ROZPRAWY INŻYNIERSKIE • ENGINEERING TRANSACTIONS • 33, 1-2, 81—99, 1985
Polska Akademia Nauk • Instytut Podstawowych Problemów Techniki

MODELOWANIE ZNISZCZENIA MATERIAŁU Z ANIZOTROPOWYM USZKODZENIEM (*)

ANDRZEJ LITEWKA I JOANNA MORZYŃSKA (POZNAŃ)

Przedstawiono mechanizmy zniszczenia oraz wyznaczono naprężenia niszczące dla materiału uszkodzonego z prostoliniowymi pęknięciami ułożonymi na siatce kwadratowej. Posłużono się w tym celu modelami teoretycznymi, a uzyskane w ten sposób wyniki zweryfikowano badaniami doświadczalnymi przeprowadzonymi przy użyciu modeli symulujących materiał uszkodzony. Dobra zgodność wyników uzyskanych dla modeli teoretycznych i doświadczalnych wskazuje na poprawność założeń poczynionych przy obliczaniu naprężeń niszczących.

1. WSTĘP

Uszkodzenie polikrystalicznych metali objawiające się rozwojem mikropęknięć zlokalizowanych najczęściej na granicy ziaren wpływa w decydującym stopniu na ich własności mechaniczne. Ze względu na pojawiającą się często regularność układu mikropęknięć globalne własności mechaniczne tak uszkodzonego materiału są analogiczne do własności materiałów anizotropowych. Dla pełnego określenia tych własności konieczne jest ustalenie typu anizotropii oraz ustalenie, w jaki sposób modyfikują się wraz z rozwojem uszkodzenia stałe sprężystości, granica plastyczności oraz naprężenia niszczące. Cel ten można osiągnąć prowadząc odpowiednie badania doświadczalne oraz formułując równania konstytutywne opisujące sprężyste lub plastyczne własności materiału. Równania takie zawierają zwykle jako zmienną niezależną tzw. tensor uszkodzenia, stanowiący uogólnienie skalarnego parametru uszkodzenia wprowadzonego przez KACZANOWA [1]. W równaniach konstytutywnych KACHANOVA [2], MURAKAMIEGO i OHNO [3], KRAJCINOVICA [4] i BETTENA [5] stan materiału uszkodzonego opisany jest za pośrednictwem symetrycznego tensora rzędu drugiego. Równania te uzupełnione odpowiednim prawem ewolucji tensora uszkodzenia, stanowiące bardzo ogólne sformułowanie problemu, wymagają jednak weryfikacji doświadczalnej, mającej na celu ustalenie ich przydatności do opisu zachowania się materiałów rzeczywistych a także udoskonalenia umożliwiającego ich zastosowanie do interpretacji

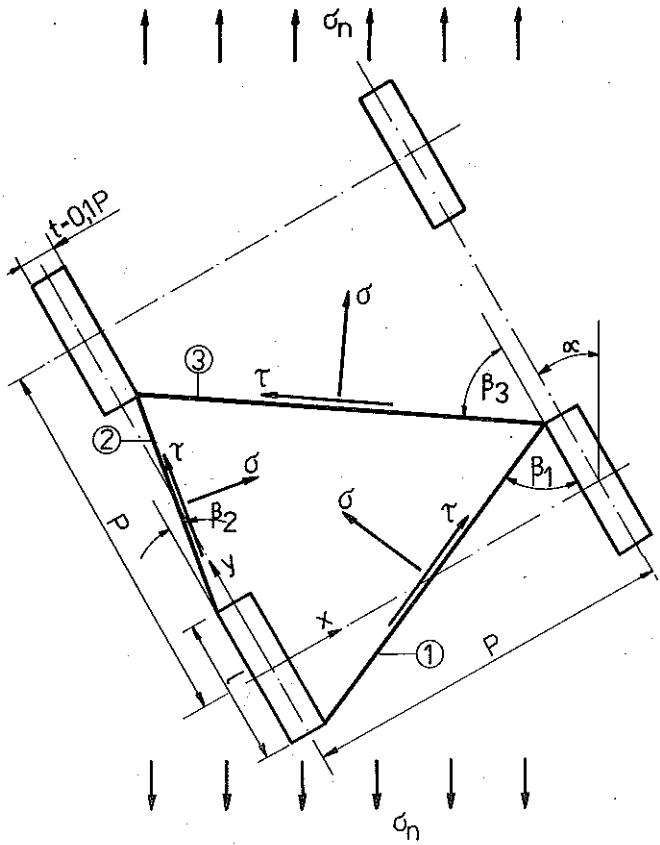
* Praca została wykonana w ramach problemu węzłowego 05.12 temat 2.10.

wyników badań. Ze względu na szereg trudności natury technicznej napotykanych w badaniach doświadczalnych rzeczywistych materiałów uszkodzonych jedyną dostępną metodą dostarczającą informacji o ich własnościach jest modelowanie polegające na doświadczalnej symulacji materiału uszkodzonego. Ogólne zasady tego podejścia do problemu oraz pierwsze wyniki przedstawione zostały w pracach [6, 7 i 8]. Nakreślone tam cele weryfikacji doświadczalnej obejmują sprawdzenie poprawności przyjętej definicji tensora uszkodzenia a następnie stwierdzenie, czy równanie konstytutywne zbudowane przy jego użyciu opisuje w zadowalający sposób zachowanie modelu symulującego materiał uszkodzony w zakresie sprężystym, plastycznym oraz na etapie zniszczenia. Próbę weryfikacji swojej teorii ciała stałego z uszkodzeniem przy użyciu modeli symulujących anizotropowe uszkodzenie w postaci otworów kołowych rozmieszczonych na siatce prostokątnej przeprowadzili MURAKAMI i IMAIZUMI [9]. Ponieważ współrzędne tensora uszkodzenia decydującego o wynikach teoretycznych były obliczone przez nich z wykorzystaniem danych doświadczalnych uzyskanych z badań modeli symulujących uszkodzenie, przeto próba przedstawiona w pracy [9] nie rozstrzygnęła ostatecznie problemu poprawności sformułowanych dotychczas kontynualnych teorii anizotropowego uszkodzenia. W tej sytuacji istnieje potrzeba dalszych badań zarówno teoretycznych jak i doświadczalnych mających na celu określenie charakterystyki mechanicznej materiałów z anizotropowym uszkodzeniem.

Przedmiotem niniejszej pracy jest określenie jednej z najważniejszych wielkości charakteryzujących materiał, decydującej o jego trwałości, mianowicie naprężenia niszczącego. W tym celu zbudowano teoretyczny model zniszczenia materiału z regularnie rozłożonymi pęknięciami, a uzyskane wyniki zweryfikowane zostały badaniami doświadczalnymi przeprowadzonymi przy użyciu modeli symulujących materiał z uszkodzeniem. Zastosowany tutaj model teoretyczny jest udoskonaleniem modelu zaproponowanego w pracy [10], umożliwiającym ustalenie zależności naprężeń niszczących od kierunku obciążenia oraz od rozmiarów uszkodzenia materiału.

2. MODEL TEORETYCZNY

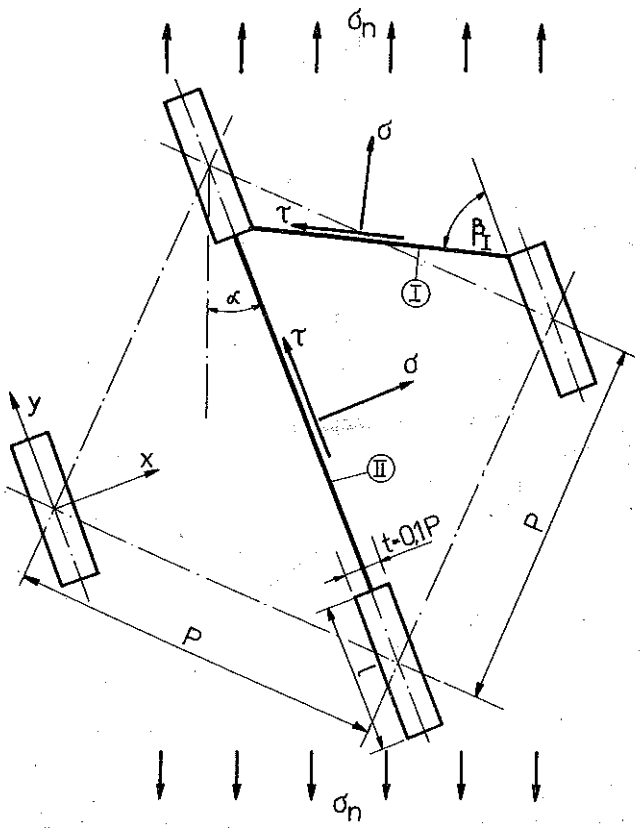
Dla zbadania zachowania się materiału uszkodzonego w chwili jego zniszczenia rozważono modele materiału z prostoliniowymi pęknięciami rozmieszczonymi na siatce kwadratowej. W pierwszym przypadku oś podłużna pęknięć pokrywała się z bokiem kwadratu natomiast w drugim modelu oś podłużna przebiegała wzdłuż przekątnej. Szczegóły dotyczące układu pęknięć przedstawione zostały na rys. 1 i 2. Nieregularny kontur poszczególnych mikropęknięć pojawiających się w materiałach rzeczywistych zastąpiono w rozważanym modelu prostokątem o wymiarach t i l. Proces



Rys. 1. Mechanizmy zniszczenia dla modelu materiału uszkodzonego z układem pęknięć wzdłuż boku kwadratu

ewolucji uszkodzenia symulowano przyjmując zmienną długość pęknięć l, natomiast stała ich szerokość przyjmowana była równa $t = P/10$. W przypadku takiej struktury wewnętrznej materiału uszkodzonego występują trzy wzajemnie prostopadłe płaszczyzny symetrii, co oznacza, że makroskopowe własności ujednorodnionego materiału zastępczego będą analogiczne do własności materiału ortotropowego. Własności sprężyste takiego materiału określane są za pomocą dziewięciu stałych sprężystości, natomiast do określenia własności plastycznych lub dla określenia kryterium zniszczenia należy wyznaczyć sześć stałych. Rozważania przedstawione w niniejszej pracy, ograniczające się do przypadku osiowego obciążenia działającego pod dowolnym kątem α w stosunku do podłużnej osi pęknięć, umożliwiają wyznaczenie tylko dwóch stałych charakteryzujących własności materiału w chwili jego zniszczenia.

Analizując w skali makro proces zniszczenia tak przyjętego modelu materiału uszkodzonego, tzn. rozpatrując globalne własności ujednorodnio-



Rys. 2. Mechanizmy zniszczenia dla modelu materiału uszkodzonego z diagonalnym układem pęknięć

nego materiału zastępczego przyjęto, że zniszczenie materiału uszkodzonego obciążonego osiowo pod kątem α następuje w chwili, gdy naprężenia w materiale zastępczym osiągną wartość σ_n. Rozpatrując ten problem w skali mikro, co w przypadku rozważanego modelu teoretycznego oznacza badanie rozkładu naprężeń i zachowania się materiału w chwili zniszczenia pojedynczego ogniwa jego struktury — poczynione zostały następujące założenia: a) zniszczenie materiału następuje w wyniku rozwinięcia się pomiędzy sąsiednimi szczelinami wąskich stref plastycznych, mających charakter pasm poślizgu; b) w strefach plastycznych występuje tylko naprężenie normalne σ i naprężenie styczne τ; c) materiał przewiązań pomiędzy pęknięciami uplastycznia się zgodnie z warunkiem Hubera-Misesa, a jego zniszczenie przy osiowym rozciąganiu następuje z chwilą osiągnięcia naprężeń niszczących σ_{n0}.

W uzupełnieniu ostatniego założenia należy dodać, że obliczenia numeryczne omówione w dalszym ciągu pracy przeprowadzono przyjmując dla porównania także warunek Treski.

Rozkład stref uplastycznionych pojawiających się pomiędzy sąsiednimi szczelinami uzależniony jest od szeregu czynników takich jak kierunek obciążenia w stosunku do osi symetrii układu pęknięć, od ich konfiguracji oraz od rozmiarów uszkodzenia, określanych w tym przypadku długością pęknięć. Możliwe układy tych stref w przypadku obu rozważanych konfiguracji otworów symulujących pęknięcia przedstawione zostały na rys. 1 i 2. W przypadku pęknięć przebiegających wzdłuż boku kwadratu wyróżniono trzy układy stref plastycznych oznaczone cyframi arabskimi 1, 2, 3; natomiast dla diagonalnego układu pęknięć przyjęto dwa możliwe układy oznaczone cyframi rzymskimi I i II. Każdemu z układów stref plastycznych odpowiada określony sposób zniszczenia modelu, który w dalszym ciągu rozważań nazywany będzie mechanizmem zniszczenia.

W celu związania stanu naprężenia w materiale zastępczym ze stanem naprężenia w materiale przewiązań, określanym na poziomie pojedynczego ogniwa jego struktury — zapisano warunek równowagi rzutów wypadkowych z naprężeń na kierunek naprężenia σ_n. W przypadku mechanizmów zniszczenia pokazanych na rys. 1 równania te mają postać następującą

$$\sigma_n P \cos\alpha = \sigma (P-t) \frac{\sin(\beta_1-\alpha)}{\sin\beta_1} + \tau (P-t) \frac{\cos(\beta_1-\alpha)}{\sin\beta_1} \tag{2.1}$$

dla mechanizmu 1,

$$\sigma_n P \sin\alpha = \sigma (P-l) \frac{\sin(\alpha-\beta_2)}{\cos\beta_2} + \tau (P-l) \frac{\cos(\alpha-\beta_2)}{\cos\beta_2} \tag{2.2}$$

dla mechanizmu 2 oraz

$$\sqrt{2}\,\sigma_n P \cos(\pi/4-\alpha) = 0{,}9\,\sigma P \frac{\sin(\alpha+\beta_3)}{\cos\beta_3} + 0{,}9\,\tau P \frac{\cos(\alpha+\beta_3)}{\cos\beta_3} \tag{2.3}$$

dla mechanizmu 3, gdzie

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \operatorname{arc\,tg} \frac{1-\mu}{\lambda}, \\ \beta_2 &= \operatorname{arc\,tg} \frac{\mu}{1-\lambda}, \\ \beta_3 &= \operatorname{arc\,tg} \frac{1-\mu}{1-\lambda}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

oznaczają odpowiednie kąty nachylenia stref uplastycznionych w stosunku do osi podłużnej pęknięć. We wzorach (2.4) wprowadzono bezwymiarowe długości i szerokości otworów symulujących pęknięcia oznaczone odpowiednio przez $\lambda = l/P$ i $\mu = t/P$. Dla wyprowadzenia zależności między naprężeniami niszczącymi σ_n dla materiału z uszkodzeniami a naprężeniami niszczącymi

σ_{n0} dla materiału bez uszkodzeń wykorzystano warunek plastyczności w w postaci

$$\sigma^2 + n\tau^2 = \sigma_{n0}^2, \tag{2.5}$$

gdzie $n = 3$ w przypadku warunku Hubera-Misesa, a $n = 4$ dla warunku Treski. Ponadto wykorzystano drugie równanie równowagi dla sumy rzutów naprężeń na kierunek prostopadły do kierunku obciążenia, które wyraża związek między naprężeniami σ i τ. W rezultacie dla omówionych wyżej mechanizmów zniszczenia otrzymano kolejno następujące bezwymiarowe wartości naprężeń niszczących:

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{no}} = \frac{1-\mu}{\sin\beta_1 \cos\alpha \sin(\beta_1-\alpha)\sqrt{1+n\operatorname{ctg}^2(\beta_1-\alpha)}} \tag{2.6}$$

dla mechanizmu 1,

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{no}} = \frac{1-\lambda}{\sin\alpha \cos\beta_2 \sin(\alpha-\beta_2)\sqrt{1+n\operatorname{ctg}^2(\alpha-\beta_2)}} \tag{2.7}$$

dla mechanizmu 2 oraz

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{no}} = \frac{1-\mu}{\sqrt{2}\cos\beta_3 \cos(45-\alpha)\sin(\alpha+\beta_3)\sqrt{1+n\operatorname{ctg}^2(\alpha+\beta_3)}} \tag{2.8}$$

dla mechanizmu 3.

W przypadku mechanizmów zniszczenia I i II, odpowiadających diagonalnemu układowi szczelin równanie równowagi sumy rzutów wypadkowych z naprężeń na oś równoległą do kierunku obciążenia mają postać

$$\sigma_n P \sin(\alpha+\pi/4) = \sigma\left(\frac{P\sqrt{2}}{2}-t\right)\frac{\sin(\alpha+\beta_1)}{\sin\beta_1} + \tau\left(\frac{P\sqrt{2}}{2}-t\right)\frac{\cos(\alpha+\beta_1)}{\sin\beta_1}, \tag{2.9}$$

dla mechanizmu I oraz

$$\sigma_n P\sqrt{2}\sin\alpha = \sigma(P\sqrt{2}-l)\sin\alpha + \tau(P\sqrt{2}-l)\cos\alpha, \tag{2.10}$$

dla mechanizmu II, gdzie

$$\beta_1 = \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{2}-2\mu}{\sqrt{2}-2\lambda}.$$

Wykorzystując w równaniach (2.9) i (2.10) warunek plastyczności (2.5) oraz zależność między naprężeniami σ i τ wynikającą z równania równowagi sumy rzutów na oś prostopadłą do kierunku obciążenia, uzyskano naprężenia

niszczące

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{no}} = \frac{0{,}5\sqrt{2}-\mu}{\sin(\alpha+45^\circ)\sin\beta_1\sin(\alpha+\beta_1)\sqrt{1+n\operatorname{ctg}^2(\alpha+\beta_1)}} \tag{2.11}$$

dla mechanizmu I oraz

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_{no}} = \frac{\sqrt{2}-\mu}{\sqrt{2}\sin^2\alpha\sqrt{1+n\operatorname{ctg}^2\alpha}} \tag{2.12}$$

dla mechanizmu II.

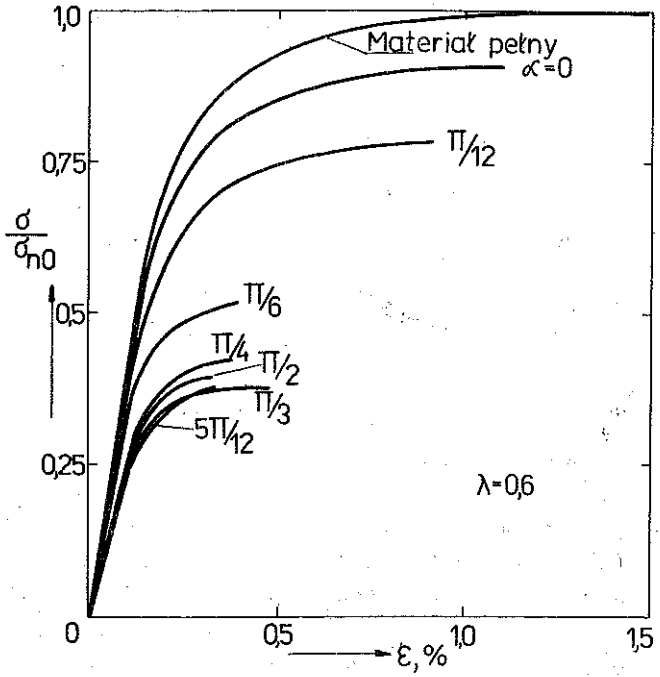
W ten sposób dla diagonalnego układu szczelin otrzymuje się dla określonego kierunku obciążenia i dla danych rozmiarów uszkodzenia, określonych wielkościami λ i μ dwie wartości naprężenia niszczącego wyrażone za pomocą wzorów (2.11) i (2.12). O zniszczeniu materiału w danych warunkach będzie decydował ten mechanizm, któremu odpowiada mniejsza wartość naprężenia niszczącego. Podobnie w przypadku układu szczelin przebiegających wzdłuż boku kwadratu o zniszczeniu materiału będzie decydował ten mechanizm, dla którego otrzymuje się najmniejszą spośród wartości naprężeń niszczących obliczonych z równań (2.6), (2.7) i (2.8).

3. Model doświadczalny

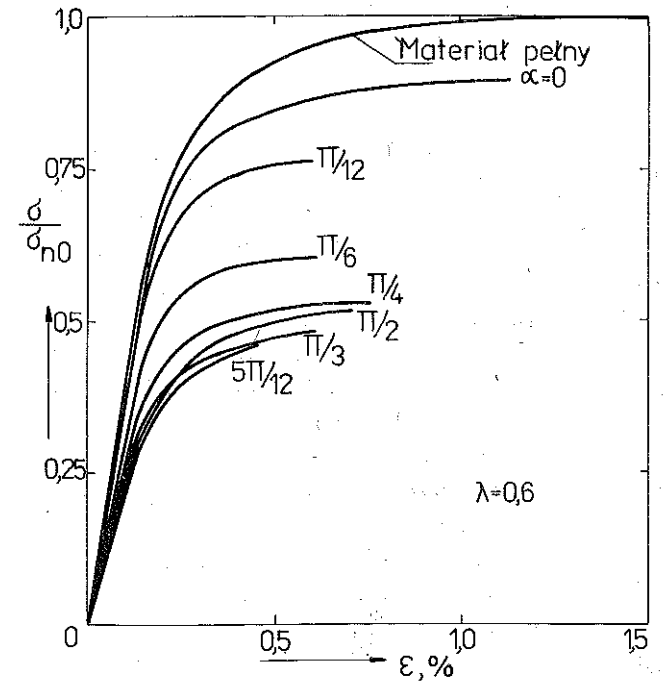
Omówione w poprzednim punkcie wyniki uzyskane dla modelu teoretycznego zweryfikowane zostały na drodze doświadczalnej. W tym celu przeprowadzono badania zniszczenia modeli symulujących materiał uszkodzony z regularnym układem pęknięć pokazanych na rys. 1 i 2. Podobnie jak w badaniach omówionych w pracach [6, 7 i 8] użyto prostokątnych modeli o szerokości 70 mm i długości całkowitej 400 mm, przy czym długość części perforowanej, symulującej materiał uszkodzony, wynosiła 210 mm. Modele te wycinano z blachy aluminiowej (stop PA2) o grubości 0,7 mm. Bok kwadratowej siatki, na której rozmieszczono prostokątne otwory symulujące pęknięcia, był równy $P = 10$ mm, a długość szczelin zmieniała się co 1 mm w granicach od $l = 2$ mm do $l = 7$ mm przy stałej szerokości $t = 1$ mm. Szczegóły dotyczące sposobu wycinania modeli i techniki badań zawiera praca [7].

Badania prowadzono aż do zniszczenia modeli poddanych osiowemu rozciąganiu w różnych kierunkach w stosunku do osi symetrii układu szczelin. Kąt α określający kierunek obciążenia zawarty między osią podłużną szczelin a kierunkiem działania siły osiowej przyjmował wartości 0, $\pi/12$, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $5\pi/12$ i $\pi/2$.

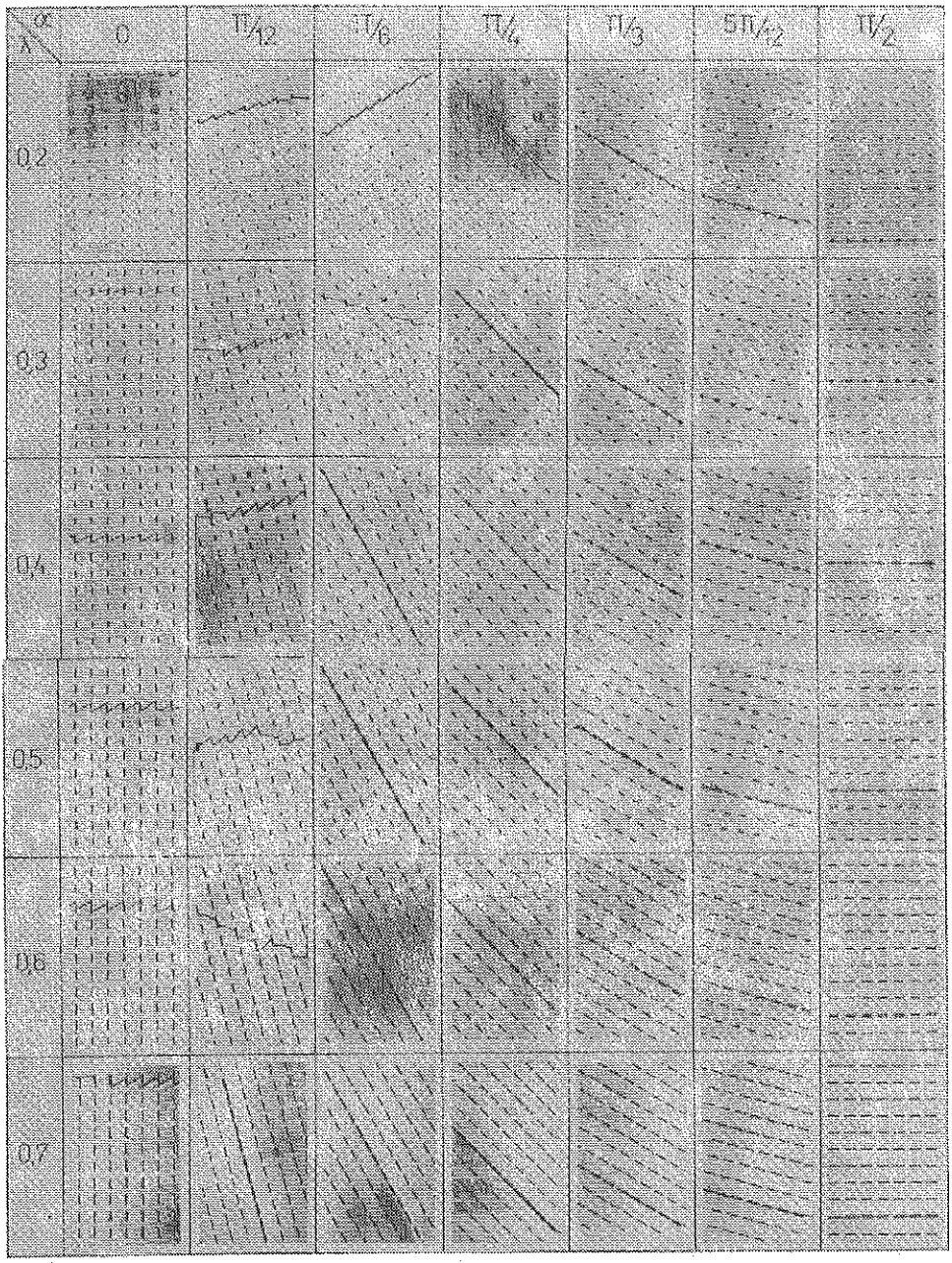
Dla każdego modelu mierzono odkształcenia podłużne tensometrami mechanicznymi o bazie 100 mm i wykonywano wykresy rozciągania.



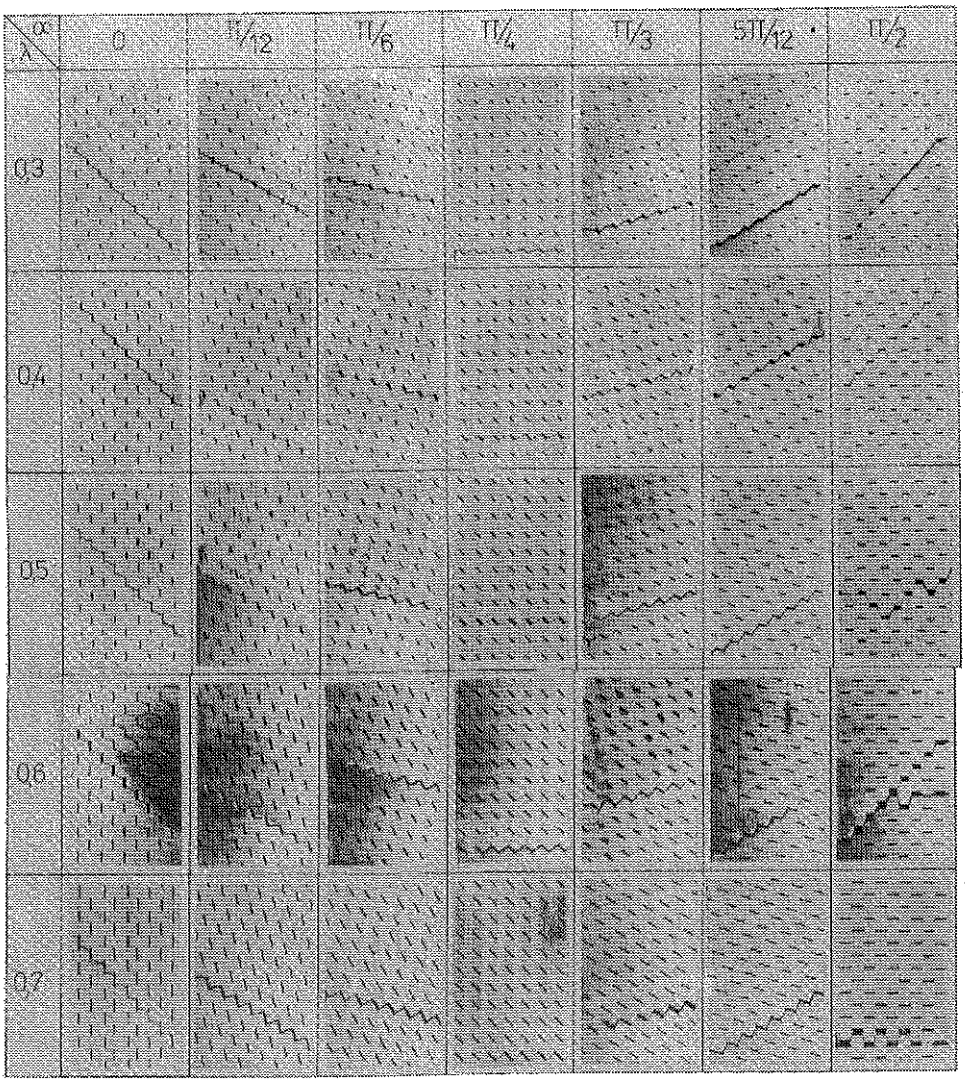
Rys. 3. Krzywe rozciągania dla modeli symulujących materiał uszkodzony dla układu szczelin wzdłuż boku kwadratu



Rys. 4. Krzywe rozciągania dla modeli symulujących materiał uszkodzony dla diagonalnego układu szczelin



Rys. 5. Modele materiału z układem szczelin wzdłuż boku kwadratu po ich zniszczeniu



Rys. 6. Modele materiału z diagonalnym układem szczelin po ich zniszczeniu

Przykłady takich wykresów dla obu analizowanych układów szczelin przy ich bezwymiarowej długości $\lambda = 0{,}6$ pokazano na rys. 3 i 4. Na każdym z tych rysunków zamieszczono dla porównania krzywą rozciągania materiału bez uszkodzenia.

Przeprowadzone w ten sposób badania umożliwiły wyznaczenie na drodze doświadczalnej naprężeń niszczących dla rozważanych modeli materiału uszkodzonego oraz pozwoliły na weryfikację poprawności mechanizmów zniszczenia przyjętych w modelu teoretycznym. Ze zdjęć modeli wykonanych po ich zniszczeniu, zamieszczonych na rys. 5 i 6 wynika, że przebieg

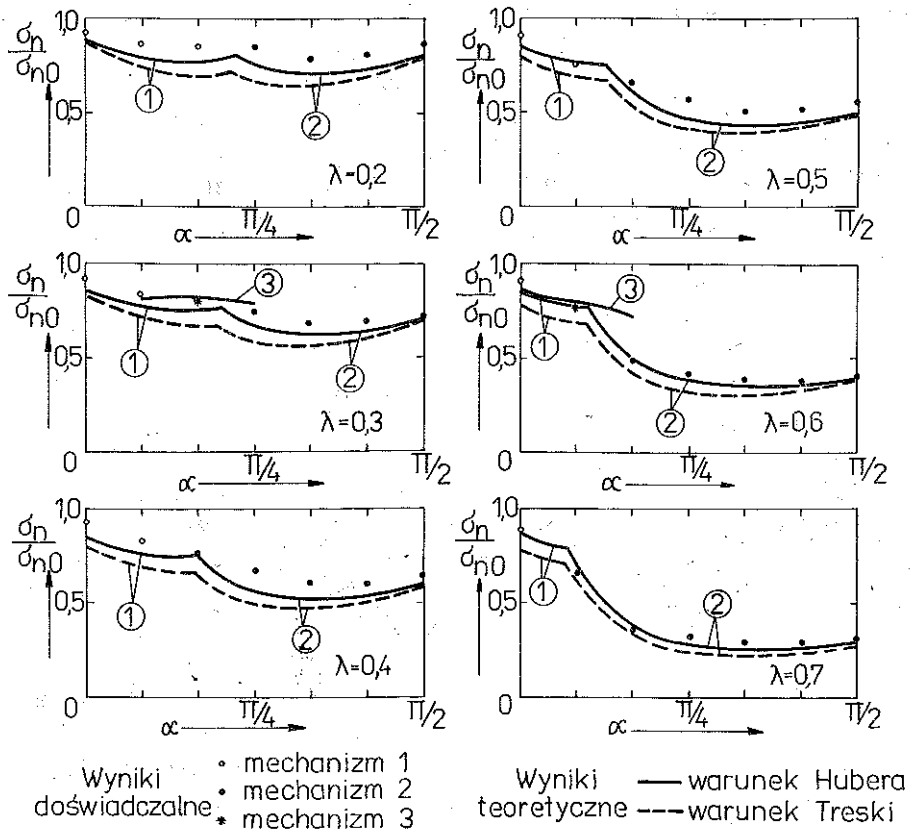
stref uplastycznionych oraz linii, wzdłuż których nastąpiło zerwanie modeli jest zgodny z układem przyjętym przy wyprowadzaniu wzorów (2.6), (2.7), (2.8) oraz (2.11) i (2.12). W szczególności na podstawie rys. 5 można stwierdzić, że w przypadku szczelin przebiegających wzdłuż boku kwadratu decydujące znaczenie dla zniszczenia modeli mają mechanizmy 1 i 2, natomiast mechanizm 3 pojawia się jedynie w strefie stanowiącej granicę pomiędzy zakresami, w jakich obowiązują mechanizmy 1 i 2.

Jak widać z rys. 6 w przypadku diagonalnego układu pęknięć w badanym zakresie bezwymiarowej długości szczelin $\lambda < 0{,}7$ ujawnił się zasadniczo tylko mechanizm I. Nieregularny układ stref uplastycznionych dla $\alpha = 90°$ i $\lambda > 0{,}5$ wskazuje jednak, że mechanizm II będzie decydował o zniszczeniu materiału uszkodzonego dla wartości $\lambda > 0{,}7$, wykraczających poza badany zakres.

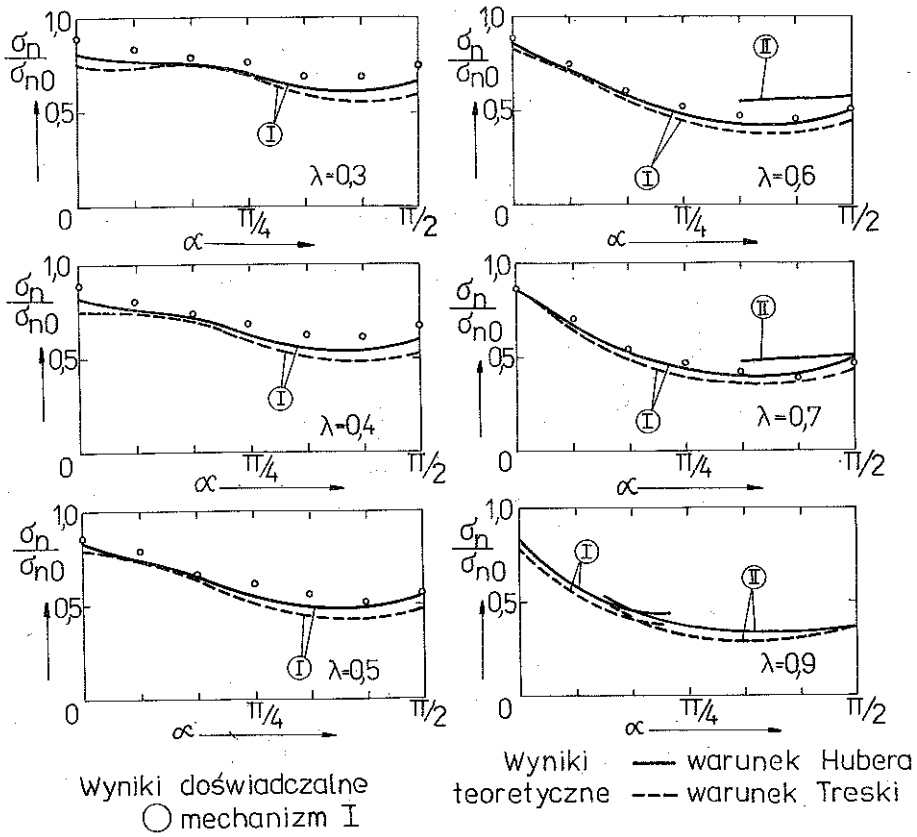
4. Porównanie wyników

Równania (2.6), (2.7), (2.8) oraz (2.11) i (2.12) dla danych rozmiarów uszkodzenia określonych przez bezwymiarowe wartości λ i μ są równaniami krzywych obrazujących zależność naprężeń niszczących od kierunku obciążenia określonego kątem α. Przebieg tych krzywych wyznaczonych przy założeniu, że zniszczenie materiału następuje zgodnie z warunkiem Hubera-Misesa oraz przy założeniu warunku Treski przedstawiono na rys. 7 oraz 8. Dla porównania zamieszczono również na tych rysunkach wartości naprężeń niszczących wyznaczone na drodze doświadczalnej, przy zastosowaniu modeli symulujących materiał uszkodzony. Wykresy pokazane na rys. 7 i 8 wskazują na dobrą zgodność wyników uzyskanych dla obu rozważanych modeli, przy czym krzywe teoretyczne wyznaczone dla warunku Hubera-Misesa leżą bliżej punktów odpowiadających wynikom doświadczalnym aniżeli krzywe wykreślone przy założeniu warunku Treski.

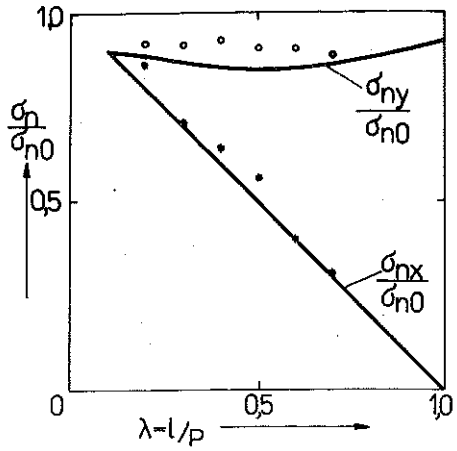
Zgodność wyników teoretycznych oraz doświadczalnych nie ogranicza się tylko do liczbowych wartości naprężeń niszczących, ale także dotyczy zakresów, do jakich się odnoszą wzory wyprowadzone dla poszczególnych mechanizmów zniszczenia. Jest to szczególnie wyraźnie widoczne na rys. 7, gdzie w strefie przejściowej pomiędzy obszarami, w których o zniszczeniu decydują odpowiednio mechanizm 1 lub 2 pojawia się mechanizm zniszczenia 3. W przypadku diagonalnego układu szczelin zarówno badania doświadczalne jak również wyniki uzyskane z modelu teoretycznego wykazały, że dla $\lambda \leqslant 0{,}7$ o zniszczeniu materiału decyduje tylko mechanizm I. Dla wyjaśnienia że przy $\lambda > 0{,}7$ o zniszczeniu może przy pewnych kierunkach obciążenia decydować mechanizm II zamieszczono na rys. 8 krzywe obrazujące zależność naprężenia niszczącego od kąta α dla obu mechanizmów przy bezwymiarowej długości szczeliny $\lambda = 0{,}9$.



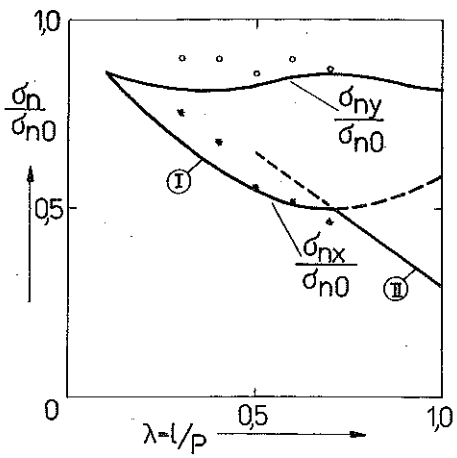
Rys. 7. Zależność naprężeń niszczących od kierunku obciążenia dla układu szczelin wzdłuż boku kwadratu



Rys. 8. Zależność naprężeń niszczących od kierunku obciążenia dla diagonalnego układu szczelin



Rys. 9. Zależność naprężeń niszczących od rozmiarów uszkodzenia dla układu szczelin wzdłuż boku kwadratu



Rys. 10. Zależność naprężeń niszczących od rozmiarów uszkodzenia dla diagonalnego układu szczelin

Zamieszczone na rys. 7 i 8 wykresy potwierdzają ponadto zaobserwowany doświadczalnie fakt, że minimalne naprężenie niszczące nie odpowiada, jak możnaby oczekiwać, kierunkowi obciążenia prostopadłemu do podłużnych osi szczelin. Efekt ten został zaobserwowany nie tylko w przypadku badań doświadczalnych, omówionych w niniejszej pracy, ale pojawił się także w badaniach materiałów perforowanych [9 i 11].

Przeprowadzone badania doświadczalne jak również wzory (2.6), (2.7), (2.8) oraz (2.11) i (2.12), wyprowadzone dla modelu teoretycznego, umożliwiły wyznaczenie naprężeń niszczących σ_{nx} oraz σ_{ny} przy rozciąganiu odpowiednio

w kierunku prostopadłym i równoległym do osi podłużnej szczelin. Wielkości σ_{nx} oraz σ_{ny} są dwoma spośród sześciu stałych materiałowych charakteryzujących własności materiału uszkodzonego w chwili jego zniszczenia.

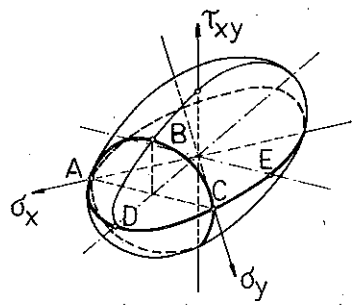
Porównanie zależności naprężeń niszczących σ_{nx} i σ_{ny} od długości szczelin $\lambda = l/P$, wyznaczonych dla obu rozważanych modeli, przedstawione zostało na rys. 9 i 10.

5. Reprezentacja wyników w przestrzeni naprężeń

Zakładając, że o zniszczeniu materiału nieuszkodzonego decyduje kryterium wytężeniowe Hubera-Misesa, równanie powierzchni granicznej w przestrzeni naprężeń dla płaskiego stanu naprężenia ma postać:

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2 = \sigma_{n0}^2. \tag{5.1}$$

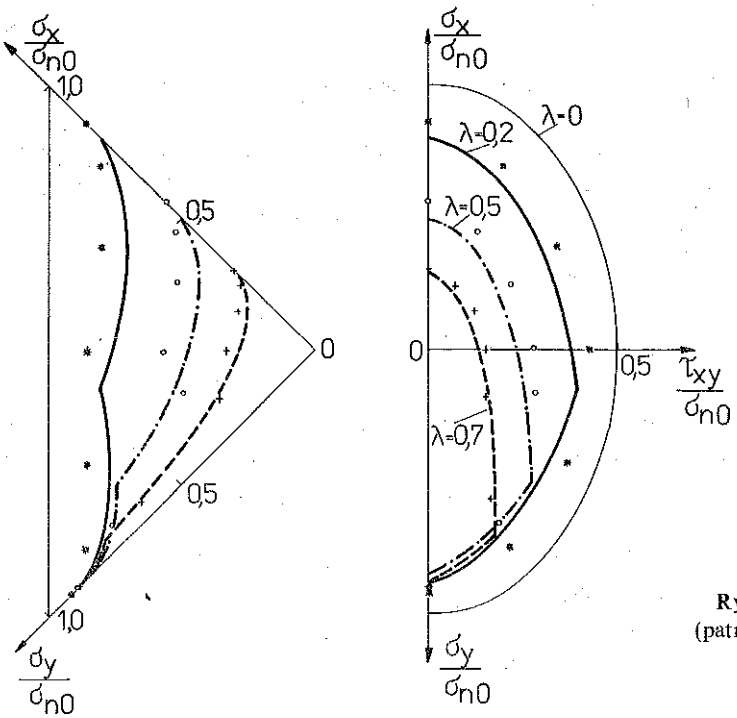
Obrazem geometrycznym tego równania w przestrzeni naprężeń $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ jest elipsoida przedstawiona na rys. 11. Badania doświadczalne w zależności



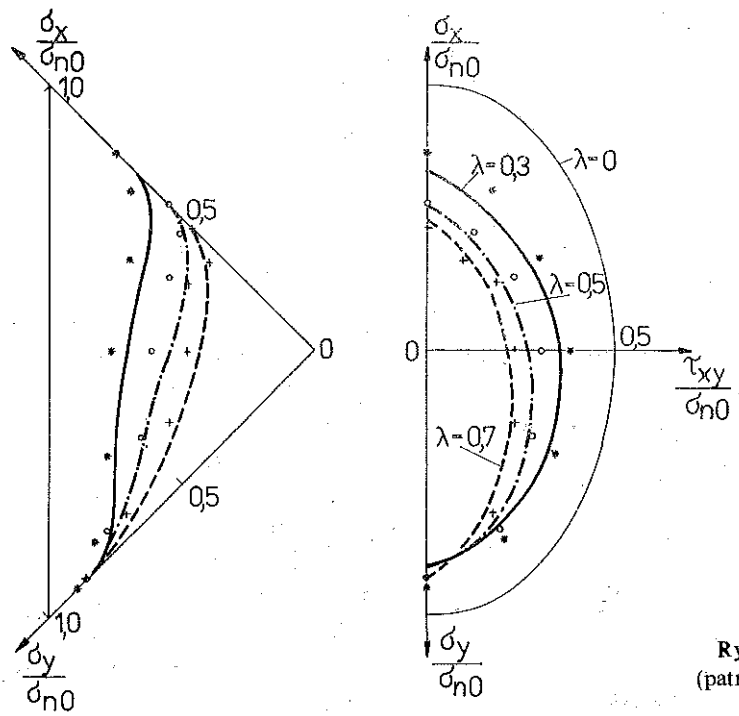
Rys. 11. Powierzchnia graniczna w przestrzeni naprężeń $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$

od zastosowanej metody umożliwiają weryfikację jedynie śladów przecięcia tej elipsoidy pewnymi płaszczyznami. Najczęściej stosowanemu sposobowi badania polegającemu na zastosowaniu próbek rurkowych poddanych płaskiemu stanowi naprężenia odpowiada elipsa $ADCE$ leżąca na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie σ_x i σ_y. Przypadkowi badań omówionych w niniejszej pracy, tzn. dla osiowego rozciągania próbek pod różnymi kątami w stosunku do uprzywilejowanych kierunków struktury materiału, odpowiada elipsa ABC, stanowiąca ślad przecięcia powierzchni (5.1) płaszczyzną $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_n$. Ten sposób reprezentacji wyników zaproponowany został przez Szczepińskiego [12], a wykorzystany był przez Miastkowskiego [13] do interpretacji wyników badań efektu pamięci wstępnie obciążonego stopu aluminium PA3.

W przypadku osiowego obciążenia materiału uszkodzonego wraz ze wzrostem uszkodzenia ślad przecięcia powierzchni (5.1) zmienia swój kształt,



Rys. 12.
(patrz s. 97)



Rys. 13.
(patrz s. 97)

odbiegając od początkowej elipsy odpowiadającej materiałowi nieuszkodzonemu. Poszczególne punkty śladu przecięcia zmodyfikowanej powierzchni granicznej, odpowiadającej materiałowi uszkodzonemu o określonej bezwymiarowej długości szczelin, wyznaczono ze wzoru

$$\sigma_x = \frac{1}{2}\sigma_n(1-\cos 2\alpha),$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2}\sigma_n(1+\cos 2\alpha), \tag{5.2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}\sigma_n \sin 2\alpha,$$

gdzie σ_n oznacza naprężenie niszczące wyznaczone dla danego modelu rozciąganego pod kątem α w stosunku do osi podłużnej szczelin. Krzywe przedstawione na rys. 12 i 13 otrzymano wstawiając do równań (5.2) naprężenie niszczące (2.6), (2.7) oraz (2.11) i (2.12) wyznaczone dla modelu teoretycznego; natomiast zamieszczone na tych rysunkach punkty odpowiadają wartościom σ_n wyznaczonym na drodze doświadczalnej. Modyfikacja kształtu początkowej elipsy odpowiadającej materiałowi nieuszkodzonemu obserwowana na rys. 12 i 13 wraz ze wzrostem uszkodzenia materiału wywołana jest zarówno obniżeniem wytrzymałości materiału a także rozwojem jego anizotropii.

6. Wnioski

Mechanizm zniszczenia materiału uszkodzonego uzależniony jest od kierunku obciążenia oraz od rozmiarów samego uszkodzenia, a zależność naprężeń niszczących od kierunku obciążenia wskazuje na bardzo wyraźną anizotropię.

Anizotropia ta ma jednak odmienny charakter od obserwowanej w zakresie sprężystym, gdyż minimalna wartość naprężeń niszczących nie odpowiada kierunkowi obciążenia prostopadłemu do podłużnych osi szczelin. Z badań doświadczalnych oraz z analizy modelu teoretycznego wynika, że najniższa wytrzymałość materiału odpowiada kierunkowi obciążenia określonemu przez kąt α zawarty w granicach od $\pi/4$ do $\pi/2$. Zgodność wyników uzyskanych dla modelu teoretycznego i doświadczalnego wskazuje na poprawność założeń przyjętych przy wyprowadzeniu zależności służących do obliczenia naprężeń niszczących.

Rys. 12. Powierzchnie graniczne dla materiału uszkodzonego dla układu szczelin wzdłuż boku kwadratu

Rys. 13. Powierzchnie graniczne dla materiału uszkodzonego dla diagonalnego układu szczelin

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Л. М. Качанов, *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. А.Н. С.С.С.Р., О.Т.Н., 8, 26—31, 1958.
2. M. KACHANOW, *Continuum model of medium with cracks*, J. Eng. Mech. Div., Trans. ASCE, **106**, 1039—1051, 1980.
3. S. MURAKAMI, N. OHNO, *A continuum theory of creep and creep damage*, Creep in Structures, IUTAM Symp., Leicester 1980, red. A.R.S. PONTER, D. R. HAYHURST, Springer, 422—443, 1981.
4. D KRAJCINOVIC, *Constitutive equations for damaging materials*, J. Appl. Mech., **90**, 2, 355—360, 1983.
5. J. BETTEN, *Damage tensors in continuum mechanics*, J. Mech, Theor. Appl., **2**, 1, 13—32, 1983.
6. A. LITEWKA, A. SAWCZUK, *Experimental evoluation of the overall aniostropic material response on continuous damage*, Mechanics of Material Behaviour, Drucker Anniversary Volume, red. G. J. DVORAK, R. T. SHIELD, J. Wiley, 1983.
7. A. LITEWKA, J. STANISŁAWSKA, *Experimental simulation of anasotropic damage*, Mech. Teoret. Stos., **21**, 2/3, 361—370, 1983.
8. A. LITEWKA, A. SAWCZUK, J. STANISŁAWSKA, *Simulation of oriented continuous damage evolution*, J. Mec. Theor. Appl. [w druku].
9. S. MURAKAMI, T. IMAIZUMI, *Mechanical description of creep damage state and its experimental verification*, J. Mec. Theor. Appl., **1**, 5, 743—761, 1982.
10. A. SAWCZUK, A. LITEWKA, *Macroscopic failure modes of solids with simulated periodic damage*, Coll. Int. C.N.R.S., nr 351, Failure Criteria of Structured Media, Villard-de Lans, 1983.
11. A. LITEWKA, *Experimental study of the effective yield surface of perforated materials*, Nucl. Engng Design, **57**, 417—425, 1980.
12. W. SZCZEPIŃSKI, *On the effect of plastic deformation on yield condition*, Arch. Mech. Stos., **15**, 275—296, 1963.
13. J. MIASTKOWSKI, *Doświadczalna analiza efektu pamięci materialu poddanego plastycznemu odkształceniu*, Mech. Teoret. Stos., **11**, 3, 297—314, 1973.

РЕЗЮМЕ

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛА С АНИЗОТРОПНЫМ ДЕФЕКТОМ

Представлены механизмы разрушения и определены разрушающие напряжения для материала с дефектом, с прямолинейными трещинами расположенными на квадратной сетке. С этой целью послужились теоретическими моделями, а полученные таким образом результаты проверены экспериментальными исследованиями, проведенными при использовании моделей имитирующих материал с дефектом. Хорошее совпадение результатов, полученных для теоретических и экспериментальных моделей, указывает на правильность предположений, принятых при расчете разрушающих напряжений.

SUMMARY

FAILURE MODELING OF MATERIAL WITH ORIENTED DAMAGE

The failure modes and the stresses at rupture were determined for the damaged material with rectilinear cracks arranged in the square pattern. To this end the theoretical models

were employed and the results obtained were verifield experimentally by means of the models simulating the damaged material. A good agreement of experimental and theoretical results corroborates the validity of the assumptions formulated in calculating the failure stresses.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
INSTYTUT TECHNOLOGII I KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

Praca została złożona w Redakcji dnia 28 maja 1984 r.