

ANALIZA NAPRĘŻEŃ HARTOWNICZYCH W SPRĘŻYSTYCH STAŁOWYCH PŁYTACH

JERZY WOELKE (POZNAŃ)

Wyznaczono i przeanalizowano chwilowe i szczytkowe naprężenia hartownicze w stalowych nieskończonych płytkach sprężystych, uwzględniając kinetykę przemian fazowych i towarzyszące im zmiany objętości elementów ciała. Opracowano nomogramy do obliczenia udziałów wagowych poszczególnych struktur i faz, do obliczenia zmiany objętości elementu spowodowanego przemianami fazowymi oraz do szacowania wartości makroskopowych naprężeń chwilowych i szczytkowych.

1. WSTĘP

Praca poświęcona jest analizie chwilowych i szczytkowych naprężeń hartowniczych. Zasadniczym celem pracy jest budowa nomogramów do obliczenia udziałów wagowych poszczególnych struktur i faz oraz szacowania wielkości makroskopowych naprężeń chwilowych i szczytkowych dla różnych prędkości chłodzenia (charakteryzowanych bezwymiarową liczbą Biota B_i) i dla różnych czasów połowicznego izotermicznego rozpadu austenitu w perlit $\tau_{0,5}$ w temperaturze najmniejszej trwałości austenitu T_1 .

Znajomość naprężeń hartowniczych daje możliwość wpływania na ich wielkość i rozkład i z tego powodu znaczenie praktyczne ich analizy teoretycznej wydaje się być oczywiste. Powstające w procesie hartowania części maszyn chwilowe i końcowe naprężenia spowodowane są dwoma podstawowymi przyczynami: 1) nieswobodną rozszerzalnością cieplną oraz 2) nierównomierną zmianą objętości na skutek przemian fazowych i strukturalnych towarzyszących hartowaniu. Wyznaczenie globalnej zmiany objętości właściwej elementu hartowanego ciała wymaga znajomości udziałów wagowych poszczególnych struktur czy też faz oraz niektórych ich właściwości cieplno-mechanicznych. Dlatego obliczenia naprężeń hartowniczych dokonano w czterech etapach.

W etapie pierwszym wyznaczono pole temperatury i dokonano analizy kinetyki przemian fazowych. W etapie drugim wyznaczono udziały wagowe perlitu i martenzytu w każdym punkcie ciała i w każdej chwili czasu. W etapie trzecim wyznaczono względną zmianę objętości wszystkich elementów ciała. Wreszcie w etapie czwartym wyznaczono pole naprężenia.

Za podstawę przyjęto teorię ŁOMAKINA [1—3], której zmodyfikowaną wersję uwzględniającą współczesny rozwój teorii termoplastyczności podali T. INOUE i B. RANIECKI [4—5].

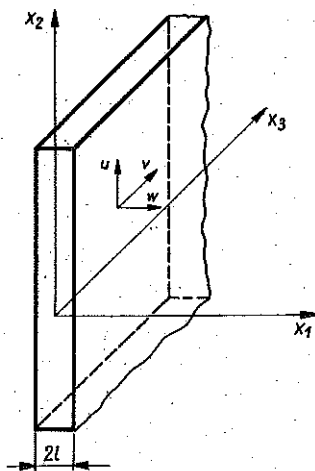
W teorii tej wyróżnia się tylko trzy składniki strukturalne: austenit, perlit i martenzyt. Przyjęto więc uproszczenia zakładając, że własności termomechaniczne bainitu, które mają wpływ na powstawanie naprężeń są takie same jak własności perlitu oraz pomija się możliwość występowania ferrytu. Dlatego pozostaje ona poprawna tylko dla tych gatunków stali węglowych z niewielkimi dodatkami stopowymi, które posiadają krzywe $C-T-P$ w kształcie litery C i które zawierają węgiel w ilości bliskiej zawartości węgla w stali eutokoidalnej.

2. NAPRĘŻENIA HARTOWNICZE W PŁYCE SPRĘŻYSTEJ

2.1. Wyznaczenie pola temperatury

Rozważmy nieskończoną płytę o grubości $2l$ (rys. 1) i temperaturze początkowej T_0 ,

$$(2.1) \quad T|_{t=0} = T_0.$$



Rys. 1

Zakładamy, że płyta została ochłodzona do temperatury pokojowej T_r w taki sposób, iż temperatura jej w każdej chwili czasu zmieniała się jedynie wraz z grubością oraz że

$$(2.2) \quad T(x_1, t) = T(-x_1, t),$$

tj. funkcja temperatury jest parzystą względem zmiennej x_1 . Tego typu rozkład temperatury w punktach dostatecznie odległych od krawędzi płyty

wystąpi w typowych procesach hartowania w kąpielach polegających na zanurzeniu płyty w ośrodku chłodzącym. Pomijamy ciepło przemian fazowych oraz zmianę współczynnika dyfuzyjności ciepła z temperaturą. Błąd wynikający z tego typu założenia nie przekracza 10% [13]. Przy tych założeniach pole temperatury est rozwiązaniem klasycznego równania przewodnictwa Fouriera

$$(2.3) \quad k \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

spełniającym warunek początkowy (2.1) oraz następujące warunki brzegowe

$$(2.4) \quad \frac{\partial T}{\partial x_1} + hT|_{x_1=L} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} = 0.$$

W powyższych wzorach $h = \alpha'_p/\lambda$, K oznacza współczynnik dyfuzyjności ciepła, α_p współczynnik przejmowania ciepła przy powierzchni płyty oraz λ współczynnik przewodnictwa cieplnego. Rozwiązanie tak postawionego problemu brzegowego dla równania przewodnictwa przyjmuje postać [6]

$$(2.5) \quad T = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ka_n^2 t} \frac{(h^2 + a_n^2) T_0 \cos(a_n x) \sin(a_n L)}{(a_n^2 + h^2) + h},$$

gdzie a_n jest kolejnym dodatnim pierwiastkiem równania

$$(2.6) \quad a \operatorname{tg}(al) - h = 0.$$

Posługiwać się będziemy następującymi wielkościami bezwymiarowymi:

$$(2.7) \quad \theta = \frac{T}{T_0}, \quad \tau = \frac{kt}{l^2}, \quad y = \frac{x_1}{l}, \quad B_i = hl,$$

gdzie τ nazywa się czasami liczbą Fouriera, natomiast B_i liczbą Biota.

Podstawiając $al = b$, znajdziemy pole temperatury w wielkościach bezwymiarowych w następującej postaci:

$$(2.8) \quad \theta = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-b_n^2 \tau} \frac{(B_i^2 + b_n^2) \cos(b_n y)}{b_n [(B_i^2 + b_n^2) + B_i]} \sin b_n,$$

gdzie b_n jest kolejnym pierwiastkiem równania

$$(2.9) \quad b \operatorname{tg} b - B_i = 0.$$

2.2. Empiryczne związki kinetyki przemian fazowych

Przemiana austenitu w perlit $A \rightarrow P$ ma charakter dyfuzyjny. Należy ona do grupy przemian typu zarodkowania i rozrostu [7]. W celu określenia udziału wagowego perlitu p_1 , autorzy pracy [4] przyjmują za CAHNEM [8] tzw. model przemiany izokinetycznej i podają pełny układ równań

umożliwiających wyznaczenie udziałów wagowych perlitu. W przypadku płyty p_1 wyznacza się z następujących równań:

$$(2.10) \quad p_1 = G_1(z), \quad z(y, \tau) = \int_0^\tau f_1[\theta_1(y, \tau)] d\tau_1$$

oraz

$$(2.11) \quad \bar{f}_1 = \begin{cases} 0 & \text{dla } \theta_1 > \bar{T}_A, \\ \frac{1}{\tau_{0,5}} f(\theta_1) & \text{dla } \theta_1 \leq \bar{T}_A, \end{cases}$$

gdzie

$$\theta_1(y, \tau) = \frac{\bar{T}_A - \theta(y, \tau)}{\bar{T}_A - \bar{T}_1}$$

$$(2.12) \quad f(\theta_1) = [1 - \exp(-7\theta_1^{2,5})] \exp[-2,6(1 - \theta_1)^2],$$

$$\ln \left[\frac{1}{1 - G_1(z)} \right] = b_s^{-1/3} f_s(nz),$$

$$(2.13) \quad f_s(a_s) = a_s \{ 1 - (3/\pi a_s^3) [1 - \exp(-\pi a_s^3/6)] \exp(-\pi a_s^3/6) - \\ - (\sqrt{6}/4) a_s^{-3/2} \operatorname{erf}[a_s(\pi a_s/b)^{1/2}] \}, \\ a_s = nz, \quad \operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2) dy,$$

$$n = 1,1; \quad b_s^{-1/3} = 1,52.$$

Funkcję $f_1(\theta_1)$ oraz stałe n i b_s autorzy pracy [4] określili wykorzystując doświadczalne dane (dotyczące wykresów CTP) zebrane w pracy ŁOMAKINA [2], gdzie T_A oznacza temperaturę początku izotermicznej przemiany austenitu w perlit, T_1 temperaturę najmniejszej trwałości izotermicznego rozpadu austenitu w perlit, $t_{0,5}$ czas połowicznego rozpadu $A \rightarrow P$ (austenitu w perlit) przy temperaturze T_1 . Wielkości $t_{0,5}$, T_A i T_1 traktowane są jako stałe parametry, które mogą zależeć od składu chemicznego stali, wielkości ziaren, o których zakłada się, że nie ulegają zmianie w procesie hartowania itp.

Wykorzystując powyższe wzory i znając pole temperatury, możemy wyznaczyć udział wagowy perlitu w każdej płaszczyźnie $y = \text{const}$ i w każdej chwili τ . Analizując te wzory stwierdzamy, że p_1 oprócz zmiennych niezależnych a i b zależą tylko od czterech bezwymiarowych parametrów:

$$(2.14) \quad p_1 = p_1 \{ B_i, \bar{T}_A, \bar{T}_1, \tau_{0,5} \},$$

$$(2.15) \quad \bar{T}_A = \frac{T_A}{T_0}, \quad \bar{T}_1 = \frac{T_1}{T_0}, \quad \tau_{0,5} = \frac{kl_{0,5}}{l^2}.$$

Bezwymiarowe parametry \bar{T}_A i \bar{T}_1 przyjmują dla różnych stali wielkości niewiele różniące się od siebie, dlatego obliczenia prowadziliśmy dla

następujących wartości tych parametrów: $\bar{T}_A = 0,95$ i $\bar{T}_1 = 0,75$. Ponadto obliczenia przeprowadzone zostały dla następujących układów bezwymiarowych parametrów B_i i $\tau_{0,5}$:

$$(2.16) \quad \begin{aligned} B_i &= (1, 5, 10, 20, 50, 1000, 500), \\ \tau_{0,5} &= (0,1, 0,2, 0,5, 1). \end{aligned}$$

Udział wagowy martenzytu obliczyć można ze wzoru

$$(2.17) \quad m_1 = (1 - p_1) m_1^*(T),$$

gdzie funkcja $m_1^*(T)$ określa udział wagowy martenzytu w sytuacji, gdy przemiana $A \rightarrow P$ nie występuje:

$$(2.18) \quad m_1^*(T) = \begin{cases} 0 & \text{dla } T > M_s, \\ m_2(T) & \text{dla } M_s \geq T \geq T_r. \end{cases}$$

We wzorach tych M_s oznacza temperaturę początku przemiany martenzytycznej. Funkcję $M_2(T)$ autorzy pracy [4] wyznaczyli korzystając z danych zebranych przez Łomakina:

$$(2.19) \quad m_2(T) = (1 - a_r) \Phi(\theta_2),$$

gdzie

$$(2.20) \quad \theta_2 = \frac{M_s - T}{M_s - M_f},$$

$$(2.21) \quad \Phi(\theta_2) = [1 - (1 - \theta_2)^{2,5} H(1 - \theta_2)] [1 - \exp(-17\theta_2^2)],$$

gdzie a_r oznacza austenit szcążkowy, symbolem zaś H oznaczono funkcję Heavisida, a M_f temperaturę końca przemiany martenzytycznej. Funkcję θ_2 można wyrazić przez wielkości bezwymiarowe następująco:

$$(2.22) \quad \theta_2(y; \tau) = \frac{\bar{T}_s - \theta(y, \tau)}{\bar{T}_s - \bar{T}_f},$$

gdzie

$$(2.23) \quad \bar{T}_s = \frac{M_s}{T_0}, \quad \bar{T}_f = \frac{M_f}{T_0}.$$

Stąd wynika, że chwilowa zawartość martenzytu zależy od czterech bezwymiarowych parametrów podanych we wzorze (2.14) i dodatkowo od \bar{T}_s , \bar{T}_f i a_r ; tzn. zależy od następujących 7-miu bezwymiarowych parametrów:

$$(2.24) \quad m_1 = m_1 \{B_i, \tau_{0,5}, \bar{T}_A, \bar{T}_1, \bar{T}_s, \bar{T}_f, a_r\}.$$

Ponieważ funkcja Φ dla $\theta_2 > T_1$ osiąga wartość 1, więc końcowy rozkład zawartości martenzytu $m_1^\infty = m_1|_{\tau=\infty}$ nie zależy od parametrów \bar{T}_s i \bar{T}_f , co jest bezpośrednią konsekwencją atermicznego charakteru przemiany $A \rightarrow M$.

2.3. Wyznaczenie względnej zmiany objętości

Autorzy pracy [4] przyjęli, że element stali jest makroskopowo izotropowy oraz że związek pomiędzy średnim ciśnieniem hydrostatycznym, a względną zmianą objętości ma postać

$$(2.25) \quad t, \varepsilon = \frac{1}{3K} \text{tr} \sigma + 3\varepsilon^T,$$

gdzie ε i σ są odpowiednio tensorami nieskończenie małych odkształceń i naprężeń, K oznacza moduł odkształcenia objętościowego, a ε^T względną zmianę objętości elementu w procesie chłodzenia pod nieobecność naprężeń. W pierwszym przybliżeniu ε^T jest liniową funkcją udziałów wagowych poszczególnych składników przemiany,

$$(2.26) \quad 3\varepsilon^T = \frac{v}{v_0} - 1 = p_1 \frac{v_p(T)}{v_0} + m_1 \frac{v_m(T)}{v_0} + (1 - p_1 - m_1) \frac{v_A(T)}{v_0} - 1.$$

Można przyjąć, że objętości właściwe są liniowymi funkcjami temperatury. Wzór (2.26) można wtedy przestawić następująco:

$$(2.27) \quad \varepsilon^T = p_1 (\gamma_1 - \alpha_1 T) + m_1 (\gamma_2 - \alpha_2 T) + \alpha_A (T - T_0),$$

gdzie α_A jest średnim współczynnikiem liniowej rozszerzalności cieplnej austenitu, ale α_1 i α_2 różnią się od współczynników rozszerzalności cieplnej perlitu i martenzytu, choć są od nich bezpośrednio zależne [4].

Jeżeli $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_A = 0$, to otrzymuje się prosty model, który pomija rozszerzalność cieplną wszystkich składników. Wówczas parametry γ_1 i γ_2 określają względną zmianę objętości przy przemianach odpowiednio $A \rightarrow P$ austenitu w perlit i $A \rightarrow M$ austenitu w martenzyt. Według Łomakina, dla stali węglowych stałe występujące w (2.27) są następujące:

$$(2.28) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= \omega^{-1} (1,01 + 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \\ \alpha_2 &= 1,37\omega^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \\ \alpha_A &= 2,85\omega^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, \\ \gamma_1 &= \omega^{-1} (1,42 - 0,56c), \\ \gamma_2 &= \omega^{-1} (1,42 + 0,21c), \\ \omega &= 122,82 + 2,15c + 8,56 \cdot 10^{-3} T_0; \end{aligned}$$

c oznacza zawartość węgla w procentach.

Znając temperaturę oraz udziały wagowe perlitu i martenzytu korzystając ze wzoru (2.27) wyznacza się względną zmianę objętości. Wzór (2.27) można przepisać w wielkościach bezwymiarowych:

$$(2.29) \quad \bar{\varepsilon}^T = \frac{\varepsilon^T}{\alpha_A T_0}, \quad \bar{\gamma}_1 = \frac{\gamma_1}{\alpha_A T_0}, \quad \bar{\gamma}_2 = \frac{\gamma_2}{\alpha_A T_0},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_A}, \quad \bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_A}.$$

Wtedy znajdziemy mianowicie:

$$(2.30) \quad \bar{\varepsilon}^T = p_1(\bar{\gamma}_1 - \bar{\alpha}_1 \theta) + m_2(\bar{\gamma}_2 - \bar{\alpha}_2 \theta) + \theta - 1.$$

Analizując powyższe wzory stwierdzamy, że ε^T zależy od następujących 11 bezwymiarowych parametrów:

$$(2.31) \quad \bar{\varepsilon}^T = \bar{\varepsilon}^T \{B_i, \bar{T}_A, \bar{T}_1, \tau_{0,5}, \bar{T}_f, \bar{T}_s, a_r, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2, \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2\}.$$

Obliczenia przeprowadziliśmy korzystając z danych [4] dla stali o zawartości 0,8% węgla i przyjmując $T_0 = 780^\circ\text{C}$. Odpowiada to następującym parametrom:

$$(2.32) \quad \bar{\gamma}_1 = 0,44, \quad \bar{\gamma}_2 = 0,71, \quad \bar{\alpha}_1 = 0,36, \quad \bar{\alpha}_2 = 0,48.$$

2.4. Wyznaczenie naprężeń chwilowych i szczątkowych

Ponieważ temperatura zmienia się jedynie wzdłuż grubości płyty a siły powierzchniowe na zewnątrz tej powierzchni są równe zeru, przeto można założyć, iż stan naprężeń jest następujący (por. [9], rozdział 9.5 i [10]):

$$(2.33) \quad \begin{aligned} \sigma_{22} &= \sigma_{33} = \sigma, \\ \sigma_{ij} &= 0, \end{aligned}$$

dla $i \neq 2$ i $j \neq 2$ oraz dla $i \neq 3$ i $j \neq 3$, gdzie σ jest funkcją tylko czasu i odległości od powierzchni środkowej płyty (zmienną x_1).

Łatwo sprawdzić, że tensor naprężenia przy takich założeniach spełnia warunek równowagi,

$$(2.34) \quad \sigma_{ij,j} = 0.$$

Prosty stan naprężenia (2.33) w rzeczywistych płytach o skończonych wymiarach wystąpi jedynie w punktach dostatecznie odległych od krawędzi. Żąda się, żeby zerowe warunki brzegowe na brzegach płyty były spełnione przynajmniej w sensie całkowitym, tzn. żeby wypadkowa siła i wypadkowy moment gnący były równe zeru:

$$(2.35) \quad \int_{-l}^l \sigma(x_1, t) dx_1 = 0, \quad \int_{-l}^l \sigma(x_1, t) x_1 dx_1 = 0.$$

Ze względu na symetrię rozkładu temperatury w płycie, naprężenie jest parzystą funkcją zmiennej x_1 :

$$(2.36) \quad \sigma(x_1, t) = \sigma(-x_1, t)$$

tak, że warunek (2.35) jest spełniony automatycznie. Z równania (2.25) oraz prawa Hocke'a wynika, że przy założeniu (2.33) jedynymi niezerowymi składowymi tensora odkształcenia są

$$(2.37) \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon \text{ i } \varepsilon_{11}$$

i mogą być funkcjami co najwyżej zmiennej x_1 i t . Jedynym niespełnionym równaniem nierozdzielności jest

$$(2.38) \quad \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_1^2} = 0.$$

Stąd wynika, że ε może być co najwyżej liniową funkcją zmiennej x_1 . Jednakże ze względu na symetryczny rozkład temperatury funkcja musi być również funkcją parzystą zmiennej x_1 . Zatem ε nie może zależeć od tej zmiennej, tzn.

$$(2.39) \quad \varepsilon = \varepsilon(t).$$

W dalszym ciągu posługiwać się będziemy wielkościami bezwymiarowymi y , τ oraz

$$(2.40) \quad \bar{\sigma} = \frac{1-\nu}{E\alpha_A T_0}, \quad \bar{\varepsilon}^T = \frac{\varepsilon^T}{\alpha_A T_0},$$

gdzie ν jest współczynnikiem Poissona, E zaś modułem sprężystości. Wykorzystując (2.35), (2.36), (2.37), (2.39), (2.25) oraz prawo Hocke'a znajdziemy następujący prosty wzór na naprężenie:

$$(2.41) \quad \bar{\sigma}(y, \tau) = \bar{\varepsilon}^T(y, \tau) + \bar{\varepsilon}^T(\tau),$$

gdzie

$$+ \bar{\varepsilon}^T(\tau) = \int_0^1 \bar{\varepsilon}^T(y, \tau) dy$$

jest średnią zmianą objętości płyty na skutek przemian fazowych i skurczu cieplnego.

Podobnie znajdziemy następujący prosty wzór na przemieszczenie w kierunku x_1 (rys. 1):

$$(2.42) \quad \bar{w}(y, \tau) = \frac{w(y, \tau)}{\alpha_A T_0 L} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \int_0^4 \varepsilon^T(y_1, \tau) dy_1 - \frac{2\nu y}{1-\nu} \bar{\varepsilon}^T(\tau)$$

oraz na przemieszczenia u i v w kierunkach osi x_2 i x_3 leżących w płaszczyźnie płyty:

$$(2.43) \quad \frac{u}{\alpha_A T_0 D} = \frac{x_2}{D} \bar{\varepsilon}^T(\tau),$$

$$\frac{v}{\alpha_A T_0 D} = \frac{x_3}{D} \bar{\varepsilon}^T(\tau),$$

gdzie D jest pewną stałą mającą wymiar długości. Zauważmy, że

$$(2.44) \quad \bar{w}(1, \tau) = \bar{\varepsilon}^T(\tau).$$

Z przedstawionych wzorów wynika, że przy idealnie symetrycznym chłodzeniu płyta nie ulega deplatacji. Końcowy rozkład naprężeń $\bar{\sigma}^\infty = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{\sigma}$ w płycie jest rozkładem naprężeń spowodowanych tylko przemianami $A \rightarrow P$ i $A \rightarrow M$. Rzeczywiste naprężenia w płycie będą różne od obliczo-

nych w tej pracy ze względu na plastyczne płynięcie, które towarzyszy hartowaniu. Nomogramy dotyczące naprężeń należy traktować jako pewien sposób szacowania rozkładów i wielkości naprężeń hartowniczych. Podano również nomogram dotyczący wartości granicznych

$$\bar{\varepsilon}^T = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{\varepsilon}^T(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{w}(1, \tau).$$

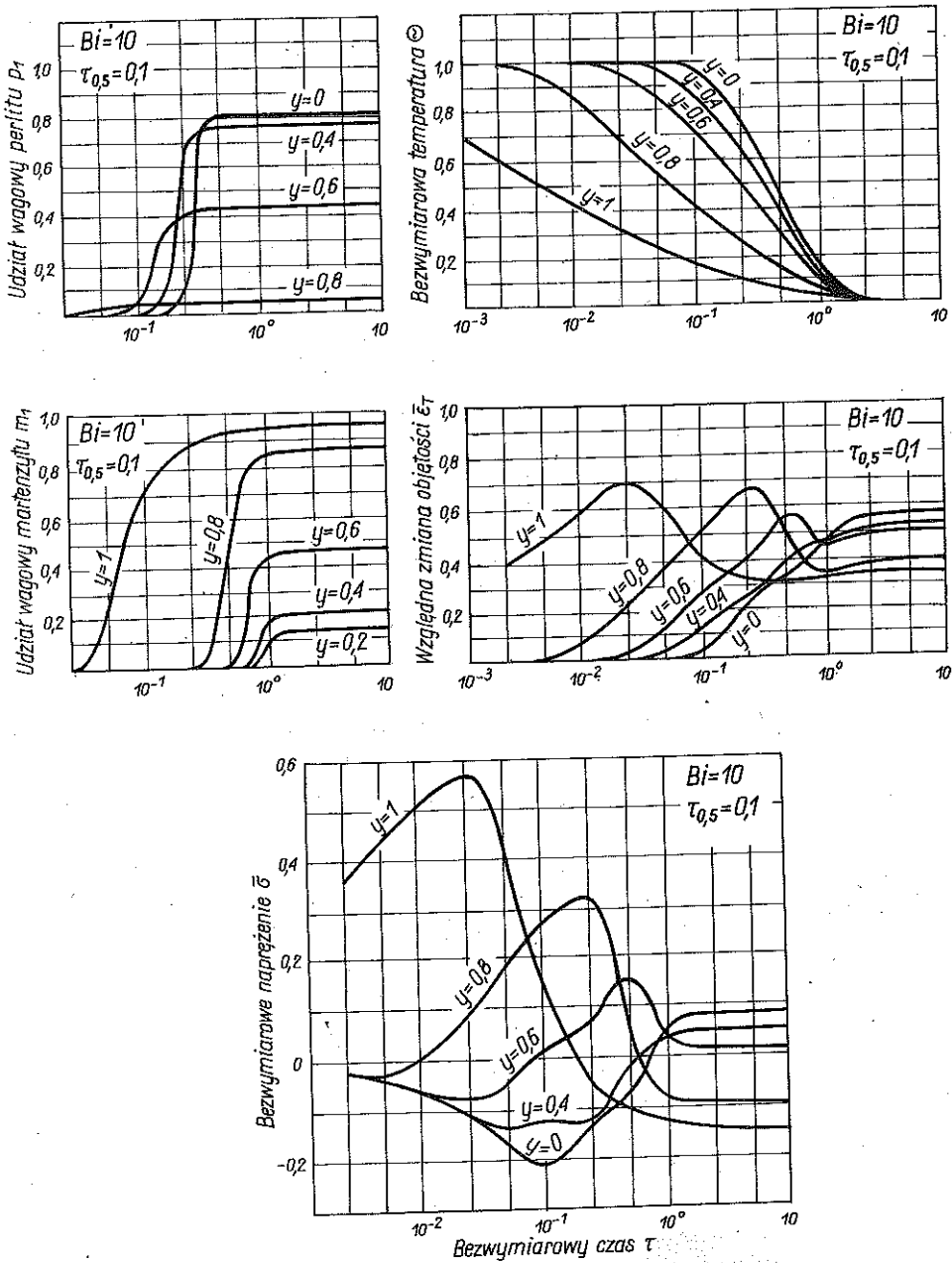
Umożliwia on wyznaczenie zmian wymiarów płyty spowodowanych przemianami $A \rightarrow P$ i $A \rightarrow M$ [por. wzory (2.42) i (2.44)]. Z wyprowadzonych w niniejszym punkcie wzorów wynika, że w przypadku płyty sprężystej, szczałkowe naprężenia i końcowa grubość płyty zależy od tych samych 11-tu bezwymiarowych parametrów, od których zależy funkcja $\bar{\varepsilon}^T(y, \tau)$. Wpływ odkształceń plastycznych zostanie zbadany w następnych pracach autora.

3. OMÓWIENIE WYNIKÓW

3.1. Charakter kształtowania się naprężeń

Charakter powstawania wypadkowych naprężeń można najlepiej wyjaśnić, analizując równocześnie wykresy czasowe rozkładów temperatury θ , udziałów wagowych perlitu p_1 i mertenzytu m_1 , względnej zmiany objętości $\bar{\varepsilon}^T$ oraz naprężenia $\bar{\sigma}$ dla wybranych bezwymiarowych odległości od brzegów płyty y ($y = 0$ jest środkiem płyty, a $y = 1$ brzegiem). Takie krzywe pokazano we wspólnej skali czasu τ dla wybranej prędkości hartowania (scharakteryzowanej liczbą Biota; ($B_i = 10$ oraz dla $\tau_{0,5} = 0,1$; rys. 2).

W pierwszym okresie doświadczenia w materiale praktycznie nie zachodzą żadne przemiany, charakter zaś rozkładu naprężeń wynika z nieswobodnej rozszerzalności cieplnej austenitu. Są więc to w zasadzie naprężenia cieplne. Ich wielkość jest proporcjonalna do różnicy między chwilową średnią temperaturą płyty i rzeczywistą wartością temperatury w danym przekroju. Stąd w pierwszym okresie w rdzeniu występują naprężenia ściskające, na powierzchni zaś naprężenia rozciągające. Z chwilą rozpoczęcia się na brzegu płyty przemiany martenzytycznej następuje w nim gwałtowny spadek naprężeń. Związany jest on z faktem, iż w warunkach beznapięciowych objętość elementu zwiększyłaby się, co jest związane z przemianą $A \rightarrow M$ (bezwymiarowa wielkość $\bar{\varepsilon}^T$ zaczyna maleć w chwili wystąpienia przemiany $A \rightarrow M$). W tym drugim okresie czasu na brzegu $y = 1$ naprężenia cieplne nie odgrywają praktycznie roli i dominujący wpływ na charakter zmiany naprężeń w czasie ma przemiana $A \rightarrow M$. Stąd naprężenia po zakończeniu procesu są ściskające. W środku płyty $y = 0$ temperatura w dość dużym początkowym przedziale czasu nie ulega zmianie. W tym przedziale czasu charakter zmian naprężeń w $y = 0$ określa tendencja sumarycznego skurczu warstw przypowierzchniowych, stąd naprężenia w $y = 0$ są początkowo



Rys. 2

monotonicznie malejące, ale malejące wolniej aniżeli miałyby naprężenia czysto termiczne (sumaryczny skurcz warstw przypowierzchniowych jest mniejszy ze względu na występującą w tych warstwach przemianę $A \rightarrow M$). Występujący w rdzeniu w tym kolejnym przedziale czasu wzrost objętości właściwej powodowany przemianami $A \rightarrow P$ i $A \rightarrow M$ jest zredukowany skurczem cieplnym. W sumie płaszczyzna $y = 0$ ma tendencję do zmniejszania objętości w okresie czasu, w którym brzeg płyty jest już zimny (przemiana $A \rightarrow M$, na brzegu zakończona). Stąd w tym okresie czasu występuje tendencja do rozciągania ściśniętego rdzenia i dlatego naprężenia w $y = 0$ rosną, aby w końcu procesu osiągnąć wartości dodatnie. Bardzo ciekawy przebieg mają naprężenia w przekrojach znajdujących się w pewnej odległości od środka i brzegu. Na przykład w odległości $y = 0,6$ od rdzenia płyty. Dopóki nie ma przemian, naprężenia monotonicznie maleją, po czym z chwilą pojawienia się perlitu zaczynają rosnąć lub następnie maleć, w przypadku małych prędkości chłodzenia. W tym ostatnim przypadku z chwilą zakończenia przemiany $A \rightarrow P$ naprężenia znowu zaczynają rosnąć.

W kolejnej chwili pojawia się martenzyt, powodując wyraźny spadek naprężenia. Naprężenia osiągają w końcu wartości bliskie zera, dodatnie przy powolnym chłodzeniu i ujemne przy chłodzeniu szybkim. Charakter zmian naprężeń w czasie w odległościach $y = 0,8$ i $y = 0,4$ można (na podstawie podanych zbiorczych rysunków) wyjaśnić podobnie. Należy zwrócić uwagę na fakt, że powstające w pierwszym okresie w warstwie przypowierzchniowej chwilowe naprężenia rozciągające są bardzo duże. Ich wartość bezwzględna przekracza wielokrotnie wartość bezwzględną (przy dużych prędkościach chłodzenia) naprężeń szczałkowych. Odkształcenia plastyczne, które są pominięte w obliczeniach zmniejszyłyby te maksymalne chwilowe naprężenia. Wydaje się jednak, że nie miałyby one wpływu na wystąpienie tego zjawiska.

3.2. Omówienie końcowych rozkładów zawartości perlitu p_1 , martenzytu m_1 , $\bar{\epsilon}^{T\infty}$ i naprężeń $\bar{\sigma}$

W rozdziale 4 pkt 4.1. umieszczono nomogramy dotyczące rozkładu temperatury jako funkcji odległości od brzegu płyty dla wybranych liczb Biota B_i charakteryzujących prędkość chłodzenia. W punkcie 4.2 rys. 4 podano nomogramy zawierające chwilowe ilości perlitu oraz martenzytu dla wybranych czasów. Nomogramy przedstawione na rys. 5 zawierają końcowy rozkład perlitu i martenzytu po zakończeniu procesu chłodzenia dla wybranych wartości $\tau_{0,5}$ natomiast na rys. 6 podano podobne rozkłady dla wybranych liczb Biota B_i . Łatwo dostrzec, że im większa prędkość chłodzenia (większe B_i) oraz większa wartość $\tau_{0,5}$ tym rozkład martenzytu staje się coraz bardziej równomierny.

Można też zauważyć, że końcowy rozkład martenzytu jest bardzo podobny do krzywych doświadczalnych reprezentujących np. twardość w hartowanym pręcie Jominy'ego. Na podstawie nomogramów punkt 4.3 (rys. 7)

określić można czasowe rozkłady względnej zmiany objętości $\bar{\varepsilon}^T$ elementu płyty y . Nomogram pokazany na rys. 8 pozwoli nam określić zmianę wymiarów płyty po zakończeniu procesu chłodzenia. Nomogramy na rys. 9 pokazują rozkład względnej zmiany objętości $\bar{\varepsilon}^{T\infty}$ wynikłych na skutek przemian $A \rightarrow P$, $A \rightarrow M$ po jej chłodzeniu.

W punkcie 4.4 rozdziału 4 podano nomogramy do szacowania naprężeń chwilowych oraz po zakończonym procesie hartowania w zależności od prędkości oziębienia B_i oraz $\tau_{0,5}$. Nomogram patrz (rys. 12) posłużyć ma do oszacowania wielkości naprężeń na brzegu płyty oraz w jej środku.

Ponieważ w przeprowadzonych rozważaniach pominięto odkształcenia plastyczne, przeto pokazane rozkłady naprężeń szczątkowych są w istocie tylko rozkładami strukturalnych naprężeń i dlatego, gdy końcowy rozkład zawartości martenzytu staje się bardziej równomierny (dla dużych B_i i $\tau_{0,5}$), to naprężenia szczątkowe maleją do zera. Z rysunków 10, 11 i 12 widać iż naprężenia szczątkowe w rdzeniu ($y = 0$) są zawsze rozciągające, a przy powierzchni ($y = 1$) zawsze ściskające.

PRZYKŁAD 1. Stalowa płyta o grubości $2l = 0,03$ m, o zawartości węgla około 0,8% o początkowej temperaturze $T_0 = 780^\circ\text{C}$ została zanurzona w zimnej wodzie o temperaturze bliskiej 0°C . Należy ocenić maksymalne wartości naprężeń, procentową ilość perlitu oraz martenzytu po zakończeniu procesu chłodzenia. Zakładamy, że pojemność cieplna czynnika chłodzącego jest bardzo duża.

Własności materiału płyty:

$$\begin{aligned} T_0 &= 780^\circ\text{C}, & \bar{\gamma}_1 &= 0,44, & \bar{\gamma}_2 &= 0,71, \\ \bar{\alpha}_1 &= 0,36, & \bar{\alpha}_2 &= 0,48, & \gamma &= 76,6 \text{ [KNm}^{-3}\text{]}, \\ \alpha_A &= 2,172 \cdot 10^{-5}, & E &= 2,06 \cdot 10^5 \text{ [MN/m}^2\text{]}, & \nu &= 0,3, \\ \lambda &= 46,4 \text{ [J/smK]}, & k &= 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^2\text{/s)}. \end{aligned}$$

Symbol γ oznacza ciężar właściwy, E jest modułem Younga.

Procesowi chłodzenia w warunkach wymienionych w przykładzie towarzyszy tzw. wrzenie warstewkowe czynnika chłodzącego. Wyniki badań doświadczalnych [11] wykazują, że w takim procesie współczynnik przenikania ciepła

$$\alpha'_p = 15,44 \cdot 10^3 \text{ [J/m}^2\text{sK]}.$$

Opierając się na wynikach pracy [12], przyjmujemy $t_{0,5} = 1,7$ [s]. Danym przyjętym w naszym zadaniu odpowiadają bezwymiarowe parametry określone wzorami (2.7) i (2.11): $B_i = 5$ oraz $\tau_{0,5} = 0,1$. Z nomogramów znajdujących się w rozdziale 4, punkt 4.4, rys. 10 i 11 wynika, iż rzeczywista wielkość szczątkowych naprężeń (por. wzory (2.40) i (2.41)) wynosi $\sigma = \bar{\sigma} \cdot 4986$ [MN/m²].

Dla takiego procesu chłodzenia naprężenia rozciągające w rdzeniu będą rzędu 392,4 [MN/m²], a ściskające na powierzchni płyty około 680 [MN/m²]. W odległości $x_1 \approx 0,01$ [m] od środka płyty naprężenia są bliskie zera.

Korzystając z nomogramów w punkcie 4.2 (rys. 4, 5 i 6) można wywnioskować, iż po zakończeniu procesu chłodzenia zawartość perlitu p_1 na brzegu płyty jest bliska 0%, a w środku płyty około 88%. Ilość martenzytu m_1 w rdzeniu płyty ($x_1 = 0$) waha się w granicach około 8%, natomiast na brzegu płyty ($x_1 = 1$) około 96%. W odległości $x_1 = 0,01$ [m] od środka perlitu jest około 65%, martenzytu 30%.

PRZYKŁAD 2. Dla tych samych danych przedstawionych w przykładzie 1 należy wyznaczyć zmianę wymiarów płyty spowodowaną przemianami $A \rightarrow P$ i $A \rightarrow M$.

Korzystamy z nomogramu podanego w punkcie 4.3 (rys. 8). Przemieszczenie płyty (por. wzory (2.42) i (2.44)) $w = \tilde{w} \cdot 0,000254$ [m]. Dla $B_i = 5$ i $\tau_{0,5} = 0,1$ mamy $\tilde{w} = -4,9$. Całkowite przemieszczenie płyty po zakończeniu procesu chłodzenia w kierunku osi x_1 wynosi $w \approx -0,00123$ [m].

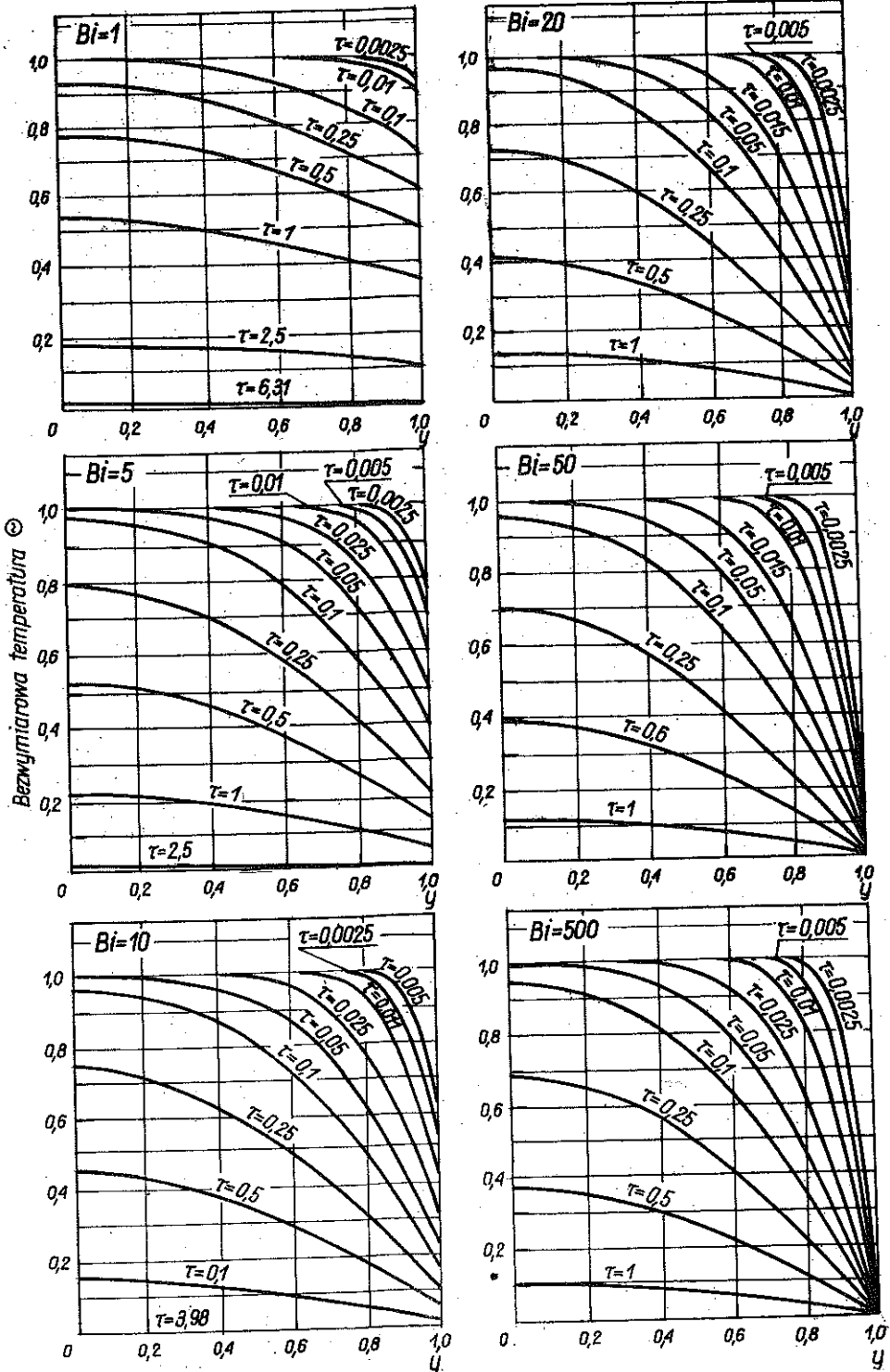
Należy zaznaczyć, że przedstawione w rozdziale 4 nomogramy nie są nomogramami roboczymi. W obliczeniach przyjęto zbyt wiele daleko idących uproszczeń. Na przykład przyjęto, że rozkład temperatury zależy jedynie od bezwymiarowej liczby Biota, co biorąc pod uwagę duży zakres zmian temperatur przy hartowaniu (w przybliżeniu 800°C) jest zbyt dużym przybliżeniem. Dla lepszej ilościowej oceny należałoby rzeczywiste procesy scharakteryzować większą liczbą bezwymiarowych parametrów. Tym niemniej już te najbardziej uproszczone obliczenia wskazują, że przedstawiona w tej pracy teoria umożliwia udzielenie odpowiedzi na ważne pytania praktyczne.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. В. А. ЛОМАКИН, *Задача определения напряжений и деформаций в процессах технической обработки*, Изв. АН СССР ОТН, No 1, 1959.
2. В. А. ЛОМАКИН, *Превращение аустенита при произвольном режиме охлаждения*, Изв. АН СССР ОТН, No 2, 1958.
3. В. А. ЛОМАКИН, *Зависимость сопротивления металлов сдвигу от их структурного состояния*, Изв. АН СССР ОТН, No 7, 1958.
4. T. INOUE, B. RANIECKI, *Determination of thermal-hardening stress in steels by use of thermoplasticity theory*, J. Mech. Phys. Solids, **26**, 3, 187—212, 1978.
5. B. RANIECKI, T. INOUE, *Kinetics of phase transformations and analysis of stress due to quenching of steel*, J. Society of Materials Sciences, Japan, **26**, 935—940, 1977.
6. H. S. CARSLAW, J. C. JOEGER, *Conduction of heat in solids*, Oxford 1947.
7. J. W. CHRISTIAN, *The theory of transformation in metals and alloys*, Pergamon Press, 1965.
8. I. W. SAHN, *The kinetics of the pearlite reaction*, Submitted to the Journal of Metals.
9. B. A. BOLEY, I. H. WEINER, *Theory of thermal stresses*, New York, London 1960.
10. J. WOELKE, *Naprężenia w sprężysto-plastycznej płycie znajdującej się w zmiennym polu temperatury*, Zesz. Nauk. Polít. Poznańskie, Nr 16, 1974.
11. J. SIBOROWSKI, *Inżynieria chemiczna*, PWT, Warszawa 1955.
12. E. E. HEED-HILL, *Physical metallurgy principles*, D. Von Nonstrand Company Toronto, Londyn, 1967.
13. T. INOUE, S. NAGAKI, T. KISHINO I M. MONKAWA, *Description of transformation kinetics, heat conduction and elastic-plastic stress in the course of quenching and tempering some steels*, Ingeineur Archiv, 315—327, 1981.

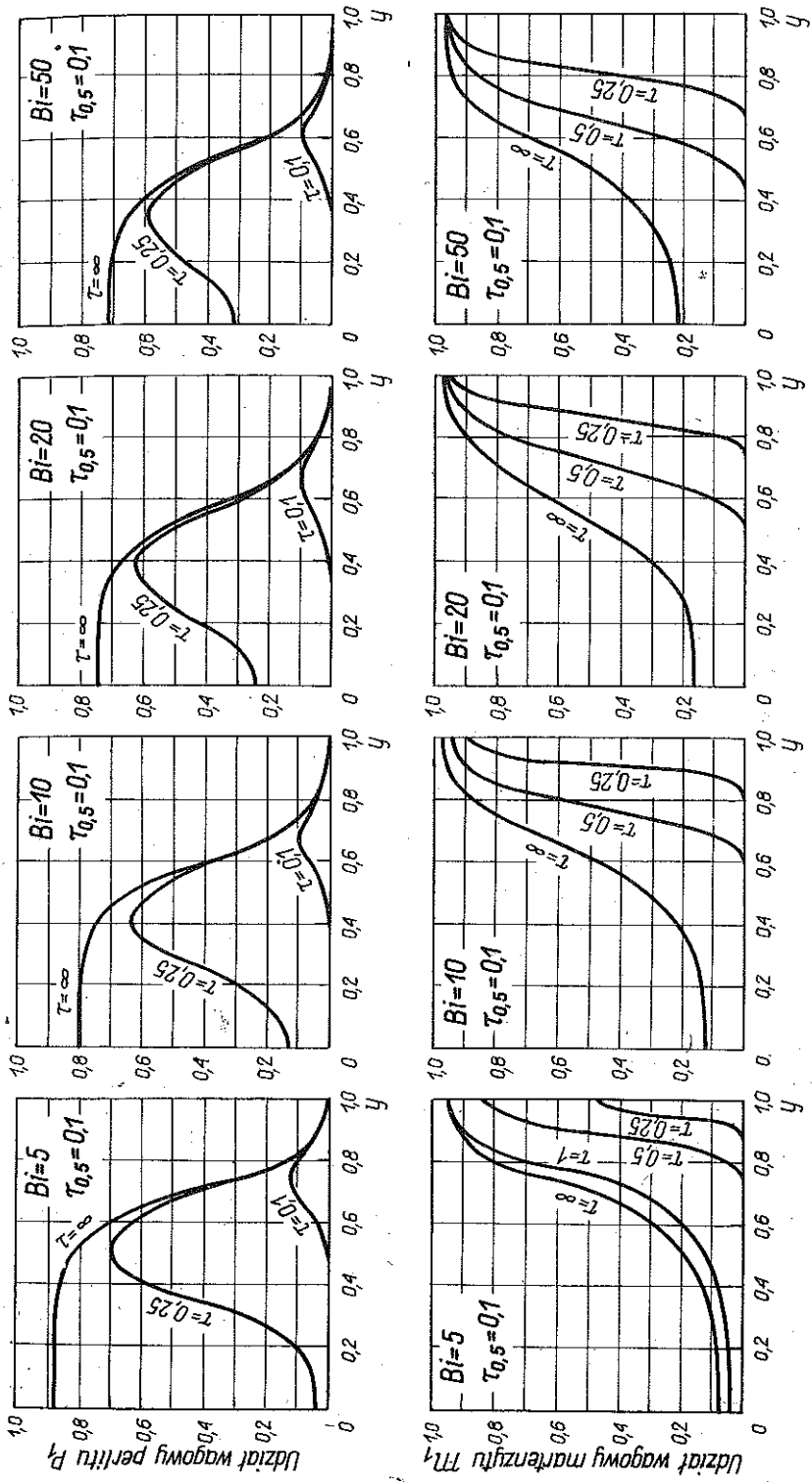
4. NOMOGRAMY

4.1. Nomogramy do obliczeń temperatury

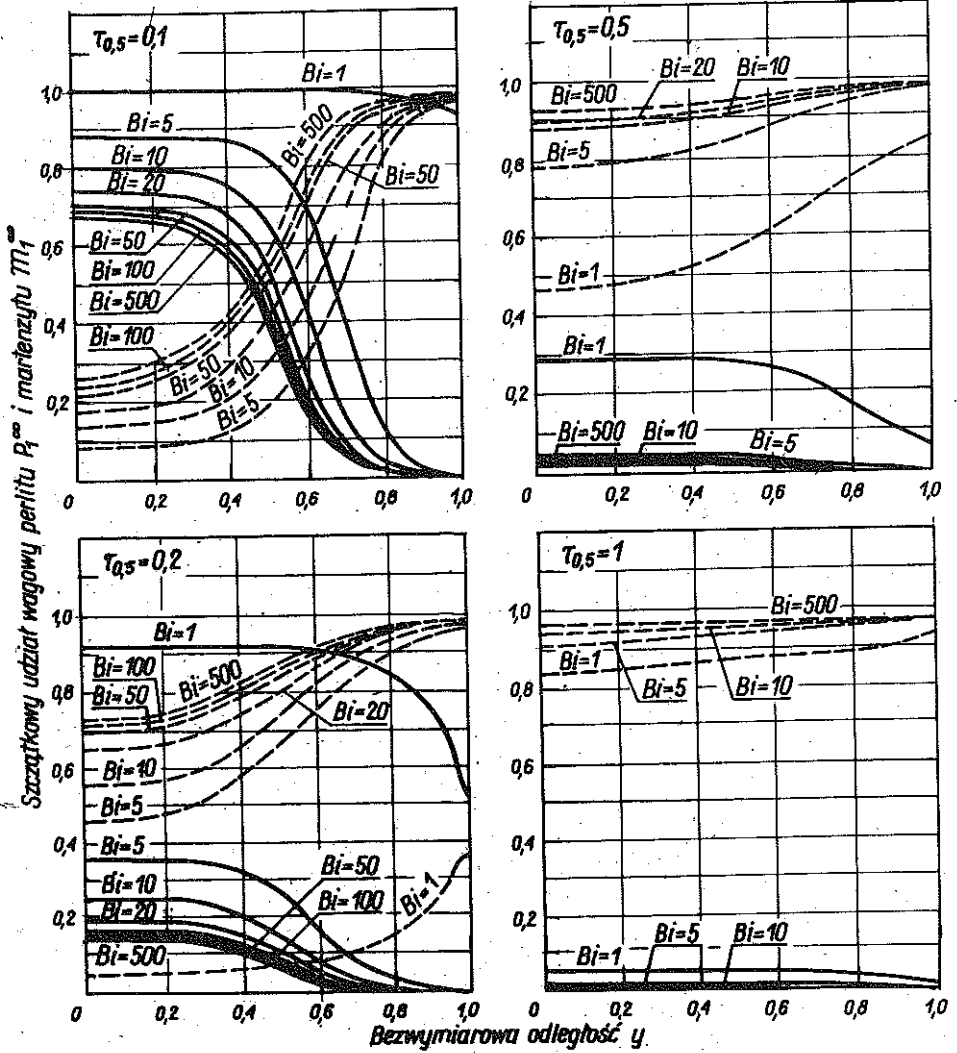


Rys. 3

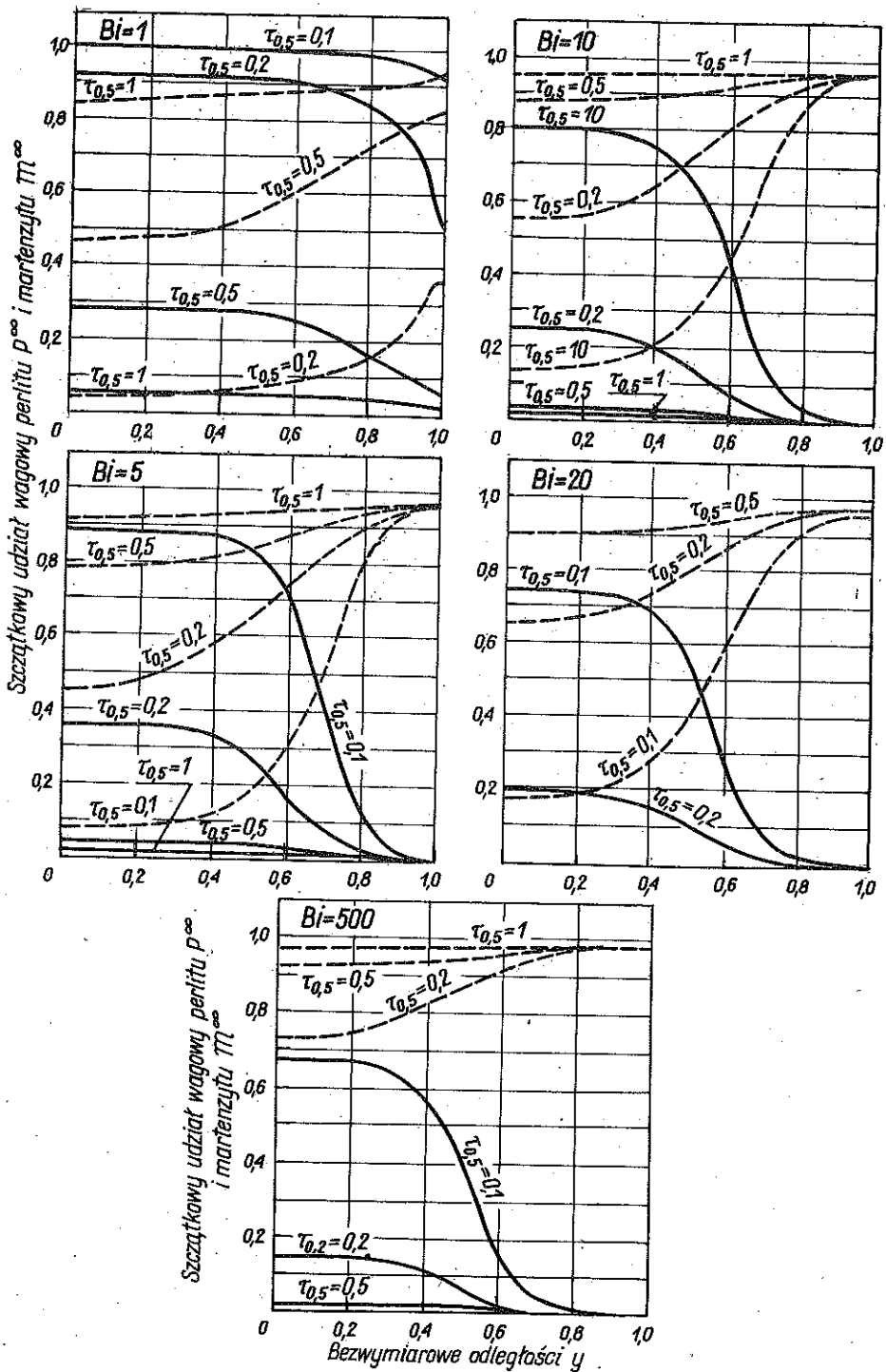
4.2. Nomogramy do obliczeń udziałów wagowych perlitu p_1 i martenzytu m_1



Rys. 4

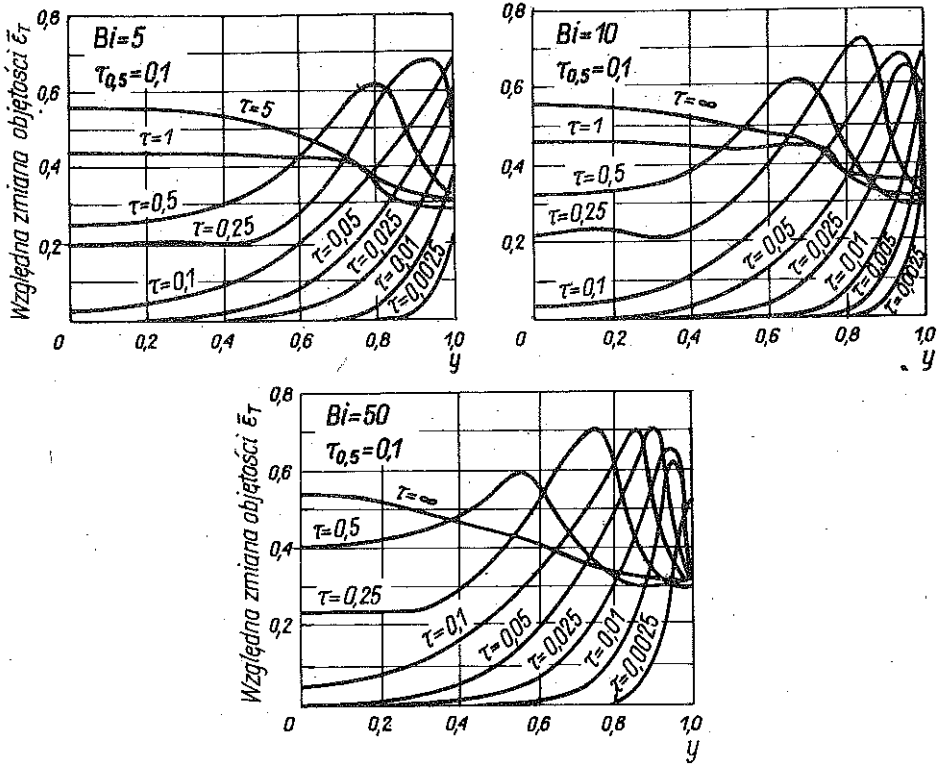


Rys. 5

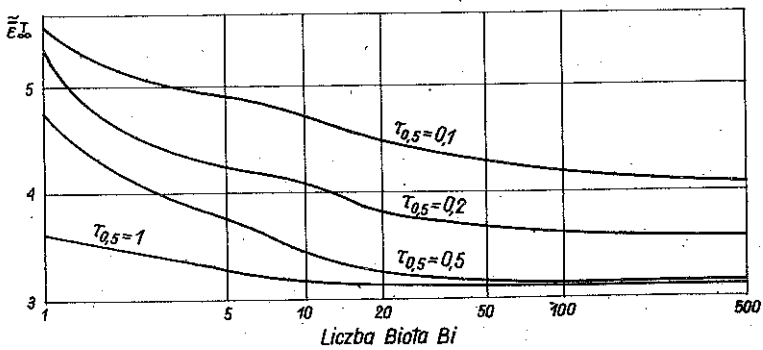


Rys. 6

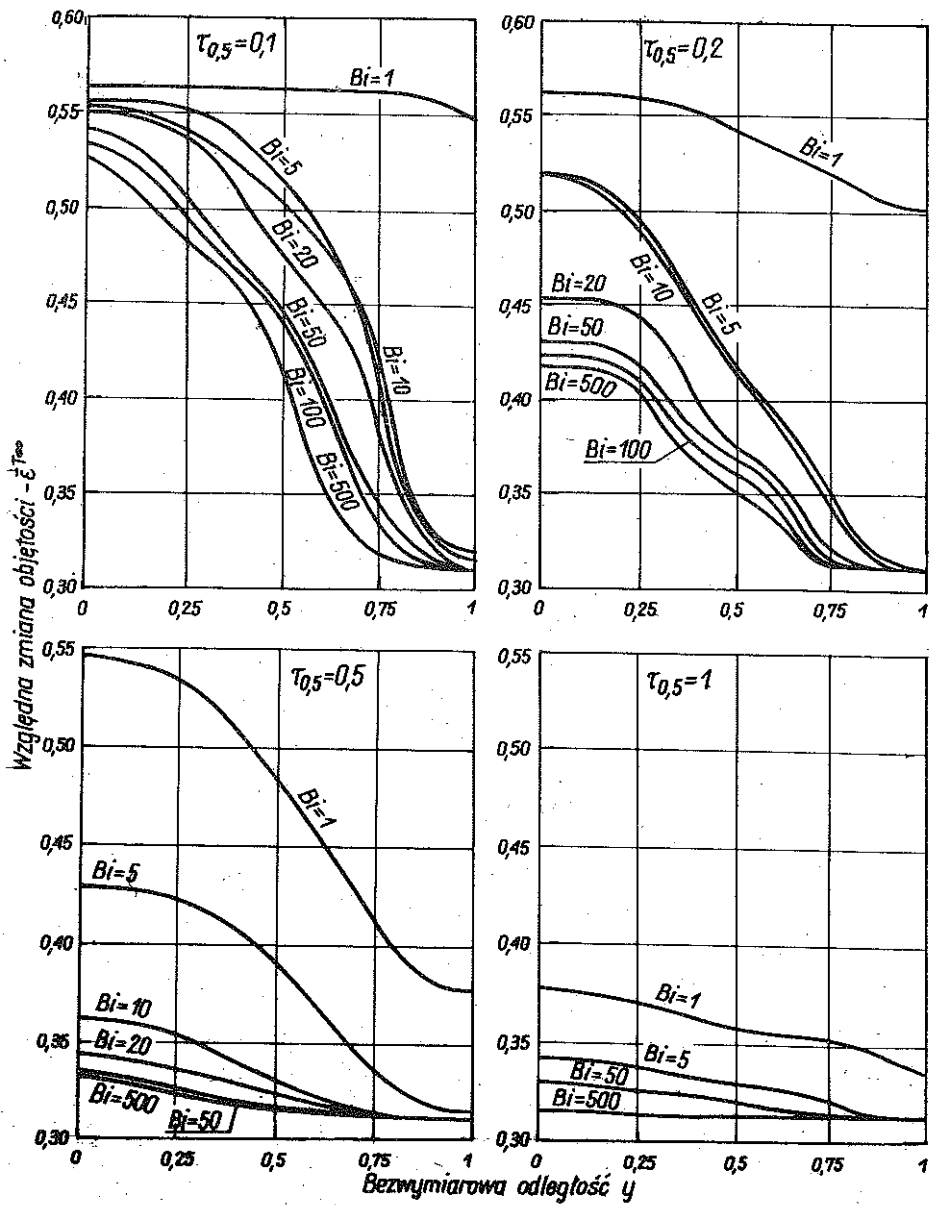
4.3. Nomogramy do obliczeń względnej zmiany objętości



Rys. 7

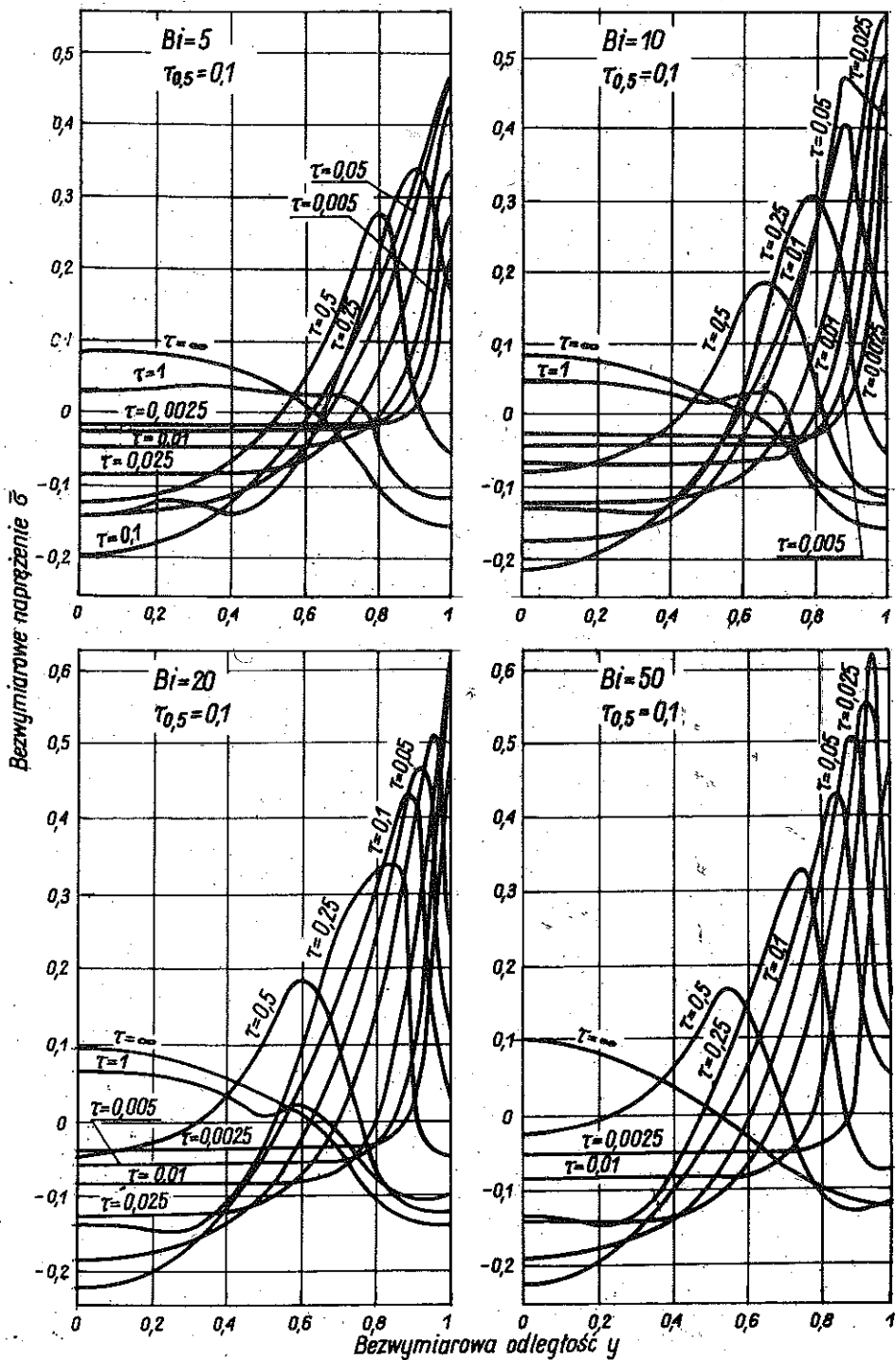


Rys. 8

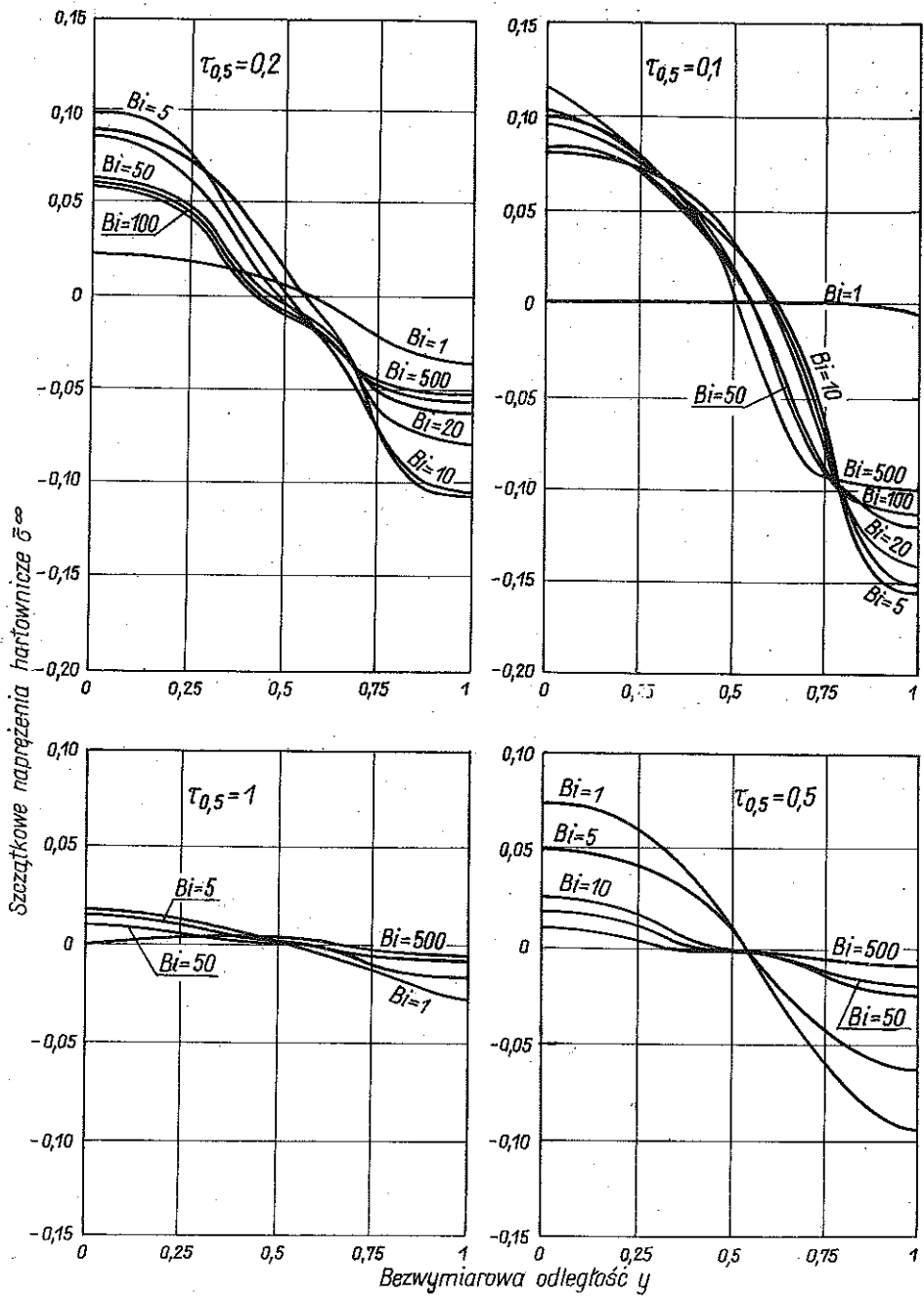


Rys. 9

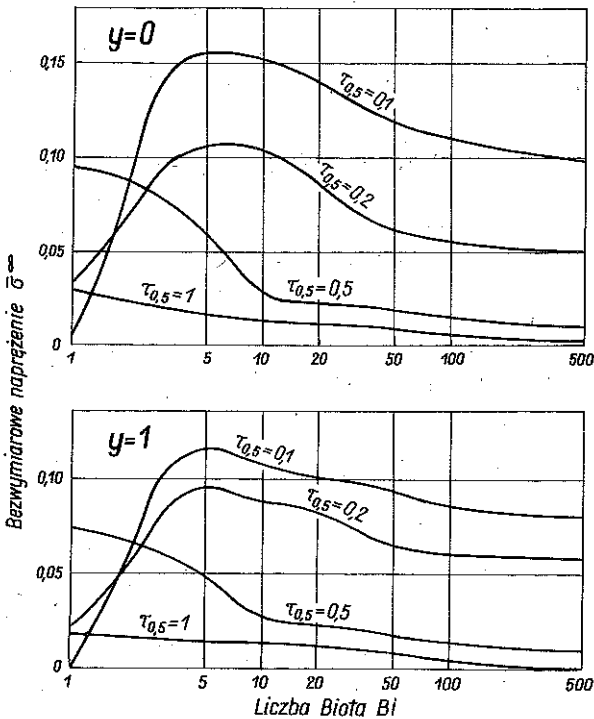
4.4. Nomogramy do szacowania naprężeń



Rys. 10



Rys. 11



Rys. 12

Резюме

АНАЛИЗ ЗАКАЛОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УПРУГИХ СТАЛЬНЫХ ПЛИТАХ

Определены и проанализированы мгновенные и остаточные закалочные напряжения в стальных бесконечных упругих плитках, учитывая кинетику фазовых превращений и сопутствующие им изменения объема элементов тела. Разработаны номограммы для расчета весовых долей отдельных структур и фаз, для расчета изменения объема элемента, вызванного фазовыми превращениями, а также для оценки значений макроскопических мгновенных и остаточных напряжений.

Summary

QUENCHING STRESS ANALYSIS IN ELASTIC STEEL PLATES

Instantaneous and residual quenching stresses are determined and analyzed in infinite elastic steel plates, phase transformation kinetics and the accompanying dilatation being taken into account. Nomographs are constructed enabling the evaluation of proportions of individual structures and phases, determination of voluminal changes due to phase

transformations, and estimation of the values of macroscopic instantaneous and residual stresses.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 21 stycznia 1982 r.