

## ANALIZA RUCHU PAŁA ZAGŁĘBIANEGO W GRUNT PRZEZ URZĄDZENIE WIBRACYJNO-UDERZENIOWE O ZŁOŻONYM WYMUSZENIU

ALEKSANDER MITUTA i JÓZEF RANISZEWSKI (WARSZAWA)

Przedstawiono analizę parametrów ruchu pała zagłębianego w grunt przez urządzenie wibracyjno-uderzeniowe, wymuszające ruch drgający na kierunku zagłębienia oraz ruch obrotowo-zmienny w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku zagłębienia. Przyjęto, że grunt oddziałuje na ostrze pała jako ośrodek sprężysto-lepko plastyczny oraz na pobocznice pała działa siła tarcia suchego i wiskotycznego.

### 1. WSTĘP

Prędkość zagłębiania pała jak również maksymalna możliwa do uzyskania wielkość zagłębienia zależą od parametrów urządzenia wibracyjno-uderzeniowego oraz od właściwości gruntu. W dotychczasowych pracach z zakresu techniki wibracyjnego zagłębiania pali analizę parametrów ruchu urządzeń wibracyjno-uderzeniowych prowadzono, przyjmując pał jako ciało sztywne o nieskończenie dużej masie [3 i 11] lub też przy założeniu modelu gruntu w postaci ośrodka sprężysto-lepkiego [4]. Tak przyjmowane modele gruntu nie pozwalały na prowadzenie względnie dokładnej analizy parametrów ruchu pała i urządzenia wibracyjno-uderzeniowego. Nie uwzględniano tu trwałych przemieszczeń pała w każdym cyklu wymuszenia jak również wpływu ruchu obrotowo-zmiennego pała na prędkość zagłębienia.

W pracy niniejszej podjęto próbę opracowania metody wyznaczania parametrów ruchu pała i poszczególnych mas drgających wibromłota przy założeniu bardziej złożonego modelu gruntu. Przyjęto, że grunt działa na ostrze pała jako ośrodek sprężysto-lepko-plastyczny oraz na pobocznice działa siła tarcia suchego i wiskotycznego. Analizowany wibromłot powodował wymuszenie ruchu pała na kierunku pionowym (wzdłuż osi pała) oraz ruchu oscylacyjnego wokół wzdłużnej osi pała.

## 2. PROTOTYP DOŚWIADCZALNY WIBROMŁOTA I MODEL WSPÓŁPRACY PAŁA Z GRUNTEM

Wibromłot, który jest przedmiotem analizy, został opracowany w Katedrze Mechaniki Teoretycznej i Wytrzymałości Materiałów WAT. Prototyp wibromłota oznaczony symbolem WZZM-1400 pokazano na rys. 1, a jego schemat na rys. 2.

Uwzględniając wyniki badań doświadczalnych przedstawione w pracy [9] a także dane zawarte w pracy [8], siła  $F_g$  oddziaływania gruntu na ostrze pała wyznaczana będzie wg charakterystyki sprężysto-plastycznej ze wzmocnieniem (rys. 3). Wskaźnik krzywej IWK charakterystyki gruntu przyjmuje wartości następujące:

$$(2.1) \quad \text{IWK} = \begin{cases} 1 & \text{dla } XP_n \leq x_1 < XP_n + x_{gr}, \\ 2 & \text{dla } XP_n + x_{gr} \leq x_1 \quad \text{i} \quad \dot{x}_1 > 0, \\ 3 & \text{dla } XP_{n+1} + x_{gr} \cdot \frac{k_{g1}}{k_{g4}} \leq x_1 \quad \text{i} \quad \dot{x}_1 < 0, \\ 4 & \text{dla } XP_{n+1} < x_1 \quad \text{i} \quad \dot{x}_1 < 0, \\ 5 & \text{dla } x_1 \leq XP_n. \end{cases}$$

Siłę  $F_g$  graficznie przedstawioną na rys. 3 można określić wzorem ogólnym

$$(2.2) \quad F_g = \begin{cases} k_{g1}(x_1 - XP_n) & \text{dla } \text{IWK} = 1, \\ k_{g1}x_{gr} + k_{g2}(x_1 - x_{gr} - XP_n) & \text{dla } \text{IWK} = 2, \\ k_{g4}(x_1 - XP_n) & \text{dla } \text{IWK} = 3 \text{ i } 4, \\ 0 & \text{dla } \text{IWK} = 5, \end{cases}$$

gdzie  $k_{g1}$ ,  $k_{g2}$ ,  $k_{g4}$  oznacza sztywność zastępczą gruntu odpowiednio dla  $\text{IWK} = 1, 2$  i  $4$ .

Trwałe przemieszczenie pała do rozpatrywanego  $(n+1)$ -tego pełnego cyklu obciążenia zgodnie z rys. 3 określa się wzorem

$$(2.3) \quad XP_{n+1} = (XC_n - XB_n) \left(1 - \frac{k_{g2}}{k_{g4}}\right) + x_{gr} \left(1 - \frac{k_{g1}}{k_{g4}}\right) + XP_n.$$

Przez pełny cykl obciążenia należy tu rozumieć cykl rozpoczynający się w punkcie  $A$ , przebiegający kolejno przez punkty  $B$ ,  $C$ ,  $D$  i kończący się w punkcie  $E$ .

W ogólnym przypadku (np. w ruchu nieustalonym) cykl  $n+1$  nie zawsze musi rozpoczynać się od punktu  $E_n = A_{n+1}$ . Początek cyklu  $(n+1)$  może być również w punkcie  $A_{n+1}^{(3)}$  lub  $A_{n+1}^{(4)}$ , co oznacza, że  $n$ -ty cykl obciążenia gruntu przechodzi przez punkty  $P_3$  lub  $P_4$  leżące odpowiednio na 3-cim

lub 4-tym odcinku charakterystyki gruntu (rys. 3). W takich przypadkach należy skorygować wcześniej wyznaczoną za pomocą wzoru (2.3) wartość trwałego przemieszczenia  $XP_{n+1}$ .

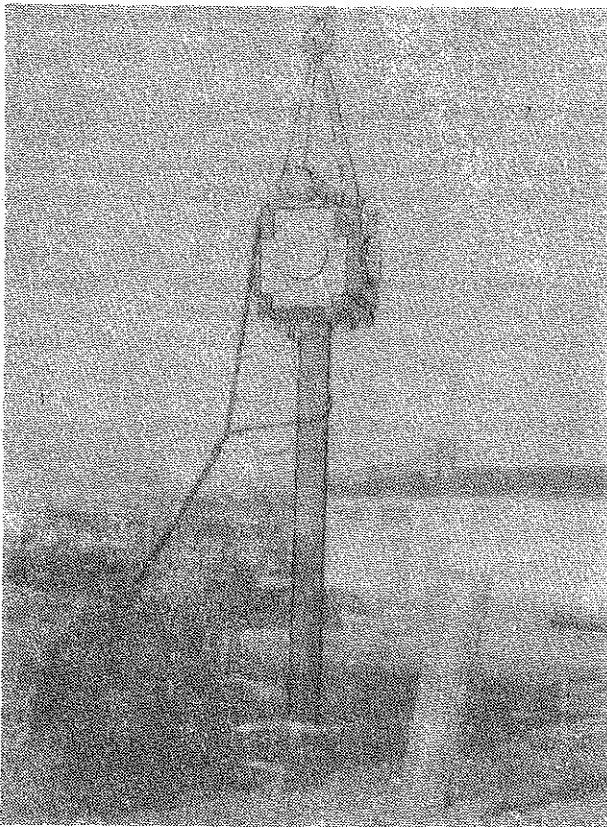
Dla cyklu obciążenia  $(n+1)$  rozpoczynającego się w punkcie  $A_{n+1}^{(3)}$  trwałe przemieszczenia  $XP_{n+1}$  określi się wzorem

$$(2.4) \quad XP_{n+1} = XP_3 = \frac{x_{gr} k_{g1} - (XPP_3 - XP_n) k_{g4}}{k_{g2}} + XPP_3 - x_{gr}.$$

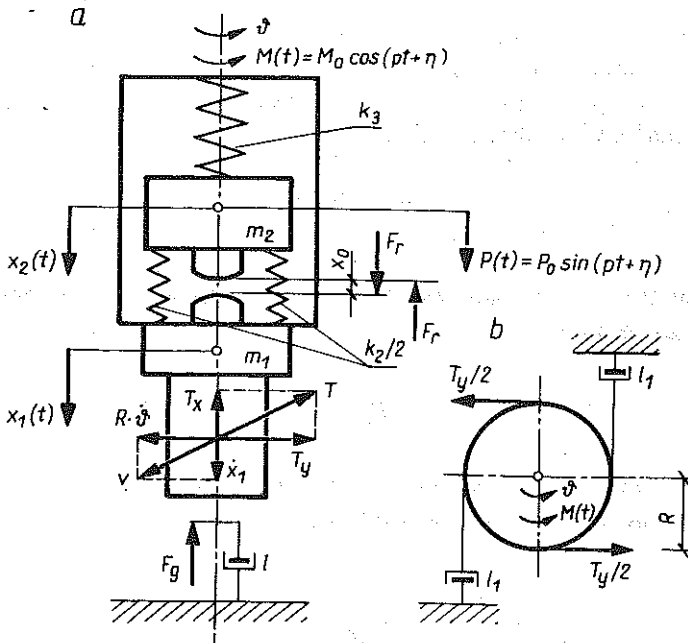
Dla cyklu  $(n+1)$  rozpoczynającego się w punkcie  $A_{n+1}^{(4)}$  trwałe przemieszczenie  $XP_{n+1}$  wyniesie

$$(2.5) \quad XP_{n+1} = XP_4 = XPP_4 - (XPP_4 - XP_n) \frac{k_{g4}}{k_{g1}}.$$

Całkowitą siłę tarcia  $T$  działającą na powierzchnię boczną można wyznaczyć opierając się na hipotezie Coulomba na podstawie znanych nacisków



Rys. 1. Widok badanego wibromłota WZZM-1400



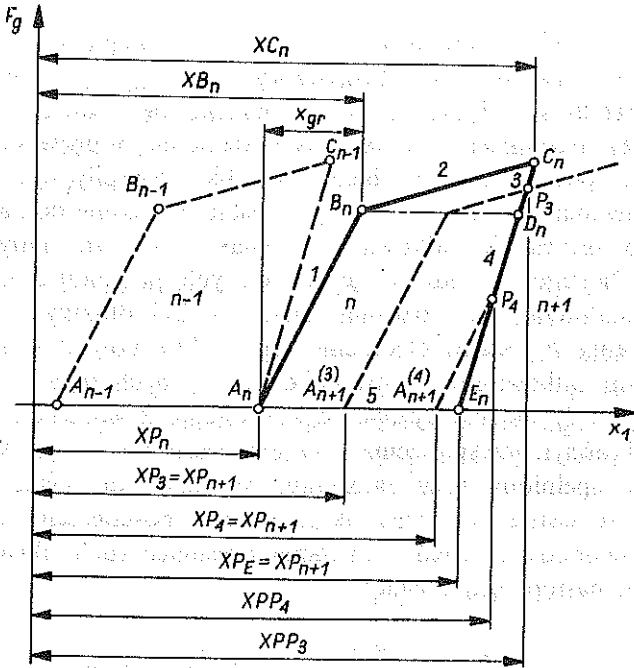
Rys. 2. Schemat ideowy wibromłota WZZM-1400 i siły oddziaływania gruntu na pał: a) przekrój podłużny osiowy, b) przekrój poziomy,  $m_1$  oznacza masę obudowy, uchwytu i pała;  $m_2$  masę wibratora wraz z silnikami napędowymi i przekładnią zębatą (masa uderzeniowa);  $k_2$ ,  $k_3$  sztywność sprężyn wibromłota;  $l$  współczynnik tłumienia wiśkotycznego gruntu pod ostrzem pała;  $l_1$  współczynnik tłumienia wiśkotycznego w ruchu obrotowym pała;  $x_1$ ,  $x_2$  współrzędne położenia środków ciężkości mas drgających;  $p$  częstość kołową siły wymuszającej;  $P_0$  amplitudę siły wymuszającej na kierunku pionowym;  $M_0$  amplitudę momentu wymuszającego ruch obrotowo-zmienny wokół osi wibromłota;  $\vartheta$  kąt obrotu mas  $m_1$  i  $m_2$  wokół osi pionowej;  $T$  wypadkową sił tarcia na pobocznicy pała;  $T_x$ ,  $T_y$  składowe siły tarcia na kierunkach poziomym  $x$  i pionowym  $y$ ;  $v$  prędkość wypadkową punktu leżącego na pobocznicy pała;  $\dot{x}_1$ ,  $R\dot{\vartheta}$  prędkości punktu leżącego na pobocznicy pała odpowiednio w kierunku pionowym i w ruchu obrotowym wokół osi pionowej;  $F_g$  siłę sprężysto-plastyczne oddziaływania gruntu na ostrze pała;  $F_r$  siłę wzajemnego oddziaływania pomiędzy masami  $m_1$  i  $m_2$  w czasie zderzenia;  $\eta$  kąt przesunięcia fazowego siły wymuszającej w chwili zderzenia;  $R$  promień pała

normalnych i współczynnika tarcia. Składowe siły tarcia  $T_x$  i  $T_y$  odpowiednio na kierunek osi pionowej  $x$  i osi poziomej  $y$  wynoszą

$$(2.6) \quad T_x = T \frac{\dot{x}_1}{\sqrt{\dot{x}_1^2 + (R\dot{\vartheta})^2}},$$

$$T_y = T \frac{R\dot{\vartheta}}{\sqrt{\dot{x}_1^2 + (R\dot{\vartheta})^2}}.$$

W przypadku gdy nie występuje ruch obrotowy pała, tzn.  $M(t) = 0$  i  $\dot{\vartheta} = 0$ , siły  $T_x$  i  $T_y$  są następujące:



Rys. 3. Siła sprężysto-plastycznego oddziaływania gruntu na ostrze pała.  $n$  oznacza numer kolejnego  $n$ -tego cyklu obciążenia gruntu pod ostrzem pała;  $X_{P_n}$  trwałe przemieszczenie pała w cyklach poprzedzających rozpatrywany  $n$ -ty cykl obciążenia; 1, 2, 3, 4, 5 numery prostoliniowych odcinków charakterystyki gruntu. Każdy z odcinków identyfikowany jest za pomocą wskaźnika krzywej IWK (IWK = 1, 2, 3, 4, 5);  $x_{gr}$  graniczne sprężyste odkształcenie gruntu;  $x_1$  przemieszczenie pała

$$(2.7) \quad T_x = T \frac{\dot{x}_1}{|\dot{x}_1|},$$

$$T_y = 0.$$

### 3. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE RUCHU MAS DRGAJĄCYCH I WARUNKI RUCHU PAŁA ZE STANU SPOCZYNKU

Analizowany układ wibracyjno-uderzeniowy, którego schemat przedstawiono na rys. 2 posiada trzy stopnie swobody. Równania różniczkowe ruchu mas drgających mają postać:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -(k_2 + k_3)(x_1 - x_2) + F_r - F_g - T_x - l\dot{x}_1 + (m_1 + m_2)g, \\ m_2 \ddot{x}_2 &= (k_2 + k_3)(x_1 - x_2) - F_r + P_0 \sin(pt + \eta), \\ I\ddot{\theta} &= -l_1 \dot{\theta} 2R^2 - T_y R + M_0 \cos(pt + \eta). \end{aligned}$$

Powyższe równania różniczkowe są nieliniowe ze względu na występujące w nich nieliniowe funkcje  $F_g(x_1)$  (por. wzory (2.2)),  $T_{x,y}(x_1, \dot{x}_1, \vartheta)$  (por. wzory (2.6) i (2.7)) oraz funkcję  $F_r(x_1, x_2)$ , która określa siłę wzajemnego oddziaływania pomiędzy masami  $m_1$  i  $m_2$  w czasie zderzenia. Wprowadzenie funkcji  $F_r(x_1, x_2)$  było spowodowane problemami, jakie wystąpiły w trakcie numerycznego całkowania równań ruchu. Aby uzyskać względnie dokładne rozwiązania należało prowadzić całkowanie równań z bardzo małym krokiem czasowym  $h$ . Okazało się jednak, że w pewnych przypadkach, szczególnie w ruchu nieustalonym, czas trwania zderzenia był dłuższy od przyjętego kroku całkowania  $h$ . Nieuwzględnienie tego faktu powodowało trudności w numerycznym całkowaniu i prowadziło do błędnych rozwiązań.

Reakcję styku  $F_r$  można wyznaczyć korzystając z warunku, że w czasie zderzenia prędkości i przyspieszenia obu mas są sobie równe. Warunek ten jest oczywiście spełniony przy założeniu, że masy zderzające się są nieodkształcalne. W czasie uderzenia układ wibracyjno-uderzeniowy zmniejsza liczbę stopni swobody o jeden. Równania opisujące ruch układu w czasie zderzenia mają następującą postać:

$$(3.2) \quad \begin{cases} \ddot{x}_1 = -\frac{F_g + T_x}{m_1 + m_2} - \frac{l}{m_1 + m_2} \dot{x}_1 + \frac{P_0}{m_1 + m_2} \sin(pt + \eta), \\ \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1, \\ \ddot{\vartheta} = -\frac{l_1 2R^2}{I} \dot{\vartheta} - \frac{T_y R}{I} + \frac{M_0}{I} \cos(pt + \eta). \end{cases}$$

Na podstawie określonych wartości  $x_1$  i  $x_2$  z układu równań (3.2), reakcję styku  $F_r$  wyznaczamy z równań (3.1). Ogólnie siłę  $F_r$  przedstawi się w postaci:

$$(3.3) \quad F_r(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x_2 - x_1 > x_0, \\ -m_1 \ddot{x}_2 - (k_2 + k_3) x_0 + P_0 \sin(pt + \eta) & \text{dla } x_2 - x_1 = x_0, \end{cases}$$

gdzie  $x_0 = x_2 - x_1$  oznacza wartość luzu pomiędzy masami zderzającymi się w stanie równowagi statycznej.

Aby ruch pała ze stanu spoczynku był możliwy, suma sił wymuszających ruch w rozpatrywanym kierunku musi być większa co do wartości bezwzględnej od składowej siły tarcia w tym kierunku.

Na podstawie równania (3.1) warunek wystąpienia ruchu w kierunku pionowym można napisać w następującej postaci:

$$(3.4) \quad |-(k_2 + k_3)(x_1 - x_2) + F_r + F_g + (m_1 + m_2)g| > T_x,$$

oraz warunek wystąpienia ruchu obrotowego w postaci:

$$(3.5) \quad \left| \frac{M_0}{R} \cos(pt + \eta) \right| > T_y.$$

Jeżeli równocześnie mamy  $\dot{x}_1 = 0$  i  $\dot{y} = 0$ , to składowe siły tarcia w kierunkach  $x$  i  $y$  przyjmują wartości z przedziału od 0 do  $\pm T$ . Należy wtedy badać obydwie warunki ruchu, tzn. (3.4) i (3.5) przyjmując  $T_x = T_y = T$ . Spełnienie jednego z tych warunków oznacza wystąpienie ruchu pala odpowiednio w jednym z kierunków  $x$  lub  $y$ .

#### 4. NUMERYCZNE CAŁKOWANIE RÓWNAŃ RUCHU

Całkowanie różniczkowych równań ruchu mas drgających wykonujemy metodą Rungego-Kutty-Gilla, wykorzystując procedurę podaną w pracy [9].

Aby równaniom (3.1) nadać postać schematu wymaganego w algorytmie Rungego-Kutty-Gilla, wprowadzamy następujące oznaczenia zmiennych:

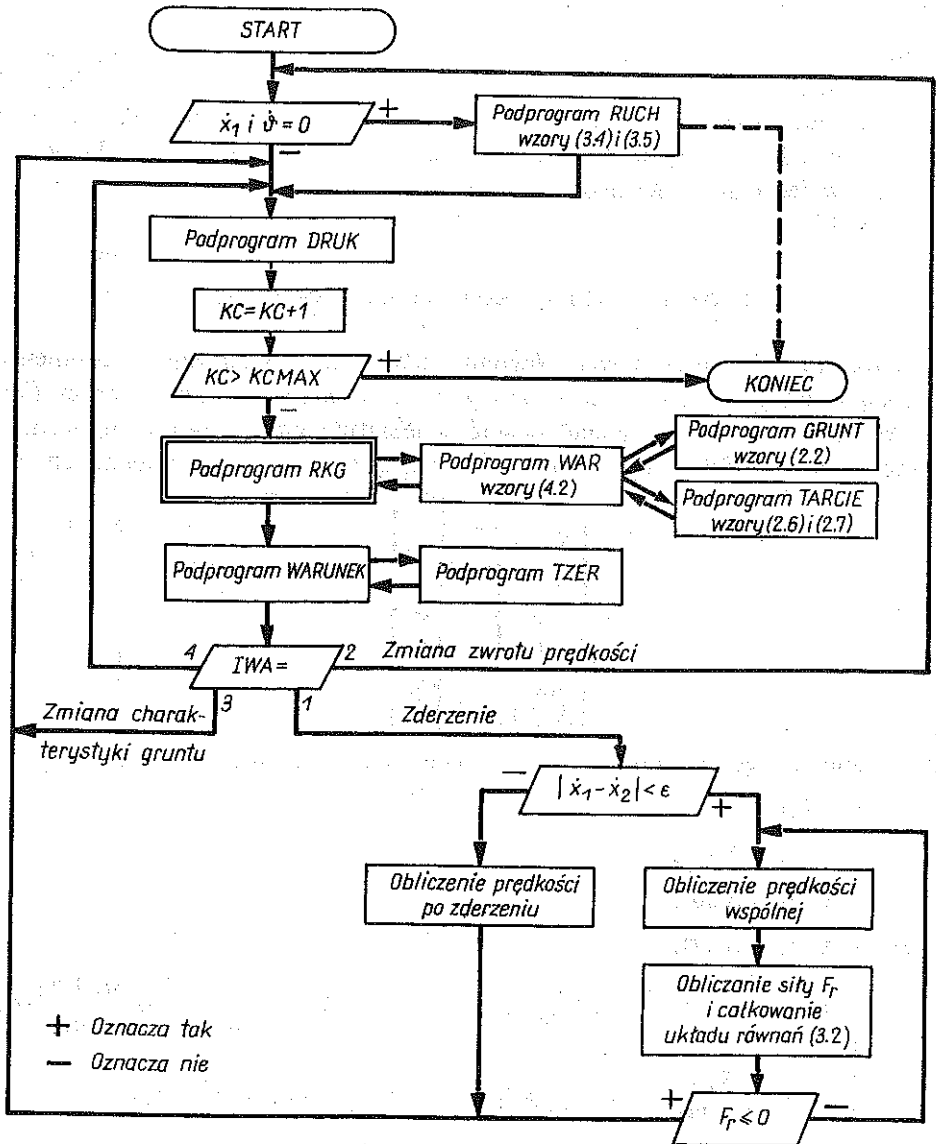
$$(4.1) \quad \begin{pmatrix} X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \\ X(5) \\ X(6) \\ X(7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

Pochodne względem czasu nowych zmiennych obliczymy ze wzorów

$$(4.2) \quad \begin{cases} \dot{X}(1) = 1, \\ \dot{X}(2) = X(5), \\ \dot{X}(3) = X(6), \\ \dot{X}(4) = X(7), \\ \dot{X}(5) = -\frac{k_2+k_3}{m_1}(X(2)-X(3)) - \frac{l}{m_1}X(5) + \frac{F_r-F_g-T_x}{m_1} + \frac{m_1+m_2}{m_1}g, \\ \dot{X}(6) = \frac{k_2+k_3}{m_2}(X(2)-X(3)) - \frac{F_r}{m_2} + \frac{P_0}{m_2}\sin(pX(1)+\eta), \\ \dot{X}(7) = -\frac{l_1 \cdot 2R^2}{I}X(7) - \frac{T_y \cdot R}{I} + \frac{M_0}{I}\cos(pX(1)+\eta). \end{cases}$$

Obliczenia parametrów ruchu układu wibracyjno-uderzeniowego prowadzono na komputerze. Sieć działań programu wyznaczającego parametry ruchu mas drgających przedstawiono na rys. 4.

Poszczególne podprogramy wymienione na tym rysunku realizują następujące cele: 1) Podprogram RKG rozwiązuje układ różniczkowych równań ruchu mas drgających metodą Rungego-Kutty-Gilla. Szczegółowy opis tej metody zawiera praca [6]. 2) Podprogram WAR oblicza pochodne  $\dot{X}_i$  poszukiwanych funkcji  $X_i(t)$  wg wzorów (4.2) 3) Podprogram RUCH, przy



Rys. 4. Sieć działań programu wyznaczającego parametry ruchu układu wibracyjno-uderzeniowego

zerowych wartościach prędkości pała w kierunku pionowym i w płaszczyźnie poziomej, sprawdza możliwość wystąpienia ruchu (wzory (3.4) i (3.5)). Określa również chwilę czasu, od której ruch pała jest możliwy. 4) Podprogram GRUNT wyznacza siłę oddziaływania gruntu na ostrze pała wg charakterystyki przedstawionej na rys. 2 i wzorów (2.2). 5) Podprogram TARCIE wyznacza składowe siły tarcia, w kierunku pionowym  $T_x$  i poziomym stycznym  $T_y$ .



dla danych składowych prędkości rozpatrywanego punktu poboczniczy pala wg wzorów (2.6) i (2.7). 6) Podprogram DRUK steruje wydrukiem wyników obliczeń. 7) Podprogram WARUNEK sprawdza, czy w przedziale czasu  $t$ ,  $t+h$  nie wystąpiło spełnienie następujących zdarzeń: zderzenie mas  $m_1$  i  $m_2$ , zmiana zwrotu składowej pionowej prędkości pala, zmiana sprężystości gruntu, czyli przejście z jednego odcinka na drugi na charakterystyce gruntu (rys. 2). W przypadku gdy na długości kroku całkowania  $h$  wystąpi spełnienie więcej niż jednego z wyżej wymienionych zdarzeń, należy brać pod uwagę zdarzenie, które wystąpiło pierwsze w czasie. 8) Podprogram TZER określa czas  $TZ$ , w którym wystąpiło wyżej określone zdarzenie, wyznacza wartości współrzędnych położenia i prędkości mas drgających dla czasu  $TZ$ .

Jeżeli zderzenie mas zachodzi z prędkością bardzo małą, mniejszą od pewnej wartości  $\varepsilon$ , to czas trwania zderzenia jest dłuższy od długości kroku całkowania  $h$ . Należy wtedy przejść na całkowanie równań (3.2) i w każdym kroku całkowania wyznaczyć siłę oddziaływania  $F_r$ . Za moment rozdzielenia się mas przyjmujemy czas, w którym siła  $F_r$  zmniejsza swoją wartość do zera.

Wielkość  $\varepsilon$  określa się metodą kolejnych prób i dla rozpatrywanego układu wibracyjno-uderzeniowego wartość ta była rzędu 0,01 m/s. Prędkości mas po zderzeniu, zachodzącym z prędkością większą od  $\varepsilon$ , oblicza się korzystając ze znanych w mechanice praw rządzących zderzeniem sprężystym przy założonej wartości współczynnika restytucji  $R_s$ .

Przejście z aktualnego odcinka charakterystyki gruntu o wskaźniku IWK na kolejny (rys. 3) można wyrazić następującymi wzorami:

a) dla IWK = 1

przekroczenie punktu  $B$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 2

$$(4.3) \quad x_1 - XP_n > x_{gr};$$

przekroczenie punktu  $A$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 5

$$(4.4) \quad x_1 - XP_n < 0;$$

b) dla IWK = 2

osiągnięcie punktu  $C$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 3

$$(4.5) \quad \dot{x}_1 < 0;$$

c) dla IWK = 3

przekroczenie punktu  $D$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 4

$$(4.6) \quad x_1 - XP_{n+1} < x_{gr} \frac{k_g}{k_{g4}},$$

$$(4.7) \quad x_1 - XP_{n+1} > x_{gr} \frac{k_g}{k_g} \quad \text{i} \quad \dot{x}_1 > 0.$$

Spełnienie warunków (4.7) oznacza przejście z odcinka o wskaźniku IWK = 3 na odcinek o wskaźniku IWK = 2 następnego cyklu obciążenia ( $n+1$ ); przejście takie może występować w ruchu niestabilnym;

d) dla IWK = 4

przekroczenie punktu  $D$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 5, na odcinku tym brak jest kontaktu czoła pala z podłożem

$$(4.8) \quad x_1 - X P_{n+1} < 0;$$

przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 1, co jest równoznaczne z rozpoczęciem nowego ( $n+1$ )-tego cyklu obciążenia;

$$(4.9) \quad \dot{x}_1 > 0$$

e) dla IWK = 5

przekroczenie punktu  $A$  i przejście na odcinek o wskaźniku IWK = 1.

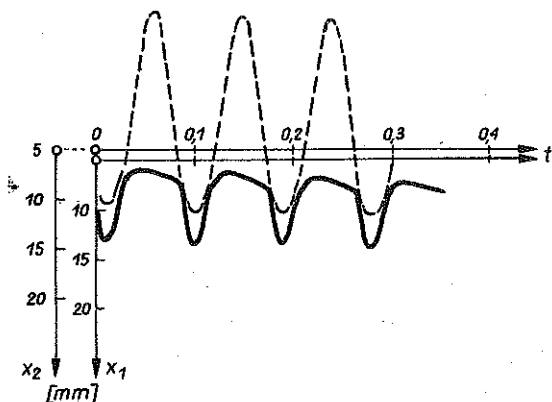
$$(4.10) \quad x_1 - X P_n > 0.$$

Określenie czasu, w którym badany warunek został osiągnięty z dokładnością do długości przyjętego kroku całkowania  $h$  nie zawsze jest wystarczające. Dokładniejsze wyznaczenie chwili czasu spełnienia danego warunku uzyskamy interpolując uzyskane krzywe odcinkami prostymi w przedziale czasu  $t, t+h$ . Na podstawie znanych wartości  $x_i(t)$  i  $x_i(t+h)$  wyznaczamy czas  $TZ(t, t+h)$ , w którym spełniony został badany warunek. Dla czasu  $TZ$  wyznaczamy wszystkie współrzędne i ich pochodne. Uzyskane w ten sposób liczby pozwalają sformułować warunki początkowe do całkowania w następnym przedziale czasu. Aby zachować stały rytm całkowania, pierwszy krok w następnym przedziale czasu przyjmujemy o długości  $h - TZ$ .

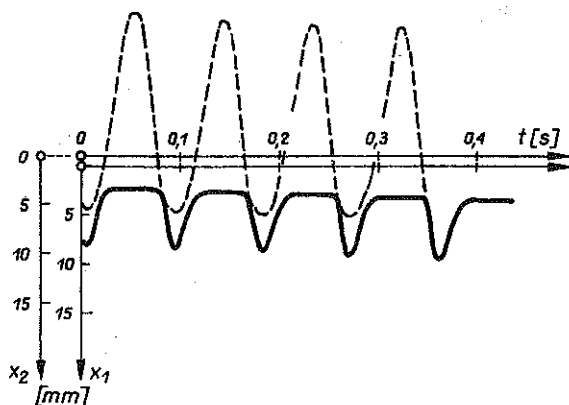
## 5. WYNIKI OBLICZEŃ PARAMETRÓW RUCHU

Do obliczeń przyjęto następujące wartości parametrów badanego prototypu wibromłota WZZM-1400: masa obudowy, uchwytu i pala  $m_1 = 2500$  kg; masa uderzeniowa  $m_2 = 1400$  kg; sztywności sprężyn  $k_2 = k_3 = 10,237 \cdot 10^5$  N/m; moment statyczny mas mimośrodowych  $m_0 e = 10,3$  kgm; masowy moment bezwładności względem osi pionowej  $J = 280$  kgm<sup>2</sup>; amplituda siły wymuszającej ruch na kierunku pionowym przy  $n = 672,5$  obr/min,  $P_0 = 51200$  N; amplituda momentu wymuszającego ruch w płaszczyźnie prostopadłej do osi pionowej przy  $n = 672,5$  obr/min,  $M_0 = 25600$  Nm; kąt przesunięcia fazowego siły wymuszającej w chwili zderzenia [5]  $\eta = 1,25$  rad.

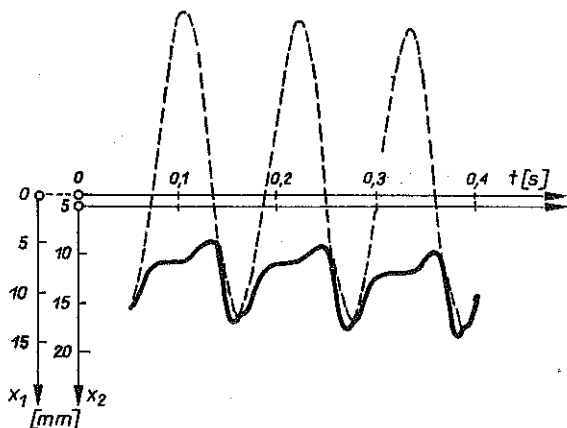
Badania doświadczalne były prowadzone w czasie zagłębienia rury stalowej o średnicy zewnętrznej  $\varnothing 368$  mm, grubości ścianki 12 mm i długości  $l = 9$  m. Pomiarów drgań dokonywano przy zagłębieniu pala od 6 do 9 m. Przy tej wartości zagłębienia rdzeń gruntowy utworzony wewnątrz rury jest nośny [7].



Rys. 5. Drgania mas układu wibracyjno-uderzeniowego z wymuszeniem ruchu obrotowo-zmiennego:  $p = 70,5 \text{ rad/s}$ ;  $R_s = 0,4$ ;  $x_{gr} = 4 \text{ mm}$ ;  $T = 30 \text{ kN}$ ;  $x_{1\max} = 6,17 \text{ mm}$ ;  $XN = 0,37 \text{ mm}$



Rys. 6. Drgania mas układu wibracyjno-uderzeniowego bez wymuszenia ruchu obrotowo-zmiennego:  $p = 70,5 \text{ rad/s}$ ;  $R_s = 0,4$ ;  $x_{gr} = 4 \text{ mm}$ ;  $T = 30 \text{ kN}$ ;  $x_{1\max} = 6,3 \text{ mm}$ ;  $XN = 0,3 \text{ mm}$



Rys. 7. Drgania mas układu wibracyjno-uderzeniowego z wymuszeniem ruchu obrotowo-zmiennego  $p = 56 \text{ rad/s}$ ;  $R_s = 0,4$ ;  $x_{gr} = 4 \text{ mm}$ ;  $T = 40 \text{ kN}$ ;  $x_{1\max} = 8,57 \text{ mm}$ ;  $XN = 0,72 \text{ mm}$

Tablica 1. Parametry ruchu układu wiracyjno-uderzeniowego o trzech stopniach swobody

Wyszczególnienie badanych parametrów	J.m.	Wyniki obliczeń			Wyniki badań doświadczalnych	
		z obrotem	bez obrotu	z obrotem	z obrotem	
		$p = 56 \text{ rad/s}$	$p = 70,5$	$p = 70,5$	$p = 56$	$p = 70,5$
Ilość uderzeń w jednym okresie siły wymuszającej		2	1	1	2	1
Maksymalne przemieszczenie pala po uderzeniu $x_{1\max}$	mm	8,57	6,17	6,3	3,0	4,5
Trwałe przemieszczanie pala w jednym okresie wymuszenia $XN$	mm	0,7216	0,37	0,3025	0,081	0,272
Prędkość zagłębiania	cm/min	38,5	24,9	20,3	4,3	18,2
Prędkość zderzenia $V_2 - V_1$	cm/s	125,5/68,1	100,2	110,65	72,0/14,0	111,0
Maksymalne przemieszczenie masy uderzeniowej	mm	29,6	19,5	19,7	19,3	20,0
Amplituda ruchu obrotowo-zmiennego na promieniu $r = 0,184 \text{ m}$	mm	3,1	2,04	—	3,6	2,9

Można więc przyjąć, że rura pracowała jak pal pełny i naciski na grunt były przenoszone całą powierzchnią czołową. Na podstawie znanych nacisków jednostkowych pod ostrzem pala określono częstość drgań własnych  $f$  pala, jako fundamentu posadzonego na gruncie, z wykresu LORENTZA [11], a stąd sztywność zastępcza gruntu  $k_{g1} = (2\pi f)^2 m_1$ .

Wartość  $x_{gr}$  obliczymy na podstawie znanej sztywności gruntu  $k_{g1}$  oraz na podstawie nośności granicznej gruntu  $\sigma_{gr}$  określonej np. na podstawie [1] lub na podstawie wyników sondowania.

Wartość  $x_{gr}$  wyznaczamy ze wzoru

$$(5.1) \quad x_{gr} = \frac{\sigma_{gr} F}{k_{g1}},$$

gdzie  $F$  oznacza pole powierzchni czołowej pala pełnego.

Jak wynika z danych przedstawionych w pracach 8, 9 i 11 sztywności gruntu  $k_{g2}$  (odcinek  $B_n C_n$  — rys. 3) oraz  $k_{g4}$  (odcinek  $C_n D_n$ ), zależnie od rodzaju gruntu i sposobu obciążania, przyjmują wartości

$$k_{g2} = (0 \quad \text{do} \quad 1/3) k_{g1},$$

$$k_{g4} = (1 \quad \text{do} \quad 6) k_{g1}.$$

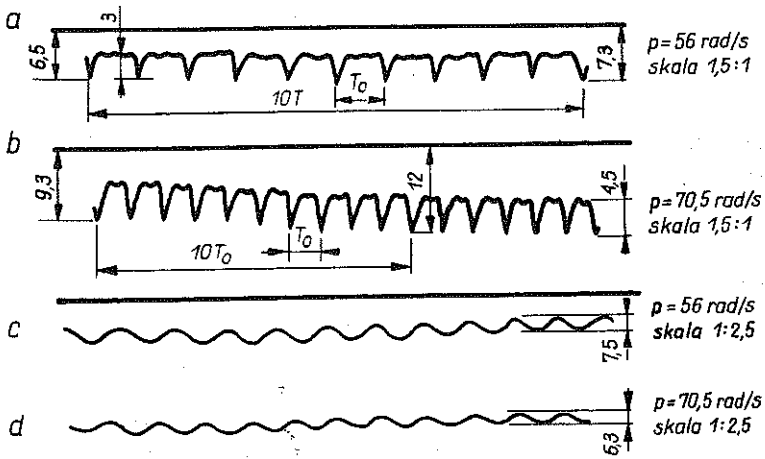
Współczynnik tłumienia przyjmowano na podstawie [4 i 11]. Jednostkowe powierzchniowe siły tarcia na pobocznicę, zgodnie z hipotezą Coulomba, są iloczynem nacisków jednostkowych normalnych i współczynnika tarcia  $f' = t_g \varphi'$ . Wartość współczynnika tarcia  $f'$  gruntu o materiał pala w warunkach wibracji jest mniejszy o 20 do 50% [10] w stosunku do współczynnika tarcia przy obciążeniach statycznych. Rozkład nacisków normalnych gruntu na pobocznicę pala w warunkach obciążeń dynamicznych jest podobny do rozkładu przy obciążeniach statycznych i przyjęty został na podstawie [1].

Opierając się na wymienionych pozycjach literatury, dla pala rurowego 368/12 mm i zagłębionego na 8,5 m w piasek drobny, małowilgotny, przyjęto do obliczeń następujące wartości parametrów gruntu: sztywność zastępcza gruntu wynosi  $k_{g1} = 44 \cdot 10^6$  N/m,  $k_{g2} = 1,5 \cdot 10^6$  N/m,  $k_{g4} = k_{g1}$ ; współczynnik tłumienia gruntu  $l = 2000$  kg/s; graniczne odkształcenie sprężyste  $x_{gr} = 4,0$  mm; tłumienie gruntu w płaszczyźnie poziomej  $l_1 = 0$ .

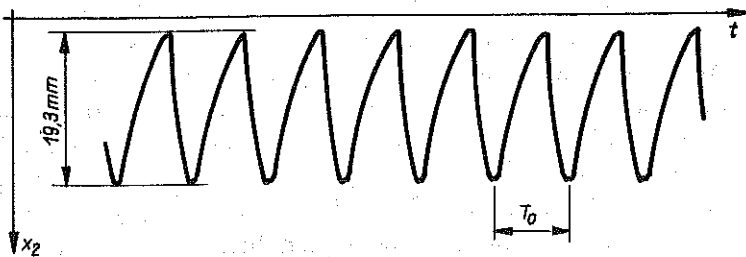
Wyniki obliczeń parametrów ruchu układu wibracyjno-uderzeniowego dla tak przyjętych wartości przedstawiono na rys. 5–7, a wartości charakterystyczne zestawiono w tablicy 1.

## 6. WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Badania prototypu wibromłota WZZM-1400 o trzech stopniach swobody były prowadzone przy zagłębieniu rury stalowej o średnicy zewnętrznej  $\varnothing 368$  mm i grubości ścianki 12 mm, bez usuwania gruntu z wnętrza rury.



Rys. 8. Przeszyczenia pionowe i obrotowo-zmienne pala rurowego  $\varnothing 368/12$  mm pod dzia-  
 laniem wibromiota przy r3znych częstościach wymuszenia: a, b przeszczenia pionowe, c, d  
 ruch obrotowo-zmienny, odlegość punktu pomiarowego od pionowej osi obrotu  $r = 733$  mm.  
 Wymiary w mm.

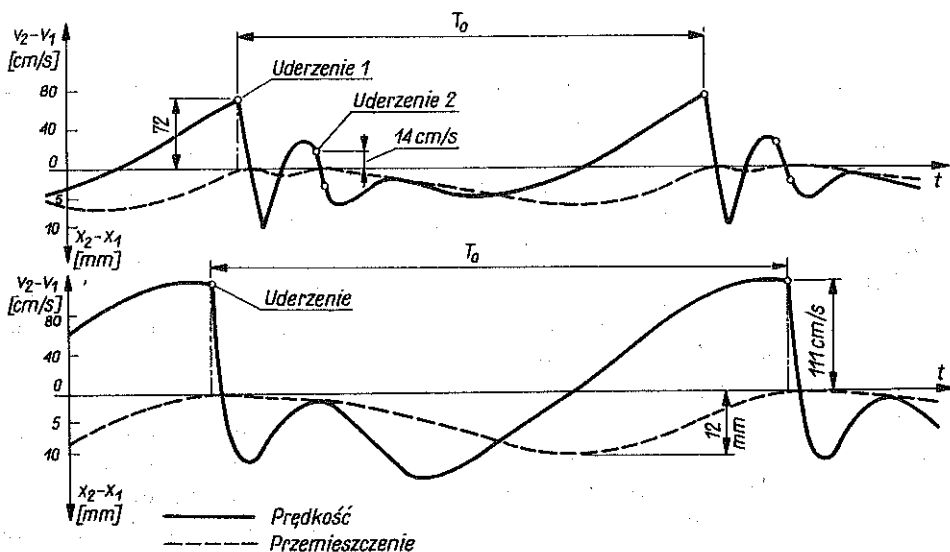


Rys. 9. Przeszczenia masy uderzeniowej;  $p = 56$  rad/s

Pomiar3w parametr3w ruchu mas drgaj3cych dokonano przy wielkořci zagłębienia rury od 8 do 9 m. W czasie pomiar3w nie stwierdzono zmiany wysokořci rdzenia wewn3trz rury — rura została zamknięta gruntem i pracowała jak pał pełny.

Przy mniejszej wielkořci zagłębienia, tj. do momentu utworzenia się stałego rdzenia, prędkořć zagłębienia była bardzo duża. Za pomoc3w posiadanej aparatury było niemożliwe zarejestrowanie przeszczenia pala.

Grunt składał się z piask3w Źrednich i drobnych małowilgotnych z bardzo niewielkimi przewarstwieniami gliny. Do głębokořci 3,3 m grunt był silnie zagęszczony, zaś poniżej 3,3 m grunt był Źrednio zagęszczony. Stopień zagęszczenia okreřlany był sond3w udarow3w, natomiast rodzaj gruntu ustalono przez wykonanie wierceń w pobliżu otw3ru badawczego.



Rys. 10. Przeszczenia i prędkość masy uderzeniowej względem pała; a)  $p = 56$  rad/s; b)  $p = 70,5$  rad/s

Pomiarów przemieszczeń pionowych i amplitudy ruchu obrotowo-zmiennego pała dokonano wibrografem firmy GEIGER. Uzyskane wykresy przedstawiono na rys. 8.

Przemieszczenia masy uderzeniowej zarejestrowane tym samym wibrografem przedstawiono na rys. 9. Na uzyskanym wykresie drgań, w dolnej jego części widać charakterystyczne załamania występujące w momencie zderzenia.

Interesujące wyniki badań uzyskano z pomiarów ruchu względnego masy uderzeniowej i pała. Do pomiarów wykorzystano tu czujniki prędkości i przemieszczeń, z których sygnał był przekazany na oscyloskop. Obraz z oscyloskopu rejestrowano na taśmie filmowej za pomocą kamery. Fragment uzyskanych krzywych przedstawiono na rys. 10.

Jak wynika z rys. 10, przy częstotliwości wymuszania  $p = 56$  rad/s, w jednym okresie siły wymuszającej występują dwa uderzenia. Pierwsze z nich jest z dużą prędkością, natomiast drugie z prędkością stosunkowo małą.

## 7. KONFRONTACJA WYNIKÓW OBLICZEŃ Z WYNIKAMI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Z porównania krzywych przemieszczeń pała otrzymanych z rozwiązań teoretycznych (rys. 5 i 7) z krzywymi otrzymanymi z badań doświadczalnych (rys. 8 do 10) oraz z zestawienia charakterystycznych parametrów ruchu (tablica 1) wynika, że otrzymane rozwiązania analityczne są zgodne z doświadczeniem.

Dla częstości wymuszenia  $p = 70,5$  rad/s wyniki obliczeń różnią się od wyników badań doświadczalnych nie więcej jak o 15%.

Większe rozbieżności powstały dla częstości wymuszenia  $p = 56$  rad/s. Powstałe w tym przypadku różnice należy tłumaczyć tym, że pomiary przy częstości wymuszenia  $p = 56$  rad/s były prowadzone w krótkim czasie po uruchomieniu wibromłota, tuż po uzyskaniu obrotów ustalonych i proces zmian parametrów gruntu w wyniku działania wibracji nie został jeszcze ustalony.

Całkowitą zgodność wyników obliczeń z wynikami badań doświadczalnych uzyskano w zakresie ilości uderzeń występujących w jednym okresie siły wymuszającej. Dotyczy to zarówno częstości wymuszenia  $p = 70,5$  rad/s, jak i  $p = 56$  rad/s (rys. 5 i 7 oraz rys. 10).

W celu określenia wpływu ruchu obrotowo-zmiennego pała na jego ruch postępowy wzdłuż osi, wykonano obliczenia parametrów ruchu dla układu wibracyjno-uderzeniowego bez wymuszania ruchu obrotowego momentem w płaszczyźnie prostopadłej do osi pionowej. Ruch drgający mas był więc wymuszany tylko na kierunku pionowym. Wyniki obliczeń dla częstości wymuszenia  $p = 70,5$  rad/s zostały przedstawione na rys. 6. Obliczenia prowadzono dla tych samych parametrów gruntu i parametrów urządzenia, co dla układu z wymuszeniem ruchu na kierunku pionowym i obrotowo-zmiennym, dla którego wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5.

Z porównania rys. 5 i 6 wynika, że wprowadzenie ruchu obrotowo-zmiennego spowodowało wzrost prędkości zagłębiania pała pełnego w przybliżeniu o 23%. Dla pali o dużych średnicach, ze względu na dużą wartość składowej poziomej prędkości, można uzyskać wzrost prędkości zagłębiania nawet do 50%, co stwierdzono na podstawie obliczeń. Podobne rezultaty daje wprowadzenie ruchu obrotowo-zmiennego dla pali rurowych do momentu utworzenia się rdzenia, gdyż występuje tu dominacja oporów w postaci sił tarcia na pobocznicy nad oporami pod ostrzem pała.

Gdy opory na pobocznicy nie występują lub są bardzo małe w porównaniu z oporami pod ostrzem pała, wprowadzenie ruchu obrotowo-zmiennego, zgodnie z przyjętym modelem, nie powoduje wzrostu prędkości zagłębiania.

Przy wymuszaniu ruchu pała tylko na kierunku pionowym jego przemieszczenia odbywają się wyłącznie w wyniku działania impulsu uderzeniowego. Na znacznym odcinku czasu pomiędzy uderzeniami pał znajduje się w spoczynku, co na wykresach reprezentowane jest charakterystycznymi odcinkami poziomymi (rys. 6).

Uwzględnienie obrotowo-zmiennego ruchu pała przy nominalnej częstości wymuszenia  $p = 70,5$  rad/s, daje wartość prędkości zderzenia 110,6 cm/s i maksymalne przemieszczenie masy uderzeniowej 19,7 mm (tabl. 1 i rys. 5).

Rozpatrywanie układów wibracyjno-uderzeniowych przy założeniu nieruchomego pała [10], daje wartości przemieszczeń masy uderzeniowej oraz prędkości zderzenia znacznie wyższe od wartości wyżej określonych. Na



przykład dla rozpatrywanego wibromłota, przy założeniu nieruchomego pała prędkość zderzenia wynosi 212 cm/s, a maksymalne przemieszczenie masy uderzeniowej 46,5 mm.

## 8. WNIOSKI

Przedstawione wyniki obliczeń oraz wyniki badań doświadczalnych pozwalają sformułować następujące wnioski:

1. Przyjęcie modelu sprężysto-lepko-plastycznego oddziaływania gruntu na ostrze pała z siłą tarcia suchego na pobocznicy umożliwia wyznaczenie parametrów ruchu układu wibracyjno-uderzeniowego bardziej zbliżonych do wartości rzeczywistych niż w przypadku przyjęcia modelu pała o masie nieskończenie dużej.

2. Uwzględnienie siły tarcia suchego pozwala ocenić wpływ ruchu obrotowo-zmiennego pała wokół własnej osi na zmianę prędkości zagłębiania, co nie było możliwe w modelach bardziej uproszczonych. Zastosowanie układów wibracyjno-uderzeniowych wymuszających ruch pała pełnego w kierunku pionowym i ruch obrotowo-zmienny wokół osi pionowej pozwala uzyskać prędkość zagłębiania do 50% większą w stosunku do prędkości zagłębiania urządzeniem wymuszającym ruch pała tylko w kierunku pionowym. Wprowadzenie ruchu obrotowo zmiennego pozwala także uzyskać znacznie większe całkowite zagłębienie pała.

3. W analizowanym układzie wibracyjno-uderzeniowym w zależności od częstości wymuszenia w jednym okresie wymuszenia może występować jedno lub kilka uderzeń mas drgających.

4. Podana metoda wyznaczania parametrów ruchu pała, oparta na przyjętym modelu współpracy pała z gruntem, może służyć do przybliżonego określania parametrów ruchu urządzeń wibracyjno-uderzeniowych, a tym samym może być podstawą do projektowania tego typu urządzeń. Wyznaczone parametry ruchu będą tym bardziej zbliżone do rzeczywistych, im dokładniej określona będzie charakterystyka gruntu, co przy aktualnym stanie badań nie jest sprawą prostą i wymaga jeszcze wielu eksperymentów.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. B. CHWAŚCIŃSKI, *Ujęcie zagadnienia nośności pali fundamentowych w różnych normach europejskich*, Konferencja, Gdańsk 1974.
2. G. DE JOSSELYN DE JONG, C. VAN VEEN, *Wybrane zagadnienia z mechaniki gruntów i fundamentowania*, Wyd. PAN, Warszawa 1965.
3. A. MITUTA, J. RANISZEWSKI, *Analiza parametrów urządzenia wibracyjno-uderzeniowego zastosowanego do wykonania otworów w gruncie*, Biul. WAT, 31, 12, 1982.

4. J. RAŃISZEWSKI, *Analiza parametrów urządzeń wibracyjno-uderzeniowych stosowanych do wykonywania fundamentów na palach i propozycja nowej zasady ich działania*, Dodatek do Biul. WAT, 4, 1979.
5. J. RANISZEWSKI, *Badania prototypu wibromłota doświadczalnego*, WAT, Warszawa 1972.
6. J. SZMELTER, *Metody komputerowe w mechanice*, Warszawa 1980.
7. A. TEJCHMAN, *Praca pali wielkośrednicowych w podłożu gruntowym*, Konferencja, Gdańsk 1974.
8. E. WŁODARCZYK, *Wybrane zagadnienia dynamiki gruntów, Problemy fizyko-chemii i dynamiki gruntów*, Warszawa 1973.
9. И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ, А. П. БЕССОНОВ, Н. П. РАЕВСКИЙ, *Динамические этюры давления грунта на сваю, погружаемую вибрационным методом*, Известия АН СССР, Отд. Тех. Наук, 7, 1954.
10. Д. Д. БАРКАН, *Виброметод в строительстве*, Москва 1959.
11. Н. Д. КРАСВИКОВ, *Динамические свойства грунтов и методы их определения*, Ленинград 1970.

#### РЕЗЮМЕ

#### АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ СВАИ УГЛУБЛЯЕМОЙ В ГРУНТЕ ВИБРАЦИОННО-УДАРНЫМ УСТОЙСТВОМ СО СЛОЖНЫМ ВЫНУЖДЕНИЕМ

Представлен анализ параметров движения сваи углубляемой в грунте вибрационно-ударным устойчивом, вынуждающим колебательное движение в направлении углубления, а также вращательно-переменное движение в плоскости перпендикулярном к направлению углубления. Принято, что грунт воздействует на острие сваи как упруго-вязкопластическая среда, а также на боковую поверхность сваи действует сила сухого и вязкого трений. Сопоставление решений, полученных из компьютера, с результатами экспериментальных исследований показало довольно хорошую сходимость.

#### SUMMARY

#### MOTION ANALYSIS OF A PILE UNDER A VIBRATION-IMPACT DRIVE OF COMPLEX CHARACTERISTICS

Motion of a pile driven into the soil is analyzed under the assumption that it performs vibrations in the axial direction and rotates in the plane perpendicular to the direction. The soil is assumed to act on pile's point as an elasticviscoplastic medium and exerts dry and viscous frictional forces on its lateral surfaces. Theoretical EMC-results comply fairly well with the experimental data.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 2 grudnia 1985 r.*