

## PROJEKTOWANIE POŁĄCZEŃ SPAWANYCH METODĄ NOŚNOŚCI GRANICZNEJ

WŁODZIMIERZ Z O W C Z A K (WARSZAWA)

W pracy zaproponowano zastosowanie metody nośności granicznej do wstępnych obliczeń i projektowania połączeń spawanych. Posłużono się twierdzeniami ekstremalnymi celem oszacowania nośności kilku typowych połączeń oraz dla oszacowania wymiarów spoin przy danej z góry nośności. Rozważano spoiny pachwinowe: poprzeczne, wzdłużne i ukośne. Przedstawiono przykład projektowania połączenia spawanego, ilustrujący związek pomiędzy wymiarowaniem spoin a kształtowaniem elementów spawanych.

### 1. WSTĘP

W ostatnich latach poszerzył się znacznie zakres zastosowań metody nośności granicznej w dziedzinie projektowania elementów konstrukcyjnych. Powstały m.in. prace poświęcone projektowaniu węzłów konstrukcji stalowych [8, 9]. Bodaszewski projektował konstrukcje spawane odwzorowując spoiny za pomocą naprężeń stycznych rozłożonych wzdłuż linii łączenia blach [1, 2].

W niniejszej pracy proponuje się wykorzystanie metody nośności granicznej do wymiarowania i szacowania nośności samych spoin. Wprowadzie materiał spoiny odbiega od przyjętego modelu ciała sztywno-idealnie plastycznego, jednak liczne doświadczenia [3, 4, 11] pokazały, że stosowanie metody daje dobre wyniki dla rzeczywistych materiałów konstrukcyjnych, i to zarówno przy obciążeniach statycznych jak i zmęczeniowych.

Metoda nośności granicznej oparta jest na twierdzeniach ekstremalnych teorii plastyczności. Z twierdzeń tych wynika, że górna ocena obciążenia niszczącego element konstrukcji (o danym kształcie) wynika z przyjęcia dowolnego, kinematycznie dopuszczalnego schematu zniszczenia, natomiast ocenę dolną otrzymuje się z dowolnego statycznie dopuszczalnego pola naprężeń.

Przez kinematycznie dopuszczalny schemat zniszczenia rozumiemy takie pole prędkości, które spełnia warunki zwartości i nieściśliwości ośrodka oraz kinematyczne warunki brzegowe. Statycznie dopuszczalne pole naprężeń natomiast spełniać musi równania równowagi, warunki brzegowe dla naprężeń oraz nigdzie nie przekraczać warunku plastyczności.

W przypadku, gdy dane jest z góry obciążenie, pole statycznie dopuszczalne pozwala wyznaczyć nieznaną kształt elementu. Z twierdzenia o dolnej ocenie obciąż-

żenia granicznego wynika, że nośność tak zaprojektowanego elementu konstrukcyjnego będzie nie mniejsza od założonej.

Zazwyczaj konstruktor nie ma całkowitej swobody w kształtowaniu projektowanych elementów. Ograniczenia zarówno natury konstrukcyjnej jak i technologicznej sprowadzają się często do określenia ogólnego kształtu elementu oraz do ustalenia niektórych wymiarów. Wówczas zadanie sprowadza się do ustalenia pozostałych wolnych parametrów w taki sposób, by zbudowane pole statycznie dopuszczalne mieściło się wewnątrz elementu.

Tradycyjnie stosowane inżynierskie metody obliczeń wytrzymałościowych zarówno samych spoin jak i łączonych elementów opierają się na zakładaniu określonego schematu zniszczenia, a więc pozwalają na uzyskanie górnego (niebezpiecznego) oszacowania siły niszczącej. Równocześnie sam proces kształtowania (w tym także rozmieszczenie i dobór proporcji wymiarowych spoin) jest w dużej mierze wynikiem intuicji konstruktora.

Zadaniem metody nośności granicznej jest racjonalizacja procesu wstępnego kształtowania konstrukcji. W przypadku połączeń spawanych, gdy kształt elementów łączonych dobieramy przy pomocy statycznie dopuszczalnych pól naprężeń, celowe wydaje się użycie tej metody również w odniesieniu do projektowania spoin.

Pozwoli to na rozwiązanie pola naprężeń dla konstrukcji spawanej jako całości. Kształt spoin i wymiary są silnie ograniczone nie tylko względami technologicznymi ale i konstrukcyjnymi. Takie podejście umożliwi więc ocenę, czy oddziaływania pomiędzy poszczególnymi elementami konstrukcji mogą być przeniesione przez spoiny, a więc czy pole naprężeń będzie w ich obrębie statycznie dopuszczalne. Konieczność zmiany wymiarów spoin może przy tym pociągnąć za sobą konieczność zmiany wymiarów i kształtów elementów łączonych. Podkreślić należy, że ta metoda nie narzuca ograniczeń na kierunek obciążeń przenoszonych przez spoinę.

Poniżej przedstawiono rozwiązania kilku zadań na szacowanie nośności i wymiarowanie różnych rodzajów spoin pachwinowych. Rozwiązania poszczególnych zadań uzyskano przy pomocy płaskich skokowo niejednorodnych pól statycznie dopuszczalnych, których zasady konstruowania przedstawiono dokładnie w monografii [7]. W niektórych przypadkach płaskie pola naprężeń wykorzystano do budowy złożonych pól przestrzennych.

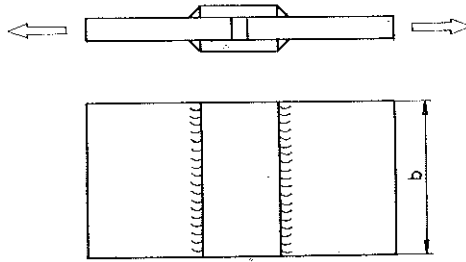
We wszystkich przypadkach założono, że obowiązuje warunek plastyczności Treski, to znaczy, że materiał przechodzi w stan plastyczny, gdy maksymalna różnica naprężeń osiąga wartość dwukrotnej granicy plastyczności przy czystym ścinaniu:

$$\max |\sigma_i - \sigma_j| = 2k = \sigma_{p1} \quad \text{dla } i, j = 1, 2, 3.$$

Przedstawione rozwiązania traktować należy przede wszystkim, jako propozycję odmiennego niż dotychczasowe podejścia do projektowania i wymiarowania połączeń spawanych. Rozwiązania te powinny być przedmiotem szczegółowej weryfikacji doświadczalnej, która zadecyduje o ich ewentualnej przydatności praktycznej. Niezależnie od tego podane przykłady mogą służyć za ilustrację różnych metod konstruowania przestrzennych, statycznie dopuszczalnych pól naprężeń.

## 2. NOŚNOŚĆ SPOINY POPRZECZNEJ

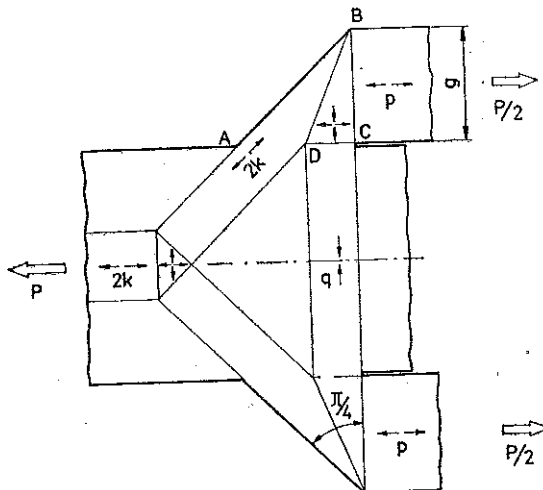
Rozważmy nośność połączenia pokazanego na rys. 1, złożonego z dwu pasów blachy połączonych przyspawanymi do nich nakładkami i poddanych działaniu siły rozciągającej. Spoiny są prostopadle do osi pasów. Założono, że połączenie jest symetryczne, to znaczy obydwie nakładki i wszystkie cztery spoiny są jednakowej grubości.



Rys. 1

Na rys. 2 widnieje pole statycznie dopuszczalne służące do oszacowania od dołu nośności połączenia. Przyjęto, że kierunek siły przenoszony przez nakładkę pokrywa się z jej osią symetrii. W całym obszarze spoiny ( $\Delta ABC$ ) materiał jest w stanie granicznym. Linie  $BC$ ,  $BD$  i  $CD$  są liniami nieciągłości naprężeń. Naprężenia w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku są równe 0. Naprężenia w obszarze  $BCD$  wyrażają się wzorami (por. [7], rys. 32).

$$(2.1) \quad p = \left(1 - \cos \frac{\pi}{4}\right) 2k = 0,586 k, \quad q = -\cos \frac{\pi}{4} 2k = -1,414 k.$$



Rys. 2

Wynika stąd dolne oszacowanie nośności połączenia

$$P_1^- = 2g \cdot b \cdot p = 0,586 k \cdot 2g \cdot b,$$

gdzie  $b$  i  $g$  stanowią odpowiednio szerokość i grubość nakładki.

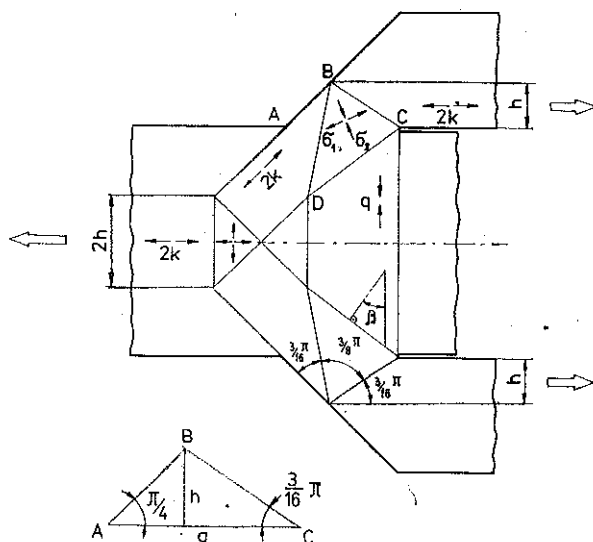


FIG. 3.

Pomińmy teraz założenie, że siła przenoszona przez nakładkę leży na jej osi symetrii. Pozwala to osiągnąć znacznie wyższe oszacowanie nośności połączenia. Na rys. 3 pokazane zostało odpowiednie pole statycznie dopuszczalne. Naprężenia w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku są, jak poprzednio, równe zero. W narożu  $B$  mamy układ linii nieciągłości typu pokazanego na rys. 30 w monografii [7]. W obrębie zbiegających się tu pół materiału osiąga stan graniczny. Odcinek  $CD$  nachylony jest pod kątem  $\beta = 0,644$  ( $36^\circ 54'$ ) do poziomu. Obszar poniżej podany jest jednoosiowemu ścisnaniu naprężeniami  $q = 0,502 \sigma_{pl}$ .

Wysokość  $h$  trójkąta  $ABC$  równa jest

$$(2.2) \quad h = g \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{3}{16} \pi}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3}{16} \pi} = 0,401 g.$$

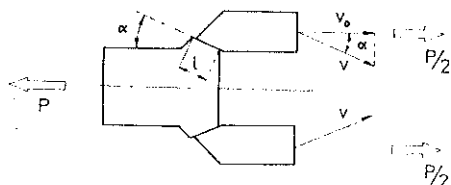
Stąd wynika, że dolne oszacowanie nośności wynosi tym razem

$$P_2^- = 2hb \sigma_{pl} = 0,802 k gb.$$

Zajmijmy się teraz górnymi oszacowaniami nośności połączenia. Rozważmy kinematycznie dopuszczalny schemat zniszczenia polegający na ścinaniu spoin

wzdłuż płaszczyzn nachylonych do poziomu pod kątem  $\alpha$  (rys. 4). Powierzchnie, na których występuje poślizg, mają wymiary  $b \cdot l$  gdzie  $l$  dane jest wzorem

$$l = \frac{\sqrt{2}g}{2 \sin\left(\frac{3}{4}\pi - \alpha\right)}$$



Rys. 4

Przyrównując moc rozwijaną przez obciążenia zewnętrzne do mocy dysypowanej wewnątrz materiału, otrzymujemy

$$P^+ v_0 = 2lbvk,$$

gdzie  $v = v_0 / \cos \alpha$  jest prędkością względną przesuwaną po sobie płaszczyzn. Mamy więc wzór na górne oszacowanie siły niszczącej

$$P^+ = \frac{bg\sqrt{2}}{\cos \alpha \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} k.$$

W obliczeniach wytrzymałościowych spoin przyjmuje się zazwyczaj wartość  $\alpha = \pi/4$ . Daje to oszacowanie

$$P^+ = 2g \cdot b \cdot k;$$

nie jest to jednak najmniejsza możliwa wartość. Aby ją znaleźć poszukajmy maksimum funkcji

$$f(\alpha) = \cos \alpha \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right), \quad \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right),$$

występującego w mianowniku wzoru na  $P^+$ . Mamy

$$\frac{df}{d\alpha} = \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = 0,$$

a stąd  $\alpha = \pi/8$ . Podstawiając tę wartość do wzoru na  $P^+$ , otrzymujemy

$$P_2^+ = 0,828 \cdot 2g \cdot b \cdot k,$$

a więc wynik znacznie bliższy dolnemu oszacowaniu.

Tak więc rzeczywista nośność połączenia zawiera się w granicach

$$(2.3) \quad 0,802 \cdot 2g \cdot b \cdot k \leq P \leq 0,828 \cdot 2g \cdot b \cdot k.$$

Interesujące jest porównanie tego wyniku z wytrzymałością spoiny obliczoną metodą tradycyjną. Zgodnie z [5, 6] zaleca się w tym przypadku przyjęcie grubości obliczeniowej spoiny równej  $a=g\sqrt{2}/2$ , siłę zaś niszczącą oblicza się ze wzoru

$$P=2abk'_t,$$

gdzie  $k'_t$  jest dopuszczalnym naprężeniem ścinającym dla materiału spoiny. Identyfikując to naprężenie z granicą plastyczności materiału spoiny  $k$ , otrzymujemy

$$P \cong 0,707 \cdot 2gbk,$$

wartość więc nieco niższą niż wynikająca z oszacowań (2.3). Jednak w przypadku występowania wyłącznie spoin poprzecznych (co ma miejsce w omawianym przykładzie), podręcznik [5] (s. 143) dopuszcza zwiększenie naprężeń dopuszczalnych  $k'$  o 20%, co powoduje odpowiednie zwiększenie siły  $P$ .

### 3. NOŚNOŚĆ SPOIN UKOŚNYCH

Zakładając, że zachodzi korzystny przypadek, gdy własności wytrzymałościowe materiału spoiny nie odbiegają od własności materiału łącznego, z powyższych rozważań wynika, że w przypadku spoin poprzecznych nośność nakładki wykorzystywana jest w przybliżeniu 40%. Zapewnienie odpowiedniej nośności połączenia (nie mniejszej niż nośność środkowych pasów) wymaga więc zastosowania nieproporcjonalnie grubych nakładek.

Aby temu zapobiec stosuje się powszechnie spoiny ukośne (rys. 5a). Rozważmy więc nośność tego rodzaju połączeń.

W pierwszej kolejności rozpatrzmy dolne oszacowania. Podzielmy element na warstwy infinitesimalnej grubości ułożone prostopadle do płaszczyzny rysunku i równoległe do osi pasa. Pola statycznie dopuszczalne służące do oszacowania nośności poszczególnych warstw są identyczne, tylko względem siebie przesunięte. Przykład takiego pola przedstawiony jest na rys. 5b. Budowa pola jest bardzo podobna do pola z rys. 2. Różnica polega jedynie na tym, że kąt  $\alpha$  jest teraz większy od  $\pi/4$ . Jest on związany z kątem  $\beta$  nachylenia spoiny do osi za pomocą równości:

$$(3.1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sin \beta}.$$

Wartość dolnego oszacowania siły niszczącej element równa jest sumie oszacowań dla poszczególnych warstw i wyraża się wzorem

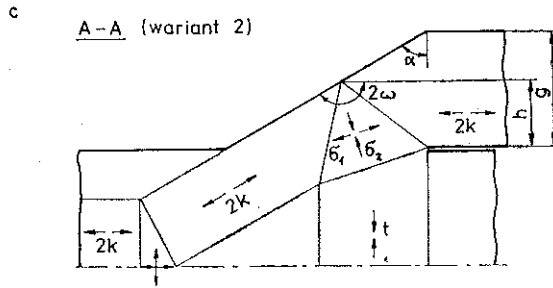
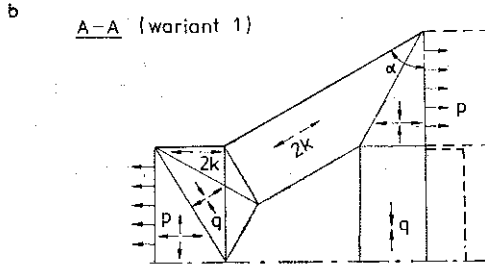
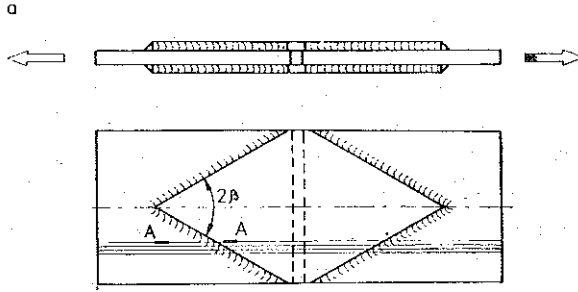
$$P_1^- = 2g \cdot b \cdot p,$$

gdzie  $g$  i  $b$  są to grubość i szerokość nakładki, naprężenia zaś  $p$  równe są (tak samo jak poprzednio)

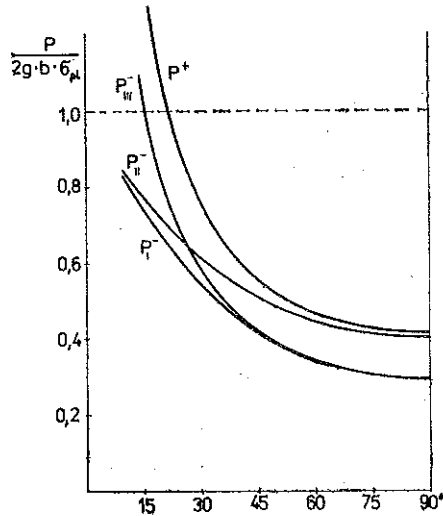
$$(3.2) \quad p = (1 - \cos \alpha) 2k,$$

a po uwzględnieniu (3.1)

$$p = \left( 1 - \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 + \sin^2 \beta}} \right) 2k.$$



Rys. 5



Rys. 6

Naprężenia  $q$  wynoszą  $— 2k \cos \alpha$ . Obliczone wartości siły  $P_I^-$  dla różnych wartości kąta  $\beta$  przedstawione są na wykresie (rys. 6).

Podobnie, jak w przypadku spoin poprzecznych, można skonstruować pole naprężeń przy założeniu, że kierunek działania siły przenoszonej przez nakładkę może być przesunięty względem jej osi symetrii. W każdą z warstw wpisujemy teraz pole pokazane na rys. 5c. Dolne oszacowania siły niszczącej oblicza się ze wzoru

$$P_{II}^- = 2hb \cdot 2k,$$

gdzie wymiar  $h$  dany jest wyrażeniem (por. wzór (2.2)):

$$h = g \operatorname{tg} \alpha \frac{\left( \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}{\left( \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}} = g \frac{\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha},$$

oraz

$$\omega = \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}.$$

Wynikające stąd wartości oszacowania  $P_{II}^-$  są wyższe aniżeli  $P_I^-$  (rys. 6)

Celem znalezienia jeszcze innego oszacowania nośności spoin tego typu rozważmy przykład pokazany na rys. 7. Pole naprężeń widoczne na tym rysunku ma nieco bardziej złożoną budowę niż dotychczas omówione. Cienkie warstwy, w które wpisano pola takie jak na rys. 5b, nie są równoległe do osi symetrii, lecz tworzą z nią kąt  $\varphi$ .

Kąt  $\alpha$  wyznaczyć można teraz ze wzoru

$$(3.3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sin(\beta + \varphi)}.$$

Wartość naprężeń  $p$  wynika, jak poprzednio, ze wzoru (3.2). Oddziaływanie warstw na krawędzie  $KM$  i  $LM$  trójkąta  $KLM$  zastąpić można oddziaływaniem pasów rozciąganych naprężeniami  $p$  i nachylonych pod kątem  $\varphi$  do osi symetrii. Obciążenie to wywołuje w obszarze  $KLM$  stan dwuosiowego nierównomiernego rozciągania. Wartości naprężeń  $s$  i  $\sigma$  wyznaczyć można z równań równowagi

$$\sigma dl \sin \beta = p dl \sin(\varphi + \beta) \cos \varphi,$$

$$s dl \cos \beta = p dl \sin(\varphi + \beta) \sin \varphi.$$

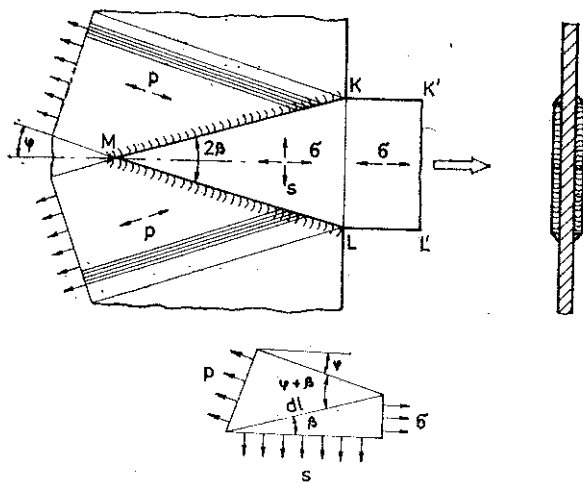
Mamy zatem uwzględniając (3.2) i (3.3)

$$(3.4) \quad \sigma = \left[ 1 - \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\sqrt{1 + \sin^2(\beta + \varphi)}} \right] \frac{\sin(\varphi + \beta) \cos \varphi}{\sin \beta} 2k.$$

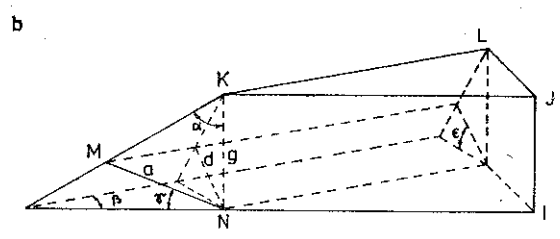
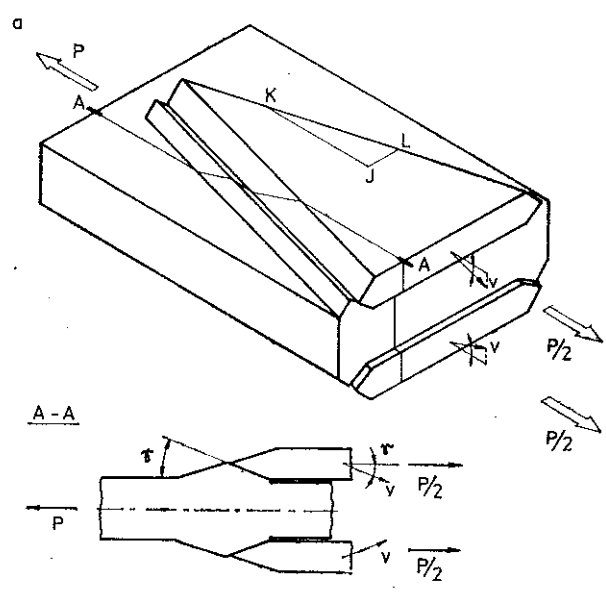
Dolna ocena nośności elementu jest w tym przypadku równa

$$P_{III}^- = 2gb\sigma.$$





Rys. 7



Rys. 8

Przy danym kącie  $\beta$  przyjmujemy taką wartość  $\varphi$ , by wynikająca ze wzoru (3.4) wartość  $\sigma$  była najwyższa. Obliczone w ten sposób wielkości siły  $P_{III}^-$  dla różnych kątów  $\beta$  podane są w postaci wykresu na rys. 6. Oszacowanie to dla kątów  $\beta < 0,45$  ( $\approx 26^\circ$ ) jest lepsze niż  $P_{II}^-$ .

Przy  $\beta = 0,275$  ( $15^\circ 45'$ ) mamy  $P_{III}^- = 2gb\sigma_{p1}$ . Dla tej wartości kąta  $\beta$ , spoina wykonana z materiału o takiej samej wytrzymałości jak materiał blachy ma nośność nie mniejszą niż element rozciągany  $K K' L' L$ .

Rozpatrzmy na koniec górne oszacowanie nośności omawianych połączeń. Załóżmy, że następuje ścięcie spoiny wzdłuż płaszczyzn nachylonych pod kątem  $\epsilon$  do płaszczyzny blachy i równoległych do krawędzi  $KL$  (rys. 8). Nakładka porusza się wzdłuż prostej  $MN$  tworzącej z płaszczyzną blachy kąt  $\gamma$ . Oznaczając prędkość nakładki przez  $v_0$ , możemy ułożyć bilans mocy (dla obydwu nakładek):

$$P^- v_0 \cos \gamma = k 4Sv_0,$$

gdzie  $S$  stanowi pole powierzchni płaszczyzny poślizgu.

Przyjmując dla uproszczenia, że  $b \gg g$ , mamy:

$$S = \frac{b}{2 \sin \beta} d,$$

gdzie  $d$  oblicza się ze wzoru (rys. 8b)

$$d = \frac{g}{\cos(\alpha - \gamma)} \sqrt{\cos^2 \alpha \cos^2 \gamma + \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma}.$$

Kąt  $\alpha$  jest związany z  $\beta$  wzorem (3.1). Stąd po przekształceniach otrzymujemy wzór na górne oszacowanie siły niszczącej:

$$P^+ = 2kbg \frac{\sqrt{\sin^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \gamma}}{(\sin \beta + \operatorname{tg} \gamma) \sin \beta \cos \gamma}.$$

Dla każdego kąta  $\beta$  dobieramy takie  $\gamma$ , by wartość  $P^+$  była najmniejsza. Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie na rys. 6.

#### 4. WYMIAROWANIE SPOIN WZDŁUŻNYCH

Przejdźmy teraz do oszacowania długości spoin w przypadku, gdy spoiny te, łączące nakładki z rozciągаныmi pasami blachy, są równoległe do kierunku działającej siły (rys. 9). Oszacowanie oprzemy na warunku, że nośność graniczna spoin powinna być równa maksymalnej sile przenoszonej przez nakładki, przy czym zakładamy dla uproszczenia, że własności spoiny nie odbiegają od własności materiału łączonego.

Zacznijmy od omówienia mechanizmu kinematycznie dopuszczalnego. Zakładamy, że zniszczenie elementu następuje poprzez ścięcie spoin w ich najmniejszym przekroju, tzn. wzdłuż płaszczyzn równoległych do osi i nachylonych pod kątem

$\pi/4$  do płaszczyzny blachy (rys. 9b). Górne oszacowanie siły niszczącej jest więc następujące:

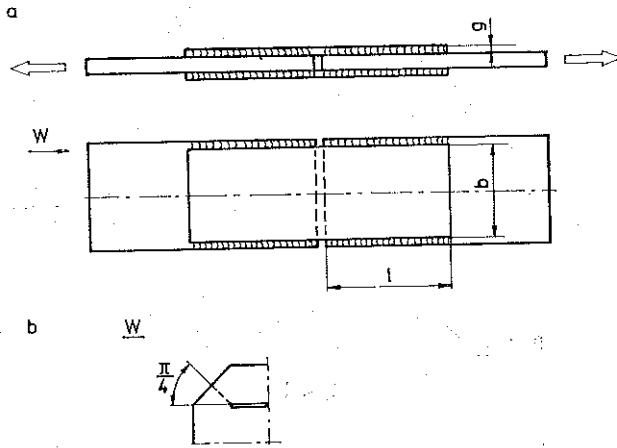
$$P \leq P^+ = k g \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4l,$$

gdzie  $l$  jest długością spoiny, a  $g$  grubością nakładki. Ponieważ siła niszcząca nakładki równa jest

$$P = 2gb \cdot 2k, \quad (b \text{ — szerokość nakładki}),$$

gdzie  $b$  oznacza szerokość nakładki więc dolne oszacowanie długości spoiny ma postać

$$(4.1) \quad b\sqrt{2} \leq l.$$



Rys. 9

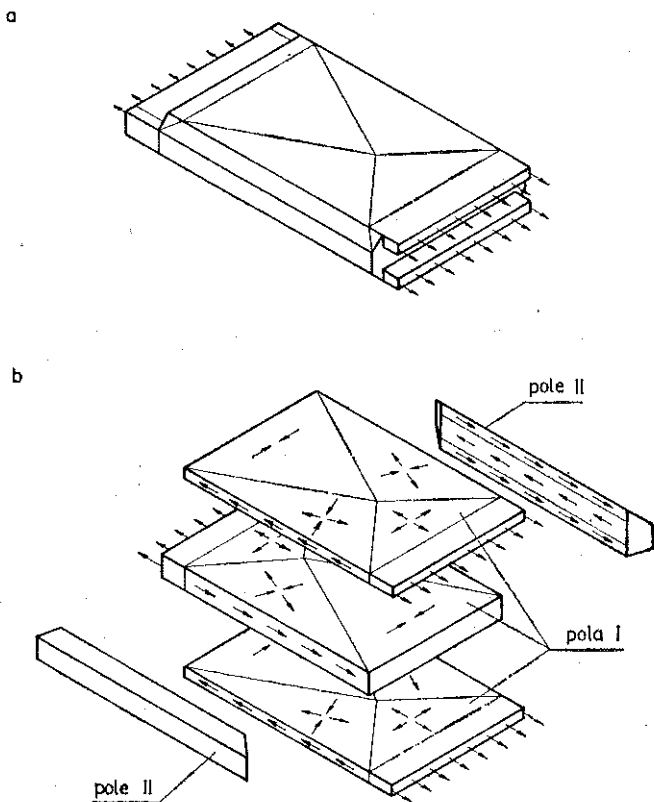
Przejdźmy teraz do opisu statycznie dopuszczalnego pola naprężeń. Na rys. 10a pokazana jest połówka omawianego połączenia z zaznaczonymi cienką linią konturami pola, natomiast na rys. 10b widnieje schemat budowy pola w rozbiciu na poszczególne elementy składowe. Elementy te (pola składowe) należą do dwóch różnych rodzajów.

Pole pierwszego rodzaju, podane przez BODASZEWSKIEGO [1, 2], pokazane jest na rys. 11. Obciążenie naprężeniami rozciągającymi  $2k$  rozłożonymi wzdłuż krawędzi  $EE'$ , równoważone jest przez naprężenia ścinające  $\tau = k\sqrt{2}/2$  rozłożone wzdłuż boków  $EF$  i  $E'F'$ . Poszczególne naprężenia mają wartości:

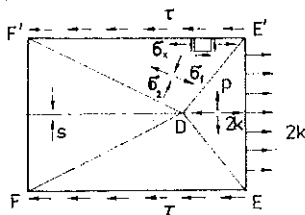
$$\sigma_{1,2} = k \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \pm 1 \right), \quad s = -\frac{\sqrt{2}}{4} k,$$

$$p = \frac{1}{4} (2 + \sqrt{2}) k, \quad \sigma_x = k\sqrt{2}.$$

Długość boku  $EE'$  wynosi  $b$ , boku zaś  $EF$  jest równa  $b\sqrt{2}$ .



Rys. 10

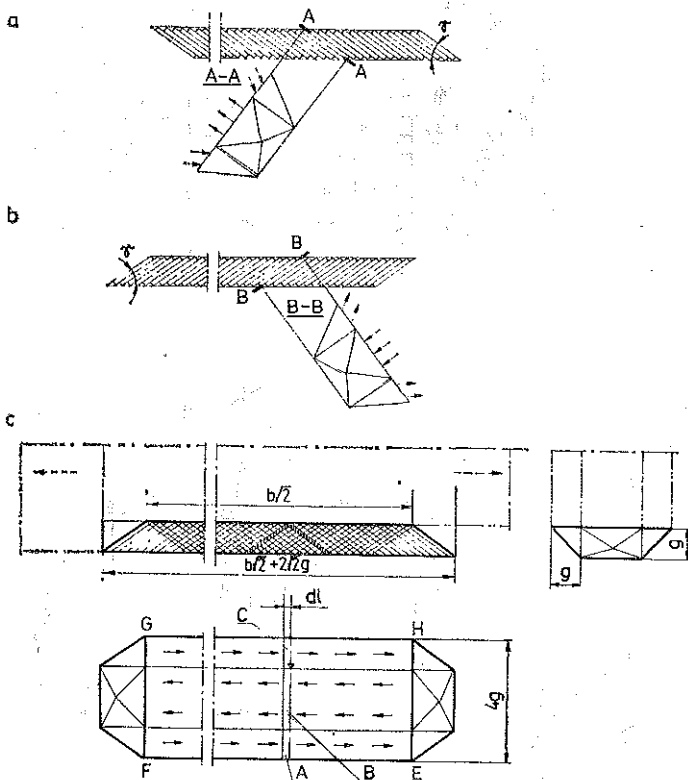


Rys. 11

Pola takie (oznaczone na rys. 10b symbolem I) przyjmujemy w górnej i dolnej nakładce, oraz (obrócone o  $180^\circ$ ) w znajdującym się pomiędzy nimi fragmencie pasa środkowego.

Pola drugiego rodzaju (oznaczone symbolem II) służą do wzajemnego zrównoważenia naprężeń ścinających  $\tau$  występujących na brzegach pól I. Budowę takiego pola ilustruje rys. 12. Przy jego tworzeniu posłużono się metodą analogiczną do zaproponowanej przez Szlagowskiego [10]. Metoda ta polega na konstruowaniu złożonego pola naprężeń drogą superpozycji prostych pól elementarnych. Stany naprężeń w poszczególnych punktach pola są określone przez sumy tensorów na-

przeżeń w odpowiednich punktach pól elementarnych. W niniejszym przykładzie następuje sumowanie pól płaskich leżących w różnych płaszczyznach. W wyniku tego otrzymujemy pole statycznie dopuszczalne, w obrębie którego występują różnorodne przestrzenne stany naprężenia.

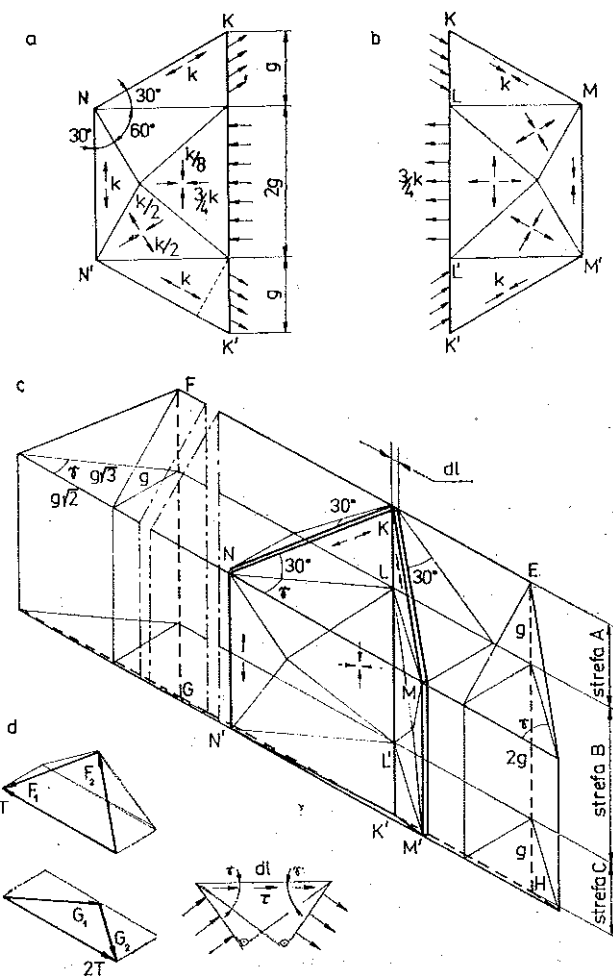


Rys. 12

Sumowanie pola płaskie należą do dwóch rodzin. Pole należące do pierwszej rodziny pokazane jest na rys. 13a. Służy ono do przeniesienia naprężeń ściskających o wartości  $k$  ( $\sqrt{3}/2$ ) działających równoległe do krawędzi  $KM$  i  $K''M''$ . Naprężenia te równoważone są przez naprężenia rozciągające  $3k/4$  rozłożone wzdłuż brzegu  $LL''$ . Budowa pola różni się nieznacznie od podobnych pól służących do projektowania elementów kotwiących (por. [7]). Naprężenia w kierunku prostopadłym do rysunku są równe zero. Istotną własność pola polega na tym, że w żadnym punkcie wartości bezwzględne każdego z naprężeń głównych oraz ich różnicy nie przekraczają  $k$ .

Elementem pola przestrzennego jest cała rodzina takich pól płaskich w postaci nieskończenie małych, przesuniętych względem siebie warstw umieszczonych pod kątem  $\gamma = 35^\circ 16'$  ( $\sin \gamma = 1/\sqrt{3}$ ) do osi pasów (rys. 12a). Drugi element stanowi rodzina podobnych pól płaskich o analogicznej budowie i identycznych wymiarach (rys. 13b),

które różnią się tym od poprzednich, że wszystkie naprężenia mają przeciwne znaki. Płaszczyzny pól drugiej rodziny odchylone są od osi o kąt  $\gamma$  w przeciwną stronę (rys. 12b).



Rys. 13

Pole II powstaje w wyniku nałożenia na siebie tych dwóch rodzin pól płaskich (rys. 13c). W każdym punkcie tensor naprężenia równy jest co najwyżej sumie dwóch tensorów składowych, z których każdy opisuje stan naprężenia odpowiadający innej rodzinie pól. Wartości bezwzględne naprężeń głównych i ich różnice, ze względu na podane wyżej ograniczenia dla pól składowych, nie przekraczają  $2k$ . Powstałe pole jest więc statycznie dopuszczalne.

Zbadajmy teraz naprężenia na brzegach pola II. W tym celu rozważmy element brzegu w postaci pasa o szerokości  $dl$  i długości  $4g$  (rys. 12c). Element ten obciążony jest naprężeniami od dwóch nieskończenie małych warstw, należących do różnych rodzin. Wzajemne położenie tych dwóch warstw pokazuje rys. 13c. Omawiany element

(podobnie jak cały obciążony brzeg) podzielić można umownie na trzy strefy: *A*, *B*, *C* (rys. 13c), z których każda jest inaczej obciążona łatwo zauważyć, że ze względu na antysymetrię układu dwóch warstw, każda ze stref poddana może być jedynie obciążeniom ścinającym. I tak strefa *A* brzegu obciążona jest siłami  $F_1$  i  $F_2$  działającymi równolegle, odpowiednio do krawędzi *KN* oraz *KM* (rys. 13d). Ponieważ siły te są równe co do wartości, więc ich wypadkowa *T* skierowana jest równolegle do prostej *MN*. Analogicznie rzecz się przedstawia w strefie *C*. W strefie *B* natomiast (środkowej), obciążenia  $G_1$  i  $G_2$  działają równolegle do prostych *LN* i *LM*, a ich wypadkowa  $2T$  ma ten sam kierunek lecz przeciwny zwrot niż w strefach *A* i *C*.

Działające siły rozkładają się równomiernie na obciążonych powierzchniach, w postaci odpowiednio skierowanych naprężeń ścinających. Ponieważ szerokość strefy *B* (wynosząca  $2g$ ) równa jest sumie szerokości stref *A* i *C*, więc naprężenia ścinające są we wszystkich trzech strefach równe. Wartość tych naprężeń najłatwiej obliczyć w strefie środkowej. Działające pod kątem  $\gamma$  do płaszczyzny brzegu naprężenia  $3/4k$  od obydwu warstw dają po zsumowaniu, naprężenia rozłożone wzdłuż odcinka długości  $dl$  (rys. 13d).

$$dl = 2 \left( \frac{3}{4} k dl \sin \gamma \right) \cos \gamma.$$

Ponieważ  $\sin \gamma = 1/\sqrt{3}$ , a  $\cos \gamma = \sqrt{2/3}$ , mamy ostatecznie

$$(4.2) \quad \tau = \frac{\sqrt{2}}{2} k.$$

Opisane wyżej dwa typy pól służą do budowy złożonego przestrzennego systemu naprężeń. Sposób budowy wyjaśnia rys. 10. Na granicach pomiędzy elementami I i II występują naprężenia ścinające określone wzorem (4.2) Górne oszacowanie długości  $l$  spoiny wynika z długości pola II i wynosi

$$(4.3) \quad l \leq \sqrt{2} b + 2\sqrt{2} g.$$

Niezbędna długość spoiny zdolnej do przeniesienia danych obciążeń waha się więc w granicach określonych nierównościami (4.1) i (4.3). Projektując spoinę należy oczywiście przyjąć górną (bezpieczną) granicę przedziału.

W przypadku gdy materiał spoiny ma niższe własności wytrzymałościowe niż materiał łączony, powyższe oszacowanie przyjmuje postać

$$\frac{b\sqrt{2}}{s} \leq l \leq \frac{b\sqrt{2}}{s} + 2\sqrt{2}g,$$

gdzie  $s$  jest współczynnikiem równym stosunkowi granicy plastyczności materiału spoiny do granicy plastyczności materiału nakładki. Budowa pola statycznie dopuszczalnego jest podobna, jedynie pole z rys. 11 różni się proporcjami wymiarowymi (i wartością naprężeń  $\tau$  na brzegach).

## 5. PRZYKŁAD PROJEKTOWANIA WSPORNIKA

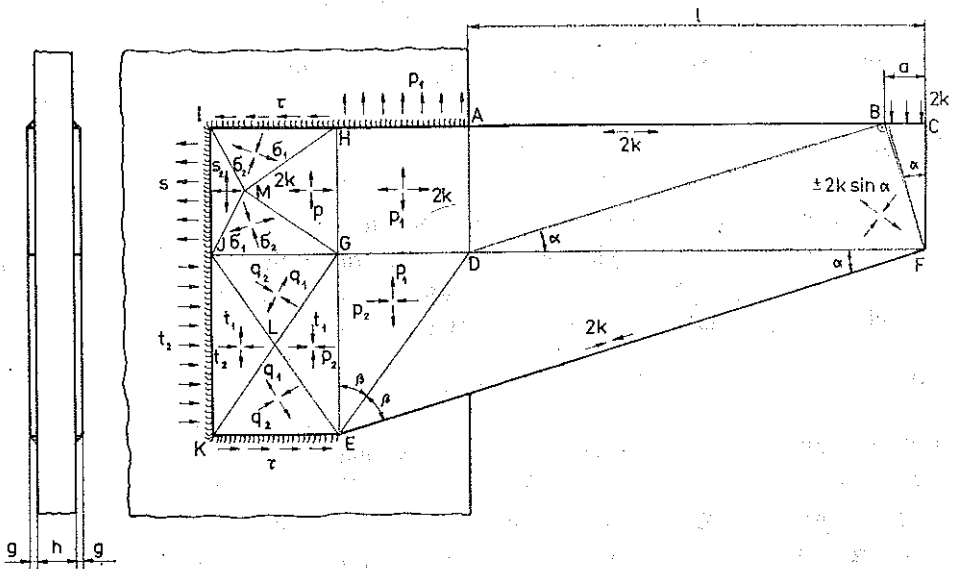
Celem niniejszego punktu jest ilustracja, jak omawiane wyżej rozwiązania wykorzystywać można do obliczania spoin w bardziej złożonych przypadkach, w połączeniu z kształtowaniem elementów spawanych. Podobnie jak poprzednio przyjmujemy uproszczające założenie, że wytrzymałość materiału spoiny jest równa wytrzymałości materiału łączonego.

Rozważmy element konstrukcyjny, pełniący rolę wspornika, obciążony siłą pionową  $P$  (rys. 14). Należy zaprojektować kształt tego wspornika, wyciętego z dwóch blach o grubości  $g$  i jego połączenie z płytą o grubości  $h$ .

Przyjmujemy, że działanie siły wyraża się w postaci nacisków o maksymalnej wartości  $2k$  działających na fragment brzegu o szerokości  $a$ . Przyjmujemy dalej, że odległość krawędzi płyty od krańcowego punktu wspornika równa jest  $l$ . Tak więc siła

$$P = ba \cdot 2k$$

działa na ramieniu  $l - a/2$ . Rys. 14 wykonano dla przypadku, gdy  $l/a = 12$ . Dla uproszczenia rysunku przyjęto, że grubość blach jest mała w stosunku do pozostałych wymiarów.



Rys. 14

Pole naprężeń, określające kształt wspornika, wybrano tak by kształt ten był technologicznie prosty. W obszarach  $BCF$  i  $DEF$  panuje jednoosiowe ściskanie, a w obszarze  $ABD$  jednoosiowe rozciąganie naprężeniami  $2k$ . W obszarze  $BDF$  naprężenia główne mają wartość  $\pm 2k \sin \alpha$ , gdzie  $\alpha$  jest wartością kątów  $BFC$ ,  $ABD$ ,  $BDF$  i  $DFE$ . Dla  $l/a = 12$ , kąt  $\alpha$  jest równy  $0,2928$  ( $16^\circ 46'$ ). W trójkącie  $DEG$  panują naprężenia

$$p_1 = 2k \sin \alpha = 0,577k,$$



oraz

$$p_2 = 2k (\sin \alpha - 1) = -1,423k.$$

Naprężenia główne  $p_1$  przenoszone są dalej, za pośrednictwem pola  $AHGD$  na spoinę  $AH$ . Ich wartość jest niższa od wynikającej ze wzoru (2.1)<sub>1</sub>, nośność spoiny nie jest więc przekroczona.

Naprężenia rozciągające  $2k$  w obszarze  $ABD$  przenoszą się poprzez prostokąt  $AHGD$  na pole  $GHIJ$ . Pole to ma budowę podobną do pola na rys. 11. Różnica polega na tym, że krawędź  $IJ$  jest obciążona. Wzdłuż linii nieciągłości  $IH$  oraz  $GJ$  działają wyłącznie naprężenia styczne  $\tau = k\sqrt{2}/2$ . Na brzegu  $IH$  są one przenoszone przez spoinę, wzdłuż zaś linii  $GJ$  równoważą się z odpowiednimi naprężeniami działającymi w trójkącie  $GJL$ . W obszarze  $IJM$  (w odróżnieniu od pola na rys. 11) mamy dwuosiowy stan naprężenia. Wartość naprężeń  $s_1$  ograniczona jest nośnością spoiny. Przyjęto więc (zgodnie ze wzorem (2.1)<sub>1</sub>)

$$s_1 = (2 - \sqrt{2})k = 0,586k.$$

Zakładając, że trójkąt  $IJM$  jest w stanie plastycznym mamy dalej  $s_2 = -1,414k$ . Wartości pozostałych naprężeń wynoszą:

$$\sigma_1 = 1,319k, \quad \sigma_2 = -0,379k, \quad p = 0,471k.$$

Z warunków równowagi zewnętrznej prostokąta  $GHIJ$  wynika, że długości boków  $HI$  oraz  $IJ$  muszą być równe, jest to więc kwadrat.

W obszarze  $EGJK$  istnieje podobne pole naprężeń, które różni się jedynie wartością parametrów. W omawianym przypadku (dla  $l/a = 12$ ), poszczególne naprężenia przyjmują wartości:

$$t_1 = 0,994k, \quad t_2 = -0,417k, \quad q_1 = 0,384k, \quad q_2 = -1,303k.$$

W całym obszarze  $EGJK$  materiał jest więc poniżej stanu granicznego. Na brzegach  $EK$  i  $GJ$  obszaru występują naprężenia styczne  $\tau = k\sqrt{2}/2 = 0,707k$ . Na odcinku  $GJ$  są one równoważone (jak wyżej wspomniano) przez oddziaływanie pola  $GHIJ$ . Na odcinku  $EK$  natomiast, naprężenia  $\tau$  przenoszone są przez spoinę. Również naprężenia ściskające  $t_2$  na brzegu  $KJ$  przenoszone są na płytę za pośrednictwem spoiny, której nośność jednak na tym odcinku nie jest w pełni wykorzystana.

Pola naprężeń powstające w płycie środkowej konstruuje się w sposób podobny do opisanego w poprzednim punkcie. W przypadku gdy płyta jest odpowiednio gruba (np.  $h \geq 5g$ ) konstrukcja nie przedstawia większych trudności i nie będzie tu szczegółowo opisywana. Więcej informacji na temat tego rodzaju pól znaleźć można w pracy [12].

## 6. UWAGI KOŃCOWE

Celem przedstawionych wyżej przykładów było ukazanie potencjalnych możliwości metody nośności granicznej w zakresie projektowania połączeń spawanych. Metoda ta pozwala wymiarować spoiny pracujące w warunkach złożonych

obciążeń statycznych w powiązaniu z kształtowaniem łączonych elementów konstrukcyjnych.

Należy podkreślić, że metoda nośności granicznej służy jedynie do wstępnego projektowania konstrukcji. Otrzymane rozwiązania mogą być poddane weryfikacji innymi metodami. Powinny też w miarę konieczności zostać podane korekty dla uwzględnienia takich czynników jak wytrzymałość zmęczeniowa, odporność na kruche pękanie itd.

Oczywiście, jak już wspomniano we wstępie, praktyczna przydatność przedstawionej metody może zostać potwierdzona jedynie na drodze doświadczalnej.

Przy porównaniu nośności spoin z nośnością elementów łączonych przyjmowano założenie, że materiał spoiny nie różni się własnościami (tzn. wartością granicy plastyczności  $2k$ ) od materiału, z którego wykonano elementy konstrukcyjne. Jednakże przedstawione pola naprężeń pozostają statycznie dopuszczalne również w przypadku, gdy materiał spoiny ma niższą wartość granicy plastyczności. Wartości stałych  $k$  i  $\sigma_{p1}$  odnoszą się wówczas jedynie do tego materiału. Nośność elementów łączonych nie jest w tym przypadku w pełni wykorzystana. Modyfikacja przedstawionych rozwiązań w kierunku lepszego jej wykorzystania nie przedstawia jednak większych trudności.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. BODASZEWSKI, *Projektowanie cienkościennych węzłów konstrukcyjnych za pomocą pól statycznie dopuszczalnych*, Rozprawa Doktorska, (promotor H. Frąckiewicz), Politechnika Świętokrzyska.
2. W. BODASZEWSKI, *Wytrzymałościowe studium cienkościennych ustrojów samochodów i maszyn roboczych*, etap III t.1, Sprawozdanie dla IPPT PAN z prac wykonanych w ramach problemu węzłowego 05.12.
3. L. DIETRICH, *Wymiarowanie połączeń sworzniowych metodą nośności granicznej w świetle badań zmęczeniowych*, Arch. Budowy Maszyn, 25, 3, 1978.
4. L. DIETRICH, J. MIASTKOWSKI, *Doświadczalne badania nośności granicznej połączeń sworzniowych*, Arch. Budowy Maszyn, 18, 4, 1971.
5. W. MOSZYŃSKI, *Wykład elementów maszyn*, cz. 1, Wyd. SIMP, Warszawa 1949.
6. PN-80/B-03200.
7. W. SZCZEPIŃSKI, *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, PWN, Warszawa 1968.
8. W. SZCZEPIŃSKI, *Statycznie dopuszczalne pola naprężeń dla węzłów konstrukcji stalowych*, Prace IPPT, 44, 1977.
9. W. SZCZEPIŃSKI, *Statically admissible stress fields for plastic design of connections of steel structures*, J. Struct. Mech., 7, 1, 1979.
10. J. SZLAGOWSKI, *Kształtowanie węzłów konstrukcji stalowych metodą tensorowego nakładania stanów naprężeń*, Rozpr. Inż., 29, 3, 1981.
11. M. ŚLIWOWSKI, *Badania zmęczeniowe elementów konstrukcyjnych w kształcie zamka łopatk turbinowej*, Prace IPPT, 10, 1979.
12. W. ZOWCZAK, *Nośność graniczna i wymiarowanie spoin*, Prace IPPT, 7, 1983.

## Резюме

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИИ МЕТОДОМ  
ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

В работе предлагается использование метода предельной нагрузки для предварительных расчетов и проектирования сварных соединений. Были использованы экспериментальные теоремы с целью определения прочности типичных соединений, а также для определения размеров швов, при заранее заданной нагрузке. Рассмотрены угловые швы: поперечные-продольные и косые. Приведен пример проектирования сварного соединения, иллюстрирующий связь между нанесением размера швов и формированием сварных элементов.

## SUMMARY

## DESIGN OF WELDED JOINTS BY THE METHOD OF LOAD CARRYING CAPACITY

The load carrying capacity method is proposed for designing the welded joints, Extremum theorems are used to estimate the carrying capacity of several typical joints and the size of the welds at a prescribed carrying capacity. Transversal, longitudinal and diagonal welds are considered. An example of welded joint design is presented to illustrate the connections between dimensioning of joints and forming of welded elements.

INSTYTUT MECHANIZACJI BUDOWNICTWA.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 17 maja 1983 r.*

---