

PRZEPIY W PLYNU MIKROPOLARNEGO W SZCZELINIE MIĘDZY WIRUJĄCYMI POWIERZCHNIAMI OBROTOWYMI

EDWARD WALICKI i ANNA WALICKA (BYDGOSZCZ)

W pracy rozważono ustalony laminarny przepływ płynu mikropolarnego w szczelinie między wirującymi powierzchniami obrotowymi. Do rozwiązania zagadnienia użyto zlinearyzowanych równań ruchu płynu mikropolarnego dla osiowej symetrii, wyrażonych w krzywoliniowym ortogonalnym układzie współrzędnych x, θ, y . Rozwiązania równań ruchu zilustrowano wykresami określającymi składowe prędkości v_x, v_θ, v_y oraz mikrorotacji Ω_x, Ω_θ dla przepływu w szczelinie o zmiennej grubości.

1. WSTĘP

Dążenie do zapewnienia niezawodnej i długotrwałej pracy wielu współczesnych urządzeń przepływowych spowodowało pojawienie się w ostatnich latach mediów roboczych o specyficznych właściwościach odbiegających od płynów newtonowskich. Przykładami takich mediów mogą być emulsje i zawiesiny, roztwory i stopy polimerów. Do opisu właściwości tych mediów stosowane są różne modele płynów nienewtonowskich. Jednym z bardziej uniwersalnych modeli jest model płynu mikropolarnego (nazywanego inaczej płynem z mikrostrukturą) opisującego z dużą dokładnością zachowanie się wielu emulsji i zawiesin lub roztworów polimerów. Istotnym założeniem tego modelu jest istnienie mikrorotacji elementu płynu, co analitycznie objawia się istnieniem w płynie również naprężeń momentowych.

Zarys teorii płynów mikropolarnych, jak również opisy niektórych zastosowań technicznych przepływów tych płynów, można znaleźć w pracach [1–18]. Natomiast w pracach [19–21] podano opisy interesujących rozwiązań równań ruchu płynów mikropolarnych w cienkich warstwach między płaskimi powierzchniami ograniczającymi przepływ.

Celem tej pracy jest zbadanie przepływu nieściśliwego płynu mikropolarnego o «słabo» zawirowanej mikrostrukturze w szczelinie między wirującymi powierzchniami obrotowymi o wspólnej osi symetrii.

2. RÓWNIANIA RUCHU PLYNU MIKROPOLARNEGO

Podstawowymi równaniami ruchu nieściśliwego płynu mikropolarnego są następujące równania [3–7, 9]:

równanie ciągłości

$$(2.1) \quad \operatorname{div} \vec{v} = 0,$$

równanie pędu

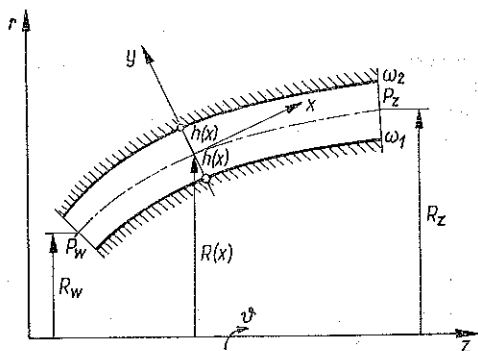
$$(2.2) \quad \rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\text{grad } p + k \text{ rot } \bar{\Omega} - (\mu + k) \text{ rot rot } \bar{v},$$

równanie momentu pędu

$$(2.3) \quad \rho j \frac{d\bar{\Omega}}{dt} = -2k\bar{\Omega} + k \text{ rot } \bar{v} - \gamma \text{ rot rot } \bar{\Omega} + (\alpha + \beta + \gamma) \text{ grad } (\text{div } \bar{\Omega}).$$

W równaniach powyższych przyjęto następujące oznaczenia: \bar{v} wektor prędkości liniowej elementu płynu oraz $\bar{\Omega}$ wektor mikrorotacji elementu płynu. Dla nieściśliwych płynów mikropolarnych przyjmuje się, że współczynniki materiałowe są wielkościami stałymi, przy czym μ oznacza lepkość ścinania, k lepkość sprzężenia, α, β, γ lepkości obrotowe, ρ gęstość płynu oraz j moment bezwładności jednostki masy elementu mikrostruktury.

Użyjemy równań (2.1)–(2.3) do zbadania przepływu płynu mikropolarnego w wąskiej szczelinie między powierzchniami obrotowymi o wspólnej osi symetrii (rys. 1), z których wewnętrzna wiruje z prędkością kątową ω_1 , a zewnętrzna — z prędkością kątową ω_2 .



Rys. 1.

Wprowadźmy krzywoliniowy układ współrzędnych x, θ, y , przy czym oś x niech będzie skierowana wzdłuż linii symetrii południkowego przekroju szczeliny, zaś y prostopadle do linii symetrii szczeliny.

Dokonując w równaniach (2.1)–(2.3) odpowiednich przejść asymptotycznych charakterystycznych dla przepływów w cienkich warstwach płynu ($h \ll R$), podobnie jak uczyniono to w pracach [16, 19–23], można sprowadzić te równania do układu

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial (Rv_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0, \\ -\rho v_0^2 \frac{R'}{R} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + (\mu + k) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} - k \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial y}, \\ (\mu + k) \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial y^2} + k \frac{\partial \Omega_x}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \gamma \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial y^2} - k \frac{\partial v_\theta}{\partial y} &= 0, \quad \gamma \frac{\partial^2 \Omega_\theta}{\partial y^2} + k \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial y^2} &= 0, \end{aligned}$$

gdzie «primem» oznaczono pochodną względem zmiennej x .

Równania (2.4)₅–(2.4)₇ otrzymano zakładając «słabe» zawirowanie mikrostruktury płynu [18 i 19].

3. CAŁKI RÓWNAŃ RUCHU

Rozwiązania równań ruchu powinny spełniać warunki brzegowe

$$(3.1) \quad \begin{aligned} v_x(x, \pm h) &= 0, & v_y(x, \pm h) &= 0, \\ v_\theta(x, -h) &= R\omega_1, & v_\theta(x, +h) &= R\omega_2, \\ \Omega_x(x, \pm h) &= \Omega_\theta(x, \pm h) = \Omega_y(x, \pm h) = 0. \end{aligned}$$

Ponadto na wlocie i wylocie ze szczeliny powinny być spełnione następujące warunki brzegowe dotyczące ciśnienia:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} p &= p_w & \text{dla} & \quad x = x_w, \\ p &= p_z & \text{dla} & \quad x = x_z, \end{aligned}$$

gdzie przez x_w oznaczono współrzędną wlotu na linii symetrii przekroju południkowego szczeliny, a przez x_z — współrzędną wylotu na tej linii.

Całkowanie równań (2.4)₄ oraz (2.4)₇ dostarcza informacji, że

$$(3.3) \quad p = p(x),$$

$$(3.4) \quad \Omega_y \equiv 0.$$

Całkując równania (2.4)₃ i (2.4)₅ oraz wyznaczając stałe całkowania z warunków brzegowych (3.1), otrzymamy

$$(3.5) \quad v_\theta = \frac{2}{R} \left[(\omega_1 + \omega_2) - (\omega_1 - \omega_2) \frac{\sin my}{\sin mh} \right],$$

$$(3.6) \quad \Omega_x = -\frac{k}{2m\gamma} R (\omega_1 - \omega_2) \frac{\cos mh - \cos my}{\sin mh};$$

tutaj wprowadzono następujące oznaczenie dla uproszczenia zapisu:

$$(3.7) \quad m^2 = \frac{k^2}{\gamma(\mu + k)}.$$

Rozwiązując następnie równania (2.4)₂ oraz (2.4)₆ otrzymamy po wyznaczeniu stałych całkowania

$$(3.8) \quad v_x = \frac{\gamma}{k^2} \frac{(\cos mh - \cos my) mh}{\sin mh} \frac{dp}{dx} \frac{\rho \gamma R R'}{4k^2} \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)^2 mh}{\sin mh} (\cos mh - \cos my) + \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\sin^2 mh} (my \cos my \sin mh - mh \cos mh \sin my) + \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{6 \sin^2 mh} \left(3 \frac{mh}{\sin mh} - 2 \cos my - \cos mh \right) (\cos mh - \cos my) \right].$$

$$(3.9) \quad \Omega_\theta = \frac{1}{km} \left(\frac{mh \sin my}{\sin mh} - my \right) \frac{dp}{dx} - \frac{\rho RR'}{4 km} \left\{ (\omega_1 + \omega_2)^2 \left(\frac{mh \sin my}{\sin mh} - my \right) - \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\sin^2 mh} \left[mh \cos mh \cos my + my \sin mh \sin my - mh - \sin mh (\cos mh - \cos my) \right] + \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{6 \sin^2 mh} \left[3 \left(\frac{mh \sin my}{\sin mh} - my \right) + (\cos mh - \cos my) \sin my \right] \right\}.$$

Całkując równanie ciągłości (2.4)₁ w przedziale położonym w poprzek szczeliny i uwzględniając warunki brzegowe dostaniemy:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} R \int_{-h}^{+h} v_x dy + v_x \Big|_{-h}^{+h} = 0,$$

a stąd

$$(3.10) \quad \int_{-h}^{+h} v_x dy = \frac{C_1}{R(x)}.$$

Po uwzględnieniu (3.8) w (3.10) i wykonaniu całkowania znajdziemy

$$(3.11) \quad p(x) = B(x) + \frac{[A(x) - A_w](p_w - B_w) - [A(x) - A_z](p_z - B_z)}{A_w - A_z},$$

gdzie

$$(3.12) \quad A(x) = \int \frac{dx}{(mh \operatorname{ctg} mh - 1) Rh}, \quad A_w = A(x_w), \quad A_z = A(x_z),$$

$$B(x) = \frac{\rho}{4} \int RR' \left[(\omega_1 + \omega_2)^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2 \frac{3mh \operatorname{ctg} mh - \cos^2 mh - 2}{6 \sin^2 mh (mh \operatorname{ctg} mh - 1)} \right] dx,$$

$$B_w = B(x_w), \quad B_z = B(x_z).$$

Wprowadzając (3.11) do (3.8) oraz (3.9) znajdziemy następujące wzory

$$(3.13) \quad v_x = \frac{\gamma m}{k^2} \frac{p_w - B_w - (p_z - B_z)}{(A_w - A_z)(mh \operatorname{ctg} mh - 1) R} \frac{\cos mh - \cos my}{\sin mh} - \frac{\rho \gamma RR'}{4k^2} \left\{ \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\sin^2 mh} (my \cos my \sin mh - mh \cos mh \sin my) - \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2 (\cos mh - \cos my)}{6 \sin^3 mh (mh \operatorname{ctg} mh - 1)} [mh \sin^2 mh + (2 \cos my + \cos mh)(mh \cos mh - \sin mh)] \right\}.$$

$$(3.14) \quad \Omega_\theta = \frac{1}{km} \frac{p_w - B_w - (p_z - B_z)}{(A_w - A_z)(mh \operatorname{ctg} mh - 1) Rh} \left(\frac{mh \sin my}{\sin mh} - my \right) - \frac{\rho RR'}{4 km} \left\{ \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\sin^2 mh} [mh + \sin mh (\cos mh - \cos my)] - \right.$$

$$- (mh \cos mh \cos my + my \sin mh \sin my)] + \\ + \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{6 \sin^2 mh} \left[(\cos mh - \cos my) \sin my - \left(\frac{mh \sin my}{\sin mh} - my \right) \frac{\sin^2 mh}{mh \operatorname{ctg} mh - 1} \right].$$

Składową prędkości v_y wyznaczmy podstawiając (3.13) do równania ciągłości (2.4)₁ i całkując otrzymaną funkcję względem zmiennej y :

$$(3.15) \quad v_y = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\gamma}{k^2} \frac{p_w - B_w - (p_z - B_z)}{(A_w - A_z)(mh \operatorname{ctg} mh - 1)} \frac{my \cos mh - \sin my}{\sin mh} + \right. \\ \left. + \frac{\rho \gamma R^2 R'}{4 k^2 m} \left\{ \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\sin mh} [(1 + mh \operatorname{ctg} mh)(\cos mh - \cos my) + mh \sin mh - \right. \right. \\ \left. \left. - my \sin my] + \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{6 \sin^3 mh (mh \operatorname{ctg} mh - 1)} [mh \sin^2 mh (my \cos mh - \sin my) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\cos mh \sin my - \cos my \sin mh - my \sin^2 mh)(mh \cos mh - \sin mh)] \right\} \right).$$

Równania (3.4), (3.5), (3.6), (3.11), (3.13), (3.14) oraz (3.15) pozwalają określić składowe prędkości liniowej, składowe mikrorotacji oraz rozkład ciśnienia w mikropolarnym płynie o słabo zawirowanej mikrostrukturze, przepływającym w szczelinie między wirującymi powierzchniami obrotowymi o wspólnej osi symetrii.

4. DYSKUSJA OTRZYMANYCH WYNIKÓW

Aby przeprowadzić analizę otrzymanych wyników założymy dla uproszczenia, że wiruje tylko powierzchnia wewnętrzna, co wyrazi się warunkami następującymi:

$$(4.1) \quad \omega_1 = \omega \neq 0, \quad \omega_2 = 0.$$

Wprowadzając bezwymiarową współrzędną η w kierunku prostopadłym do osi symetrii szczeliny oraz wprowadzając oznaczenia

$$(4.2) \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad M = mh,$$

można wzory określające rozkład prędkości i mikrorotacji w szczelinie przedstawić w postaci następującej:

$$(4.3) \quad \begin{aligned} v_\theta &= D_1 f_1(M, \eta), \\ v_x &= D_2 f_2(M, \eta) + D_3 f_3(M, \eta), \\ v_y &= D_4 f_4(M, \eta) + D_5 f_5(M, \eta) + D_6 f_6(M, \eta), \\ \Omega_x &= D_7 f_7(M, \eta), \\ \Omega_\theta &= D_8 f_8(M, \eta) + D_9 f_9(M, \eta), \end{aligned}$$

gdzie dla uproszczenia wprowadzono oznaczenia

$$(4.4) \quad f_1(M; \eta) = 1 - \frac{\sin M\eta}{\sin M},$$

$$(4.5) \quad f_2(M; \eta) = \frac{2}{M} \left(\frac{\cos M\eta - \cos M}{\sin M} \right),$$

$$(4.6) \quad f_3(M; \eta) = \frac{3}{M^2} \left\{ \frac{M\eta \cos M\eta \sin M - M \cos M \sin M\eta}{\sin^2 M} - \frac{\cos M - \cos M\eta}{6 \sin^3 M (M \operatorname{ctg} M - 1)} [M \sin^2 M + (2 \cos M\eta + \cos M) (M \cos M - \sin M)] \right\},$$

$$(4.7) \quad f_4(M; \eta) = -\frac{3}{M^3 \sin M} \left\{ (1 + M \operatorname{ctg} M) (\cos M - \cos M\eta) + M \sin M - M\eta \sin M\eta + \frac{1}{6 \sin^2 M (M \operatorname{ctg} M - 1)} [M \sin^2 M (M\eta \cos M - \sin M\eta) + (\cos M \sin M\eta - \cos M\eta \sin M\eta - M\eta \sin^2 M) (M \cos M - \sin M)] \right\},$$

$$(4.8) \quad f_5(M; \eta) = -\frac{6}{M^2} \left(\frac{\sin M\eta}{\sin M} - \eta \right),$$

$$(4.9) \quad f_6(M; \eta) = -\frac{3}{M^2 \sin^3 M} \left\{ \cos M (M \cos M \cos M\eta + M\eta \sin M\eta \sin M) - M (2 \cos M - \cos M\eta) - \frac{M (3 \cos^2 M - 1) - \sin 2M}{6 \sin^2 M (M \operatorname{ctg} M - 1)^2} [M \sin^2 M (M\eta \cos M - \sin M\eta) + (\cos M \sin M\eta - \cos M\eta \sin M\eta - M\eta \sin^2 M) (M \cos M - \sin M)] + \frac{1}{6 (M \operatorname{ctg} M - 1)} [(\sin^2 M + M \sin 2M) (M\eta \cos M - \sin M\eta) - (\sin M \sin M\eta + M\eta \sin 2M) (M \cos M - \sin M) - M (\cos M \sin M\eta - \cos M\eta \sin M\eta) \sin M] \right\},$$

$$(4.10) \quad f_7(M; \eta) = -M \left(\frac{\cos M\eta - \cos M}{\sin M} \right),$$

$$(4.11) \quad f_8(M; \eta) = \eta - \frac{\sin M\eta}{\sin M},$$

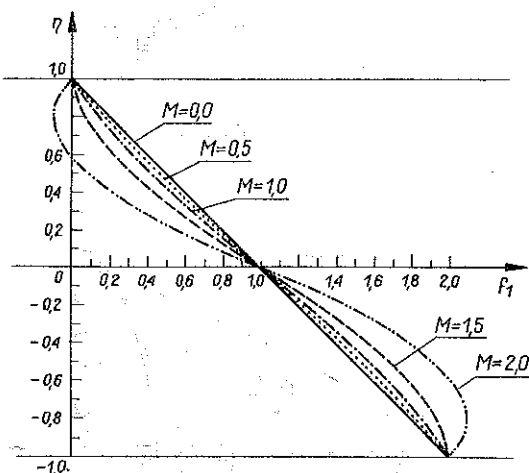
$$(4.12) \quad f_9(M; \eta) = \frac{1}{M \sin^2 M} \left\{ M + \sin M (\cos M - \cos M\eta) - (M \cos M \cos M\eta + M\eta \sin M \sin M\eta) + \frac{1}{6} \left[(\cos M - \cos M\eta) \sin M\eta - \left(\frac{M \sin M\eta}{\sin M} - M\eta \right) \frac{\sin^2 M}{M \operatorname{ctg} M - 1} \right] \right\}.$$

Symbole D_i oznaczają współczynniki zależne od lokalnego położenia przekroju poprzecznego szczeliny.

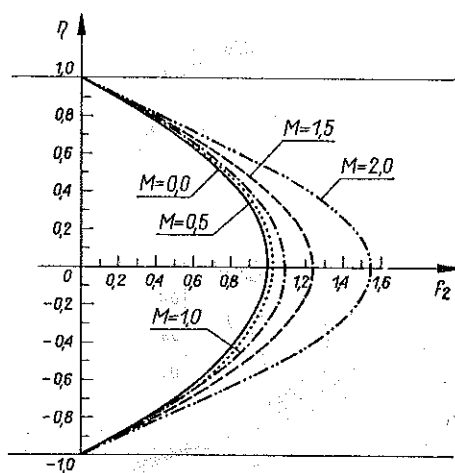
Z analizy wyprowadzonych wzorów wynika, że przepływ w szczelinie wywołany jest przez dwa czynniki: ruch wirowy powierzchni ograniczających szczelinę (w dyskutowanym przypadku szczególnym przez ruch wirowy powierzchni wewnętrznej) oraz przez różnicę ciśnień między wlotem i wylotem ze szczeliny.

Występująca we wzorach (4.4)–(4.12) wielkość bezwymiarowa M określona wzorami (3.7) oraz (4.2)₂ dla płynów mikropolarnych o słabo zawirowanej strukturze należy do przedziału $M \in \langle 0, 2 \rangle$ [16, 19 i 21], funkcje f_i zaś reprezentują w pewnej skali bezwymiarowe wielkości odpowiednich składowych prędkości liniowych lub mikrorotacji.

Wzór charakteryzujący składową obwodową prędkości v_θ pozwala stwierdzić, że profil tej prędkości dla ustalonego położenia przekroju szczeliny (funkcja $f_1(M; \eta)$ na rys. 2) zmienia się od prostoliniowego dla $M=0$ (klasyczny przepływ płynu



Rys. 2.



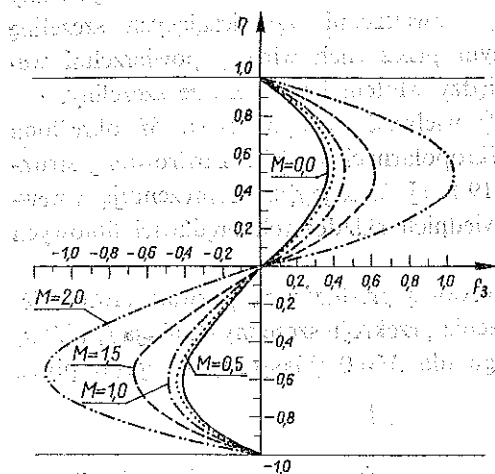
Rys. 3.

newtonowskiego) do krzywoliniowego dla $M > 0$, charakterystycznego dla mikropolarnego przepływu Couette'a [14] między dwiema płaszczyznami, z których jedna jest nieruchoma, a druga porusza się z lokalną prędkością równą $\omega R(x)$.

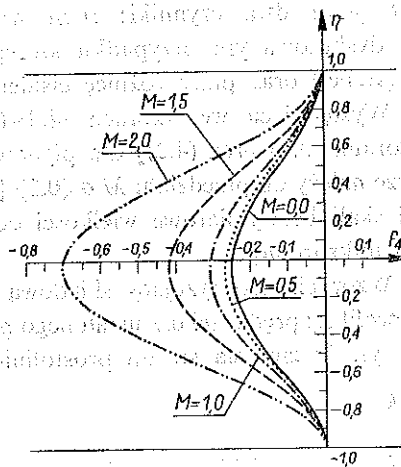
Z postaci wzorów opisujących składową wzdłużną prędkości v_x wynika, że główną częścią jej profilu jest profil mikropolarnego płaskiego przepływu Poiseuille'a (funkcja $f_2(M; \eta)$ na rys. 3) uwarunkowany istnieniem wspomnianej uprzednio różnicy ciśnień i ruchem wirowym powierzchni wewnętrznej.

Na główną część składowej wzdłużnej prędkości nakłada się przepływ wtórny, wywołany ssącym działaniem wirującej powierzchni wewnętrznej. Powierzchnia wewnętrzna zasysa w swoim sąsiedztwie płyn wywołując jego ruch wzdłużny odśrodkowy. Ruch ten musi być równoważony ruchem wzdłużnym dośrodkowym przy nieruchomej powierzchni zewnętrznej i ruchem poprzecznym określoną składową v_y prędkości.

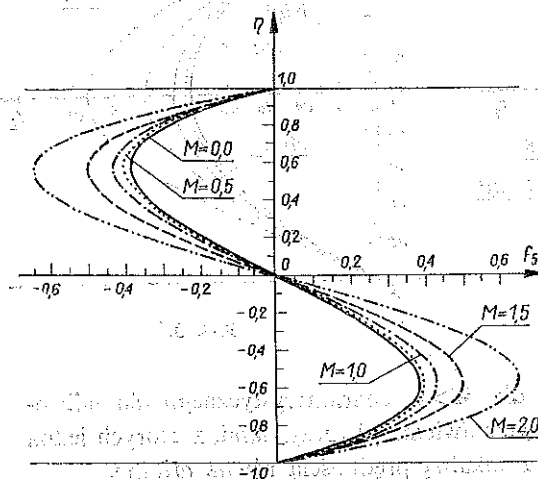
Przepływ wtórny opisany jest funkcjami $f_3(M; \eta)$ – $f_6(M; \eta)$ pokazanymi na rys. 4–7.



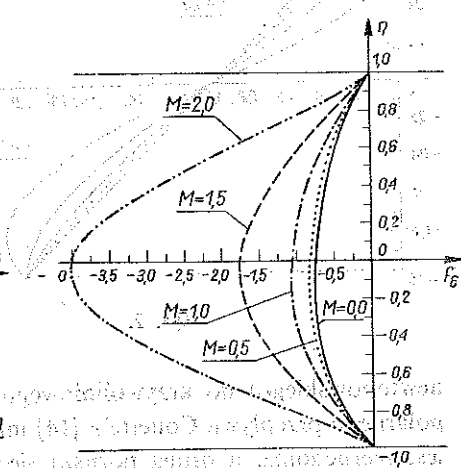
Rys. 4.



Rys. 5.



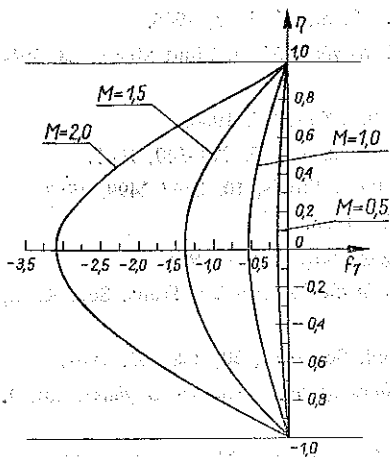
Rys. 6.



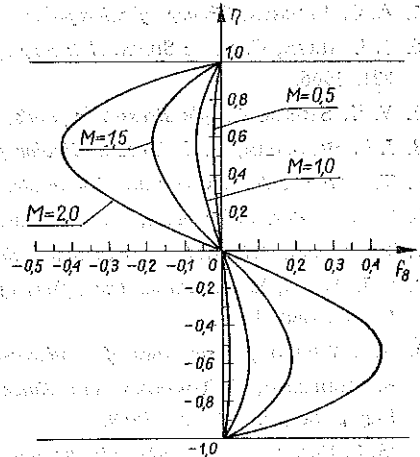
Rys. 7.

Na rys. 8–10 przedstawiono graficznie wykresy funkcji $f_7(M; \eta)$ – $f_9(M; \eta)$ obrazujących zmiany składowych Ω_x , Ω_θ mikrorotacji. Zmiany te są charakterystyczne odpowiednio dla przepływów mikropolarnych Couette'a i Poiseuille'a.

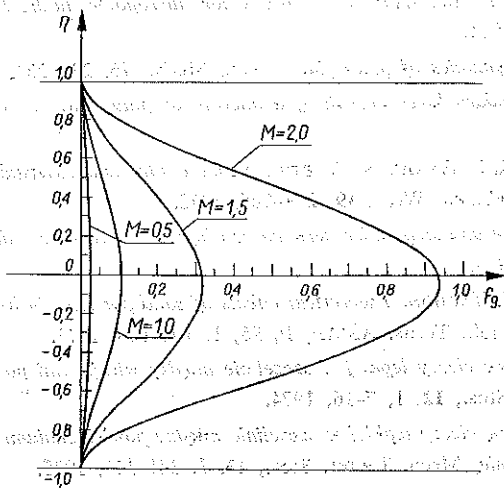
Z przytoczonych wykresów funkcji f_i wynika, że wzrost M wyrażający wzrost wzajemnego sprzężenia prędkości liniowej i mikrorotacji powoduje oczywiste zwiększenie wartości składowych mikrorotacji. Równocześnie ze wzrostem sprzężenia wzrastają funkcje opisujące przepływ wzdłużny płynu i przepływ wtórny.



Rys. 8.



Rys. 9.



Rys. 10.

Rozkład ciśnienia wzdłuż tworzącej powierzchni symetrii daje się przedstawić w postaci sumy dwóch składowych: pierwszej, wywołanej ssącym działaniem wirującej powierzchni, i drugiej, będącej skutkiem istnienia przepływu wzdłużnego.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. S. DAHLER, L. E. SCRIVEN, *Theory structured continua. I. General consideration of angular momentum and polarization*, Proc. Roy. Soc., 275, 504-527, 1963.
2. D. W. CONDIFF, J. S. DAHLER, *Fluid mechanical aspects of antisymmetric stress*, Phys. Fluids, 7, 842-854, 1964.
3. A. C. ERINGEN, *Simple microfluids*, Int. J. Engng. Sci., 2, 205-215, 1964.
4. A. E. GREEN, R. S. RIVLIN, *Multipolar continuum mechanics*, Arch. Ration. Mech., 17, 113-147, 1964.

5. A. C. ERINGEN, *Theory of micropolar fluids*, J. Math. Mech., **16**, 1-18, 1966.
6. S. J. ALLEN, C. N. de SILVA, *A theory of transversely isotropic fluids*, J. Fluid Mech., **24**, 801-821, 1966.
7. V. K. STOKES, *Couple stresses in fluids*, Phys. Fluids, **9**, 1709-1715, 1966.
8. J. L. BLEUSTEIN, A. E. GREEN, *Dipolar fluids*, Int. J. Engng. Sci., **5**, 323-340, 1967.
9. T. ARIMAN, A. S. CAKMAK, *Couple stresses in fluids*, Phys. Fluids, **10**, 2497-2499, 1967.
10. S. C. COWIN, *Polar fluids*, Phys. Fluids, **11**, 1919-1927, 1968.
11. T. ARIMAN, *Micropolar and dipolar fluids*, Int. J. Engng. Sci., **6**, 1-8, 1968.
12. S. J. ALLEN, K. A. KLINE, *The effects of concentration in fluid suspension*, Trans. Soc. Reol., **12**, 457-468, 1968.
13. A. J. WILLSON, *Basic flows of a micropolar liquid*, Appl. Sci. Res., **20**, 338-355, 1969.
14. B. HUDIMOTO, T. TOKUOKA, *Two-dimensional shear flows of linear micropolar fluids*, Int. J. Engng. Sci., **7**, 515-522, 1969.
15. M. E. ERDOGAN, *Polar effects in the apparent viscosity of a suspension*, Rheol. Acta, **9**, 434-438, 1970.
16. S. J. ALLEN, K. A. KLINE, *Lubrication theory for micropolar fluids*, J. Appl. Mech., Trans ASME, E, **38**, 2, 1971.
17. M. E. ERDOGAN, *Dynamics of polar fluids*, Acta Mech., **15**, 233-253, 1972.
18. S. S. CHAWLA, *Boundary layer growth of a micropolar fluid*, Int. J. Engng. Sci., **10**, 981-987, 1972.
19. V. K. AGRAWAL, K. L. GANJU, S. C. JETHI, *Squeeze film and externally pressurized bearings micropolar fluid lubricated*, Wear, **19**, 259-265, 1972.
20. G. MAITI, *Composite and step slider between bearings in micropolar fluid*, Jap. J. Appl. Phys., **12**, 7, 1058-1064, 1973.
21. M. S. KHADER, R. J. VACHON, *Theoretical effects of solid particles in hydrostatic bearing lubricant*, J. Lubr. Technol., Trans. ASME, F, **95**, 1, 104-106, 1973.
22. E. WALICKI, *Przepływ cieczy lepkiej w szczelinie między wirującymi powierzchniami obrotowymi*, Mech. Teoret. Stos., **12**, 1, 7-16, 1974.
23. E. WALICKI, *Przepływ cieczy lepkiej w szczelinie między powierzchniami obrotowymi: nieruchoma i drgająca skrętnie*, Mech. Teoret. Stos., **13**, 3, 341-351, 1975.

Резюме

ТЕЧЕНИЕ МИКРОПОЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ПОВЕРХНОСТЯМ ВРАЩЕНИЯ

В работе рассмотрено стационарное ламинарное течение микрополярной жидкости (жидкости с внутренним вращением) в зазоре между вращающимися поверхностями вращения.

Для решения задачи применяются линеаризованные уравнения движения микрополярной жидкости в системе криволинейных координат x, θ, u .

Решения уравнений движения проиллюстрированы графиками составляющих скорости v_x, v_θ, v_u и составляющих внутреннего вращения Ω_x, Ω_θ для течения в зазоре переменной толщины.

SUMMARY

FLOW OF MICROPOLAR FLUID IN A SLOT BETWEEN ROTATING SURFACES OF REVOLUTION

In this paper is considered the steady laminar flow of a micropolar fluid in a slot between rotating surfaces of revolution.

The linearized equations of motion of the micropolar fluid flow for axial symmetry in the intrinsic curvilinear coordinate system x, θ, y are used.

The solutions of the equations of motion have been illustrated by plots of velocity components v_x, v_θ, v_y and microrotation components Ω_x, Ω_θ for the flow through the slot of variable thickness

INSTYTUT TECHNOLOGII I EKSPLOATACJI MASZYN
AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA, BYDGOSZCZ

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 maja 1977 r.
