frac{z}{w}\right|, \quad E_z > 1. \tag{3.1}$$

Posługując się zaś rachunkiem podatności i rysunkiem 3 możemy dodatkowo napisać

$$z = \alpha_{k0}^{0} F_k, \qquad w = \alpha_{k0} F_k, \tag{3.2}$$

stąd też od razu mamy

$$E_z = \left| \frac{\alpha_{k0}^{0}}{\alpha_{k0}} \right|. \tag{3.3}$$

Przeprowadzając obliczenia zgodnie z metodą podatności dla układów z rysunku 3a i 3b otrzymamy odpowiednio:

dla układu pierwotnego

$$\alpha_{k0}^{0} = \frac{\beta_{11}\, \delta_{k0}}{\delta_{00} + \beta_{11}}; \tag{3.4}$$

dla układu z wibroizolatorem

$$\alpha_{k0} = \frac{\beta_{11}\, \delta_{k0}\, \gamma_{10}}{(\beta_{11} + \gamma_{11})(\delta_{00} + \gamma_{00}) - \gamma_{10}^{2}}. \tag{3.5}$$

Stąd też efektywność wibroizolacji przemieszczeniowej wyrazi się ostatecznie wzorem

$$E_z \equiv \left| \frac{\alpha_{k0}^{0}}{\alpha_{k0}} \right| = \left| \frac{(\delta_{00} + \gamma_{00})(\beta_{11} + \gamma_{11}) - \gamma_{10}^{2}}{(\beta_{11} + \delta_{00})\, \gamma_{10}} \right|. \tag{3.6}$$

Porównując uzyskany rezultat z efektywnością wibroizolacji siłowej, łatwo zauważyć identyczność otrzymanych formuł. Stąd wniosek, że w ramach naszych wzorów definicyjnych (2.1) i (3.1), czyli

$$E_R \equiv \left| \frac{R^0}{R} \right|, \qquad E_z \equiv \left| \frac{z}{w} \right|, \tag{3.7}$$

propagacja oddziaływań siłowych i kinematycznych jest identyczna, gdyż

$$E_z = E_R = E. \tag{3.8}$$

Wynik ten jest bardzo istotny z punktu widzenia aplikacyjnego, gdyż w przypadku najbardziej ogólnym wskazuje możliwość konstrukcji odwracalnych systemów wibroizolacji albo siłowych, albo przemieszczeniowych — z przeznaczeniem zależnym od potrzeb.

Powróćmy jeszcze do analizy uproszczonego modelu wibroizolacji przemieszczeniowej, możliwego do zastosowania przy wymuszeniu kinematycznym (jazda po nieodkształcalnej drodze, ruch fundamentu o bardzo dużej masie, ruch skorupy ziemskiej). W takich wypadkach podatność fundamentu nie ma wpływu na zachowanie się układu, a z wyżej wymienionych przyczyn można założyć $\delta_{00}=0$. Dla takiego przypadku ze wzoru (3.6) otrzymamy

$$E_z^{\delta=0} = \left| \frac{\gamma_{00}(\beta_{11} + \gamma_{11}) - \gamma_{10}^{2}}{\beta_{11}\, \gamma_{10}} \right|, \tag{3.9}$$

a więc wzór identyczny z (2.6).

Jak należało oczekiwać, zagadnienie izolacji siłowej na sztywnym fundamencie jest równoważne zagadnieniu izolacji przemieszczeniowej przy czystym wymuszeniu kinematycznym.

4. Efektywność izolacji a własności dynamiczne układów składowych

Ponieważ rozważamy zagadnienie wibroizolacji w układach złożonych z elementów biernych (w przeciwieństwie do układów aktywnych wymagających dostarczenia energii z zewnątrz), przeto możemy założyć, że wibroizolator jest układem mechanicznym symetrycznym. Oznacza to, że podatność mierzona na jednym jego końcu jest równa podatności na drugim końcu. Tak więc do dalszych rozważań założymy, że

(4.1) $$\gamma_{11}=\gamma_{00},$$

co nie ogranicza możliwości ogólnego wnioskowania.

Przyjmijmy dalej na chwilę, że interesuje nas jedynie przedział częstości niskich, tzn. takich gdzie nie ujawniają się jeszcze własności rezonansowe wibroizolatora. Wtedy nasze wzory końcowe na efektywność wibroizolacji (3.7) można przekształcić do postaci

(4.2) $$E_R=E_z=E=\left|\frac{\delta_{00}\beta_{11}+(\delta_{00}+\beta_{11})\gamma_{11}+\gamma_{11}^2-\gamma_{10}^2}{(\beta_{11}+\delta_{00})\gamma_{10}}\right|.$$

Dla interesującego nas zakresu częstotliwości niskich przy $\omega\to 0$ podatności wibroizolatora zachowują się następująco [3]:

(4.3) $$\frac{\gamma_{11}}{\gamma_{10}}\xrightarrow[\omega\to 0]{}1,\qquad \frac{1}{\gamma_{10}}\xrightarrow[\omega\to 0]{}0,\qquad \frac{\gamma_{11}^2-\gamma_{10}^2}{\gamma_{10}}\xrightarrow[\omega\to 0]{}\frac{1}{k},$$

gdzie k jest łączną sztywnością wibroizolatora.

W związku z tym efektywność wibroizolacji (4.2) dla częstości niskich (4.3) będzie miała postać

(4.4) $$E=\left|1+\frac{1}{k}\,\frac{1}{\beta_{11}+\delta_{00}}\right|.$$

Biorąc pod uwagę warunek wystąpienia zjawiska wibroizolacji, będziemy mieli ostatecznie

(4.5) $$\frac{1}{k}\gg|\beta_{11}+\delta_{00}|.$$

Tak więc w dziedzinie niskich częstości, gdzie własności wibroizolatora są typowo sprężyste, zjawisko wibroizolacji wystąpi, jeśli podatność izolatora $1/k$ będzie większa od sumy podatności maszyny lub urządzenia β_{11} oraz fundamentu δ_{00}. Dla fundamentu sztywnego $\delta_{00}\to 0$ w uproszczonym przypadku wibroizolacji siłowej (2.6) lub przemieszczeniowej (3.9) mamy podobnie

(4.6) $$\frac{1}{k}\gg|\beta_{11}|.$$

Wyniki te są bardzo istotne z punktu widzenia zastosowań, gdyż wskazują, jakie charakterystyki dynamiczne maszyny i fundamentu niezbędne są przy ocenie efektywności projektowanej wibroizolacji. Ponadto widać, że dla wykorzystania wzorów (4.5) i (4.6) charakterystyki podatnościowe β_{11} i δ_{00} nie muszą być wyrażone analitycznie, lecz mogą być dane jako wynik eksperymentu.

Wiedząc, jakie zależności między własnościami podukładów powinny być spełnione w dziedzinie niskich częstotliwości, przejdźmy z kolei do przypadku ogólnego wibroizolacji. Przekształcając inaczej niż poprzednio wzór (3.6) można otrzymać $(\gamma_{11}=\gamma_{00})$,

$$E=\left|\frac{\gamma_{11}^2\left(1+\frac{\delta_{00}}{\gamma_{11}}\right)\left(1+\frac{\beta_{11}}{\gamma_{11}}\right)-\gamma_{10}^2}{(\beta_{11}+\delta_{00})\,\gamma_{10}}\right|. \tag{4.7}$$

Uogólniając dalej nasze poprzednie wyniki (4.5) i (4.6) przyjmijmy, że zachodzą następujące nierówności

$$\left|\frac{\delta_{00}}{\gamma_{11}}\right|\ll 1, \qquad \left|\frac{\beta_{11}}{\gamma_{11}}\right|\ll 1. \tag{4.8}$$

Oznacza to, że rozpatrujemy przypadek, gdy podatność bezpośrednia wibroizolatora jest znacznie większa niż podatność maszyny lub fundamentu. Warto przy tym od razu zwrócić uwagę, że warunki (4.8) nie będą spełnione w zakresie występowania tzw. «efektów falowych» w wibroizolatorze [3, 4], tzn. wtedy, gdy podatność bezpośrednia będzie w strefie antyrezonansu $(|\gamma_{11}|\approx 0)$. Przyjmując więc, że poza obszarem antyrezonansowym wibroizolatora nierówności (4.8) są spełnione i uwzględniając je we wzorze (4.7) dostaniemy

$$E=\left|\frac{\gamma_{11}^2-\gamma_{10}^2}{(\beta_{11}+\delta_{00})\,\gamma_{10}}\right|. \tag{4.9}$$

A ponieważ naszym celem jest nadal uzyskanie warunku, aby $E\gg 1$, przeto ostatecznie musi zachodzić nierówność

$$\left|\frac{\gamma_{11}^2-\gamma_{10}^2}{\gamma_{10}}\right|\gg|\beta_{11}+\delta_{00}|. \tag{4.10}$$

Z otrzymanej nierówności widać, że nałożone uprzednio warunki na podatności bezpośrednie (4.8) nie są wystarczające w każdym przypadku możliwych własności wibroizolatora. Jedyny przypadek równoważności nierówności (4.10) i warunków (4.8) zachodzi dla izolatora czysto sprężystego (lub dowolnego dla $\omega\to 0$). Łatwo to sprawdzić konsultując ostatnią nierówność z wartościami granicznymi ilorazów podatności (4.3). Tak więc z wyjątkiem izolatora typu sprężystego (bezinercyjnego) istotnej wagi nabiera podatność wzajemna wibroizolatora γ_{10}.

Grupując jeszcze raz warunki (4.8) i (4.10) w jeden, możemy stwierdzić, że przy założeniu

$$\left|\frac{\delta_{00}}{\gamma_{11}}\right|\ll 1, \qquad \left|\frac{\beta_{11}}{\gamma_{11}}\right|\ll 1,$$

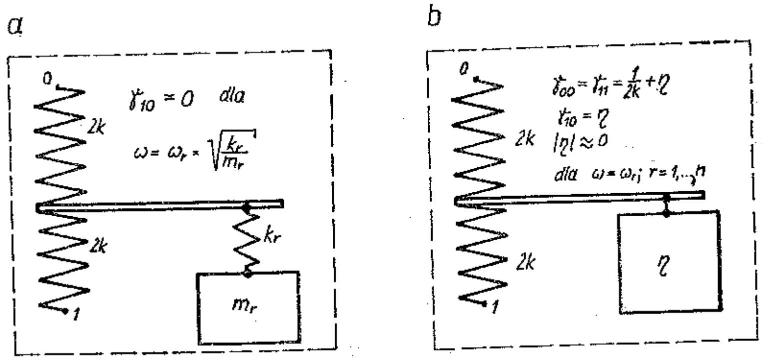
uzyskamy $E \gg 1$, jeśli

$$\left|\frac{\gamma_{11}^2-\gamma_{10}^2}{\gamma_{10}}\right| \gg |\beta_{11}+\delta_{00}|. \tag{4.11}$$

Z powyższego zestawienia jasno wynika, że najlepszą efektywność wibroizolacji uzyskamy dla izolatora symetrycznego ($\gamma_{00}=\gamma_{11}$) o własnościach

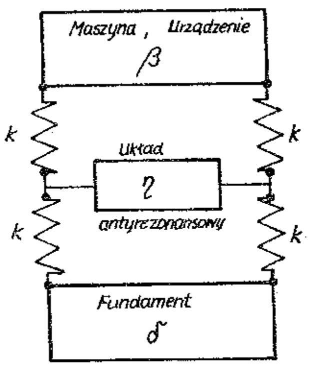
$$|\gamma_{11}| \gg 0, \qquad |\gamma_{10}| \approx 0. \tag{4.12}$$

Wiadomo, że podatność każdego układu dynamicznego, a więc i izolatora, jest funkcją częstości. Wobec tego warunki (4.12) będą spełnione najlepiej dla izolatora,



Rys. 4. Przykład wibroizolatorów o zerowej podatności wzajemnej dla $\omega=\omega_r$

w którym rezonans w podatności bezpośredniej γ_{11} będzie się pokrywał z antyrezonansem w podatności wzajemnej γ_{10}. Żądanie rezonansu w podatności bezpośredniej nie jest tu oczywiście krytyczne, wystarczy praktycznie, aby jej wartość była znacznie większa od podatności wzajemnej.



Rys. 5. Model systemu wibroizolacji z zastosowaniem układu antyrezonansowego

Spełnienie tych warunków dla całego zakresu częstotliwości jest na ogół niemożliwe. Istnieją jednak układy spełniające warunek antyrezonansu γ_{10} w jednym lub kilku punktach skali częstości np. $\omega=\omega_r$, $r=1, \ldots, n$, tak jak na rysunku 4.

Jak widać z rysunku, najprostszy izolator o własnościach antyrezonansowych zawiera typowy eliminator dynamiczny (rys. 4a), a w przypadku ogólnym (rys. 4b) jako «źródło» antyrezonansów może służyć dowolny układ mechaniczny połączony jednopunktowo ze środkiem izolatora sprężystego.

Realizacja przedstawionej tu idei, «doboru podatności wzajemnej γ_{10} wibroizolatora celem zwiększenia efektywności izolacji», może być różnoraka. Jednak w ogólnym przypadku model układu maszyna — izolator — fundament będzie miał postać przedstawioną na rys. 5.

5. Wnioski

Przedstawione w pracy rozważania modelowe zagadnień wibroizolacji maszyn i urządzeń upoważniają do sformułowania następujących stwierdzeń:

1. W kategoriach zdefiniowanej miary, jaką jest efektywność wibroizolacji E, istnieje pełna równoważność między zagadnieniem wibroizolacji siłowej i przemieszczeniowej.

2. Warunkiem wystąpienia zjawiska wibroizolacji dla izolatora bezinercyjnego (czysto sprężystego) jest żądanie, by odwrotność sztywności izolatora była znacznie większa od modułu sumy podatności maszyny i konstrukcji wsporczej.

3. W ogólnym przypadku wibroizolacji istotnej wagi nabiera podatność wzajemna między obu końcami izolatora γ_{10}. Najlepszą efektywność uzyskamy tu w przypadku, jeśli podatność wzajemna wibroizolatora γ_{10} jest bliska zeru.

Podsumowując wydaje się, że znajomość wyprowadzonych wyżej zasad ogólnych, jakie muszą spełniać łączone podukłady, a zwłaszcza izolator drgań, ułatwi ich dobór w konkretnych przypadkach praktycznych oraz pozwoli na świadome poszukiwanie rozwiązań ogólnych izolatorów o pożądanych własnościach. Kwestie te wymagają jednak dalszych badań.

Literatura cytowana w tekście

1. R. E. D. Bishop, D. C. Johson, *The mechanics of vibration*, Cambridge University Press, Oxford 1960.
2. R. E. D. Bishop, G. M. K. Gladwell, S. Michaelson, *Macierzowa analiza drgań*, WNT, Warszawa 1972.
3. Cz. Cempel, *Minimalizacja drgań maszyn i ich elementów*, Wskółczesne zagadnienia dynamiki maszyn, 5–89, Ossolineum, Warszawa 1976.
4. E. E. Ungarn, C. W. Dietrich, *High-frequency vibration isolation*, J. Sound Vibr., **4**, 2, 224–241, 1966.
5. Ch. E. de Cre, J. K. Ruzicka, *Theory of vibration isolation*, chapt. 30, Shock and vibration handbook, Harris, Ch. E. Crede ed, McGraw-Hill, New York 1961.

Резюме

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ СИЛ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В работе, на основе метода динамической податливости, представлена теория виброизоляции сил и перемещений. Благодаря этому подходу доказана полная эквивалентность задач виброизоляции усилий и перемещений. Далее выявлены условия податливости подсистем, выполнение которых гарантирует эффективную изоляцию колебаний. В заключении выявлена особенная роль взаимой податливости виброизолятора.

Summary

ON THE EFFECTIVENESS OF FORCE AND DISPLACEMENT ISOLATION IN MECHANICAL SYSTEMS

The paper gives the receptance theory of forces and displacement vibroisolation in mechanical systems. Due to such an approach the full equivalence of the both force and displacement isolation was proved. General conditions for subsystems receptances, which assure the isolation of vibration, are also given. Moreover, in the general isolation case, a very important role of the isolator cross-receptance has been discovered.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT MECHANIKI TECHNICZNEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 23 czerwca 1977 r.