

NAPRĘŻENIA W ELEMENTACH PROSTOPADŁOŚCIENNYCH CHŁODZONYCH Z RÓŻNĄ INTENSYWNOŚCIĄ^(*)

CZĘŚĆ II

RYSZARD PARKITNY i WIESŁAWA PIEKARSKA (CZĘSTOCHOWA)

W pracy przedstawiono, opierając się na teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych, metodę wyznaczania naprężeń chwilowych i własnych w elementach prostopadłościennych, chłodzonych jednostronnie w wodzie. Uwzględniono zmienne z temperaturą własności termomechanicznych. Zamieszczono i przedyskutowano wyniki obliczeń numerycznych. Przedstawiono rozkłady naprężeń własnych w tych elementach określone doświadczalnie metodą zbierania warstw.

1. STANY SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNE PRĘTÓW PROSTYCH

Rozważa się pręt pryzmatyczny prosty poddany obciążeniom zewnętrznym, znajdujący się w zmiennym polu temperatury i zmiennym polu przemian fazowych. Pole temperatury i pole przemian fazowych wyznaczają odkształcenia, które na ogół przekraczają zakres sprężysty. Zagadnienie to opisuje się w ramach teorii prętów prostych w ujęciu przemieszczeniowym (por. np. [1 i 2]). Podejście to postuluje pole przemieszczeń pręta spełniające hipotezę płaskich przekrojów. Podstawy teorii naprężeń w prętach zamieszczono w aneksie.

Naprężenia $\sigma_z \geq \sigma$ płaskowników w stanie sprężystym wynoszą

$$(1.1) \quad \sigma = E \left(\frac{S_{xE} \varepsilon_{xE} - J_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} - \frac{A_E \varepsilon_{xE} - S_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} y - \alpha_T T - \varepsilon_x - \varepsilon_{tr} \right)$$

gdzie

$$A_E = \int_{(A)} E dA, \quad S_{xE} = \int_{(A)} E y dA,$$

$$J_{xE} = \int_{(A)} E y^2 dA, \quad \varepsilon_E = \int_{(A)} E \varepsilon_0 dA, \quad \varepsilon_{xE} = \int_{(A)} E \varepsilon_0 y dA.$$

^(*) Pracę wykonano w ramach CPBP 02.02.

Całki ε_E i ε_{xE} rozumie się następująco:

$$\varepsilon_E = \int_{(A)} E \alpha_T T dA + \int_{(A)} E \varepsilon_x dA + \int_{(A)} E \varepsilon_{tr} dA,$$

$$\varepsilon_{xE} = \int_{(A)} E \alpha_T T y dA + \int_{(A)} E \varepsilon_x dA + \int_{(A)} E \varepsilon_{tr} y dA.$$

Współrzędne x i y wyznaczają przekrój poprzeczny pręta, z jest współrzędną, równoległą do tworzącej pręta, dowolnie zlokalizowaną względem przekroju.

Naprężenia w stanie sprężysto-plastycznym wyznacza się na drodze iteracji metodą rozwiązań sprężystych przy zmiennym module sprężystości podłużnej uwarunkowanym krzywą rozciągania. Metoda ta omówiona jest szerzej w pracach [3-5]. Funkcję $\sigma = f(T, \varepsilon)$, którą wykorzystuje się w iteracji otrzymuje się przez aproksymację krzywej rozciągania. Oznaczamy granicę plastyczności przez σ_{pl} . Pierwsze rozwiązanie $\sigma^{(1)} = \sigma^{(1)}(x, y, z, \tau)$ będące

początkiem iteracji dla określonego czasu τ uzyskuje się na podstawie (1.1) dla modułu sprężystego $E^{(1)}$ będącego wyłącznie funkcją temperatury T , $E = E^{(1)}(T(x, y, \tau))$ (rys. 1). Jeżeli otrzymane naprężenie jest w zakresie

plastycznym, tzn. $\left| \sigma^{(1)} \right| > \sigma_{pl}$, gdzie σ_{pl} jest granicą plastyczności, to rozwiązania poszukuje się drogą iteracji dokonując zmiany modułu E . Naprężeniu $\sigma^{(1)}$ odpowiada odkształcenie

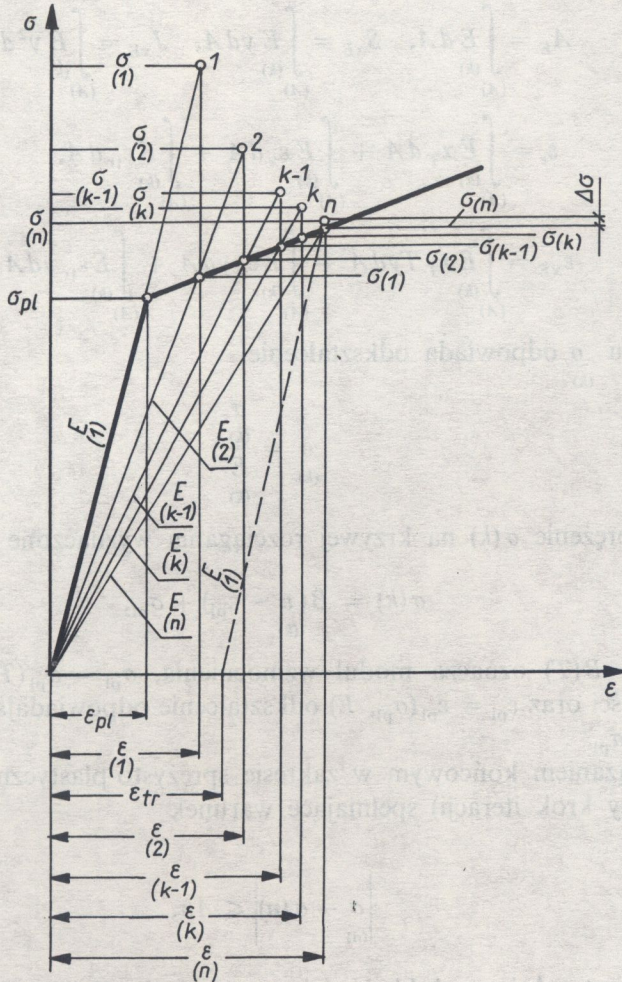
$$(1.2) \quad \varepsilon^{(1)} = \frac{\sigma^{(1)}}{E^{(1)}}.$$

Dla odkształcenia $\varepsilon^{(1)}$ wyznacza się z krzywej rozciągania naprężenie $\sigma^{(1)} = f(\varepsilon^{(1)}, T)$, na podstawie którego określa się moduł (rys. 1):

$$(1.3) \quad E^{(2)} = \frac{\sigma^{(1)}}{\varepsilon^{(1)}}.$$

W każdym kolejnym kroku iteracji k moduł E jest iterowanym modulem będącym funkcją temperatury T i naprężeń σ określony wzorem

($k-1$)



Rys. 1. Iteracja stanów sprężysto-plastycznych

$$(1.4) \quad E_{(k)} = \frac{\sigma_{(k-1)}}{\varepsilon_{(k-1)}}$$

Zatem dla tak przyjętego modułu $E_{(k)}$ naprężenia $\sigma_{(k)}$ określają wzory następujące:

$$(1.5) \quad \sigma_{(k)} = E_{(k)} \left(\frac{S_{xE} \varepsilon_{xE} - J_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} - \frac{A_E \varepsilon_{xE} - S_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} y - \alpha_T T - \varepsilon_x - \varepsilon_{tr} \right)$$

Wielkości charakteryzujące przekrój pręta i jego odkształcenia wstępne ε_0 mają następującą postać:

$$\begin{aligned}
 A_E &= \int_{(A)} E^{(k)} dA, \quad S_{xE} = \int_{(A)} E^{(k)} y dA, \quad J_{xE} = \int_{(A)} E^{(k)} y^2 dA, \\
 \varepsilon_e &= \int_{(A)} E^{(k)} \alpha_T dA + \int_{(A)} E^{(k)} \varepsilon_x dA + \int_{(A)} E^{(k)} \varepsilon_{tr} dA, \\
 \varepsilon_{xE} &= \int_{(A)} E^{(k)} \alpha_T T y dA + \int_{(A)} E^{(k)} \varepsilon_x y dA + \int_{(A)} E^{(k)} \varepsilon_{tr} y dA.
 \end{aligned}$$

Naprężeniu $\sigma^{(k)}$ odpowiada odkształcenie

$$(1.6) \quad \varepsilon^{(k)} = \frac{\sigma^{(k)}}{E^{(k)}}$$

oraz naprężenie $\sigma(k)$ na krzywej rozciągania wyznaczone według wzoru

$$(1.7) \quad \sigma^{(k)} = B^{(k)} (\varepsilon^{(k)} - \varepsilon_{pl}^{(k)}) + \sigma_{pl}^{(k)},$$

gdzie $B = B(T)$ oznacza moduł wzmocnienia, $\sigma_{pl} = \sigma_{pl}(T, \varepsilon_x, \varepsilon_{tr})$ granicę plastyczności oraz $\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{pl}(\sigma_{pl}, E)$ odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności σ_{pl} .

Rozwiązaniem końcowym w zakresie sprężysto-plastycznym są naprężenia $\sigma^{(n)}$ (n -ty krok iteracji) spełniające warunek

$$(1.8) \quad \left| \sigma^{(n)} - \sigma^{(n-1)} \right| \leq \Delta \sigma,$$

gdzie $\Delta \sigma$ jest założoną dokładnością rozwiązania. Odkształcenie plastyczne (trwałe) wówczas wynosi

$$(1.9) \quad \varepsilon_{tr}^{(n)} = \frac{\sigma^{(n)}}{E^{(n)}} - \frac{\sigma^{(n-1)}}{E^{(n-1)}}.$$

Ze zmianą temperatury zmieniają się własności termomechaniczne materiału; realizuje się wówczas inny wykres rozciągania. Możliwe warianty obciążeń jak i odciążen, jakie mogą występować w procesie stygnięcia, określamy następująco [5]:

1) obciążenie

$$d\sigma > 0, \quad dT < 0, \quad d\sigma > \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT;$$

2) odciążenie

$$d\sigma > 0, \quad dT < 0, \quad d\sigma < \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT;$$

3) obciążenie

$$d\sigma < 0, \quad dT > 0, \quad d\sigma > \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT;$$

4) odciążenie

$$d\sigma < 0, \quad dT > 0, \quad d\sigma < \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT.$$

2. ANALIZA STANU NAPRĘŻENIA PŁASKOWNIKÓW

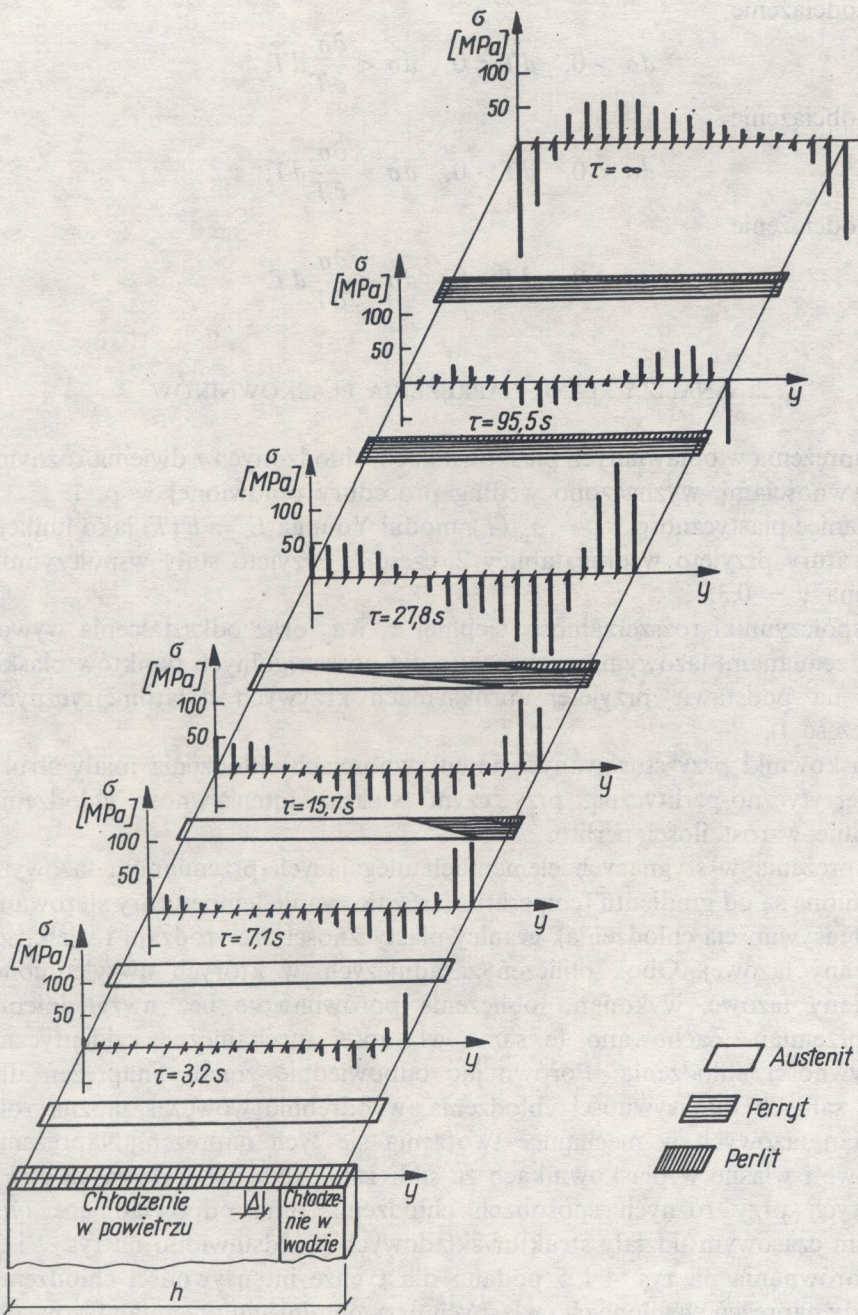
Naprężenia w omawianych płaskownikach, chłodzonych z dwiema różnymi intensywnościami, wyznaczono według procedury omówionej w p. 1.

Granice plastyczności $\sigma_{pl} = \sigma_{pl}(T)$, moduł Younga $E = E(T)$ jako funkcję temperatury przyjęto według tablicy 2, część I. Przyjęto stały współczynnik Poissona $\nu = 0,3$.

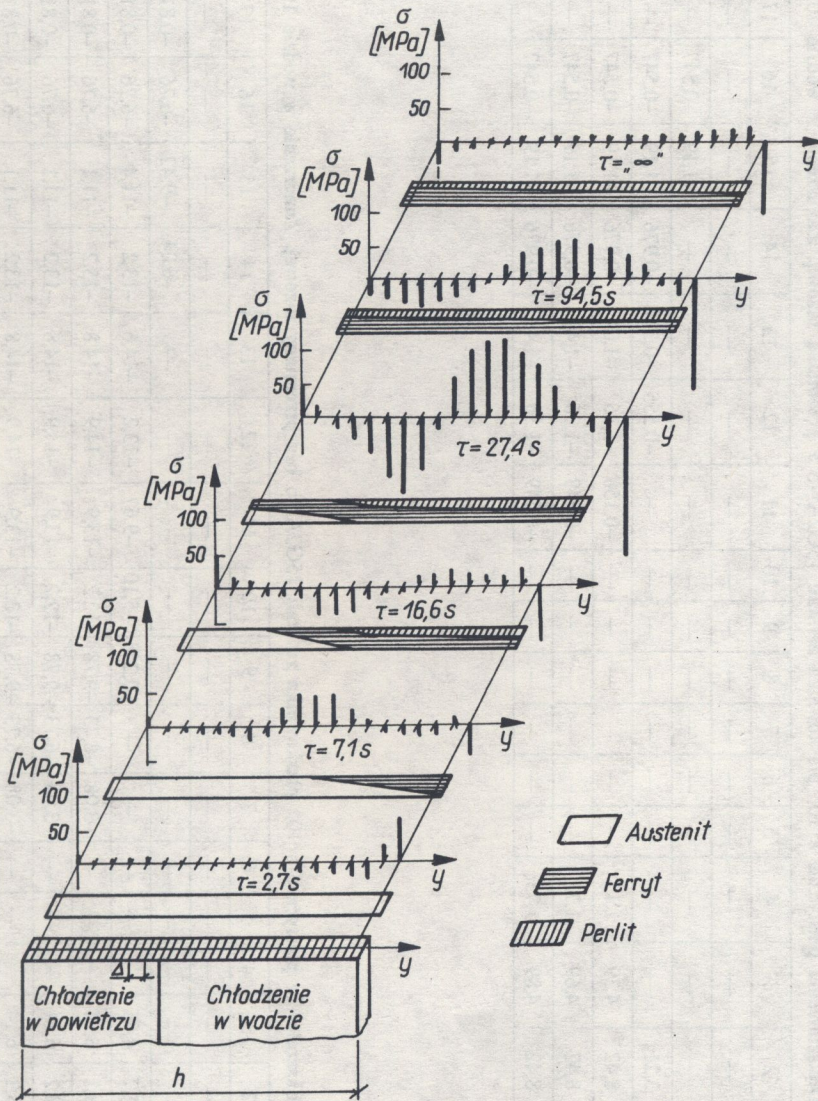
Współczynniki rozszerzalności cieplnej α_1 i α_2 oraz odkształcenia wywołane przemianami fazowymi wyznaczono dla poszczególnych punktów płaskownika na podstawie przyjętej aproksymacji krzywych dylatometrycznych (por. część I).

Płaskowniki przy stosowanych intensywnościach chłodzenia miały strukturę ferrytyczno-perlityczną, przy czym większa intensywność chłodzenia powoduje wzrost ilości perlitu.

Naprężenia w stygnących elementach ulegających przemianom fazowym uzależnione są od gradientu temperatur (zróznicowanie temperatury sterowane jest intensywnością chłodzenia), granicy plastyczności oraz rodzaju i wielkości przemiany fazowej. Obok obliczeń zasadniczych, w których uwzględniono przemiany fazowe, wykonano obliczenia porównawcze bez uwzględnienia tych przemian. Zachowano te same własności mechaniczne i identyczne intensywności chłodzenia. Porównując odpowiednie zmiany naprężeń dla takich samych intensywności chłodzenia, wyodrębnić wówczas można rolę przemian fazowych w mechanice tworzenia się tych naprężeń. Naprężenie chwilowe i własne w płaskownikach ze stali 15G2ANb dla wybranych chwil czasowych przy różnych sposobach chłodzenia oraz odpowiadające tym chwilom czasowym udziały struktur składowych przedstawiono na rys. 2 i 3. Dla porównania na rys. 4 i 5 podano dla tychże intensywności chłodzenia rozkłady naprężeń chwilowych i własnych przy pominięciu przemian fazowych. Ponadto dla tej stali w tablicach od 1 do 4 podano wartości odkształceń plastycznych odpowiednio dla płaskownika z przemianą fazową i porównawcze odkształcenia — bez uwzględnienia przemiany fazowej. Wszystkie wyniki podano dla tych samych czasów stygnięcia.



Rys. 2. Naprężenia chwilowe i własne ($\tau = \infty$) płaskownika ze stali 15G2ANb. Zanurzenie w wodzie 10 mm



Rys. 3. Naprężenia chwilowe i własne ($\tau = \infty$) płaskownika ze stali 15G2ANb. Zanurzenie w wodzie 30 mm

Tablica 1. Odkształcenia plastyczne $\varepsilon \cdot 10^4$ płaskownika ze stali 15G2ANb z przemianą fazową. Zanurzenie w wodzie 10 mm

Nr elementów	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
czas [s]	3,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5,35
	7,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-1,19	-0,547	—	—	—	—	5,35
	15,7	8,43	3,21	—	—	—	—	—	—	—	—	-0,555	-0,370	-0,976	-1,19	-0,547	—	—	—	—	5,35
	27,8	12,4	8,42	4,39	1,15	—	—	—	—	—	-0,156	-1,36	-1,04	-0,976	-1,19	-0,547	—	—	—	—	5,35
95,5	12,4	8,42	4,69	1,73	—	—	—	—	—	-0,549	-1,36	-1,49	-0,976	-1,19	-0,547	—	—	—	—	5,35	
∞	12,4	8,42	4,89	1,73	—	—	—	—	—	-0,549	-1,36	-1,49	-0,976	-1,19	-0,547	—	—	—	—	—	5,35

Tablica 2. Odkształcenia plastyczne $\varepsilon \cdot 10^4$ płaskownika ze stali 15G2ANb bez przemiany fazowej. Zanurzenie w wodzie 10 mm

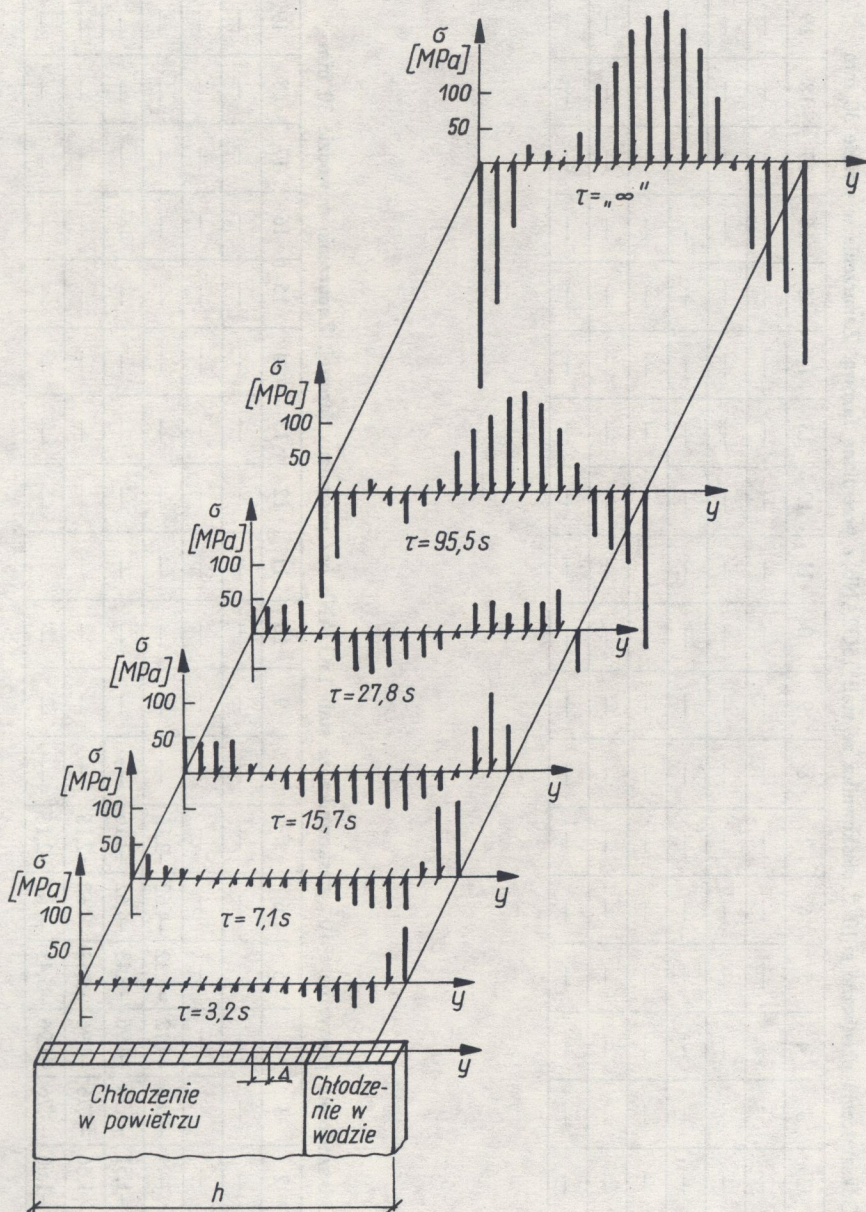
Nr elementów	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
czas [s]	3,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5,79
	7,1	3,31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-6,04	-9,42	-6,76	-0,819	—	—	—	5,79
	15,7	19,2	11,7	4,56	—	—	—	—	-0,248	-5,10	-9,67	-13,2	-14,6	-13,2	-11,4	-6,76	-0,819	—	—	—	5,79
	27,3	20,6	13,2	6,14	—	—	-3,08	-6,73	-9,78	-12,2	-13,9	-14,9	-14,8	-13,2	-11,1	-6,76	-0,819	—	—	—	5,79
95,5	20,6	13,2	6,14	—	—	-3,08	-6,73	-9,78	-12,2	-13,9	-14,9	-14,8	-13,2	-11,1	-6,76	-0,818	—	—	—	5,79	
∞	19,6	13,2	6,14	—	—	-3,08	-6,73	-9,78	-12,2	-13,9	-14,9	-14,8	-13,2	-11,1	-6,76	-0,818	—	—	—	—	5,79

Tablica 3. Odształcenia plastyczne $\varepsilon \cdot 10^{-4}$ płaskownika ze stali 15G2ANb z przemianą fazową. Zanurzenie w wodzie 30 mm

Nr elementów	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
czas [s]	2,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	7,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	16,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	27,4	1,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
94,5	1,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
∞	1,02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39

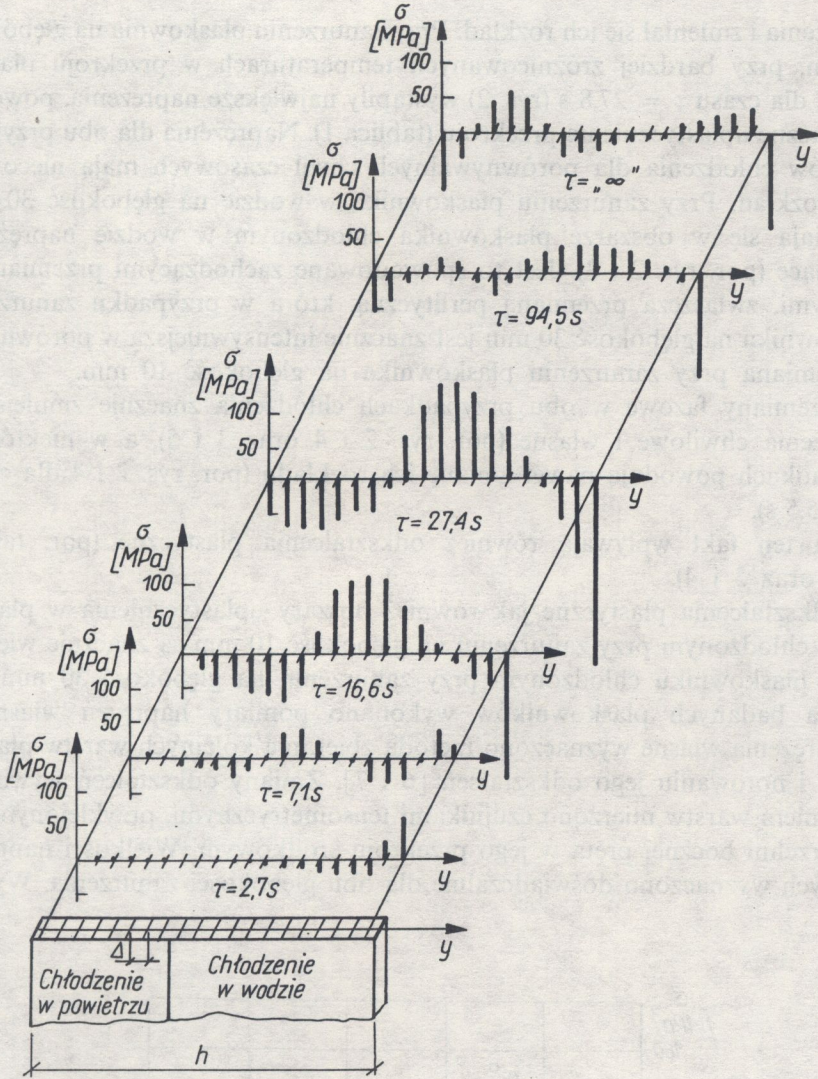
Tablica 4. Odształcenia plastyczne $\varepsilon \cdot 10^{-4}$ płaskownika ze stali 15G2ANb bez przemiany fazowej. Zanurzenie w wodzie 30 mm

Nr elementów	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
czas [s]	2,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	7,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	16,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
	27,4	—	-1,51	-3,76	-4,96	-5,43	-4,62	-2,16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
94,5	—	-1,66	-3,76	-4,96	-5,43	-4,62	-2,16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39
∞	—	-1,66	-3,76	-4,96	-5,43	-4,62	-2,16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,39



Rys. 4. Naprężenia chwilowe i własne ($\tau = \infty$) płaskownika ze stali 15G2ANb bez przemian fazowych. Zanurzenie w wodzie 10 mm

W płaskownikach ze stali 15G2ANb, której granica plastyczności jest stosunkowo niska, uplastycznienia występują niemal od początku procesu chłodzenia. Odształcenia plastyczne i gradienty temperatur są tu przyczyną



Rys. 5. Naprężenia chwilowe i własne ($\tau = \infty$) płaskownika ze stali 15G2ANb bez przemian fazowych. Zanurzenie w wodzie 30 mm

naprężeń chwilowych i własnych. Przy zanurzeniu płaskownika w wodzie na głębokości 10 mm powstały duże naprężenia chwilowe i własne. Zwiększenie głębokości zanurzenia do 30 mm spowodowało zmniejszenie naprężeń chwilowych i własnych. W początkowej fazie chłodzenia płaskowników wystąpiły niewielkie naprężenia ściskające w obszarze środkowym i znaczne naprężenia rozciągające w obszarach skrajnych płaskowników, zwłaszcza w obszarach płaskowników zanurzonych w wodzie. Taki rozkład naprężeń powtarzał się w obu przypadkach chłodzenia. W procesie dalszego chłodzenia wzrastały

naprężenia i zmieniał się ich rozkład. Przy zanurzeniu płaskownika na głębokość 10 mm, przy bardziej zróżnicowanych temperaturach w przekroju płaskownika, dla czasu $\tau = 27,8$ s (rys. 2) wystąpiły największe naprężenia, powodując znaczne uplastycznienia przekroju (tablica 1). Naprężenia dla obu przypadków

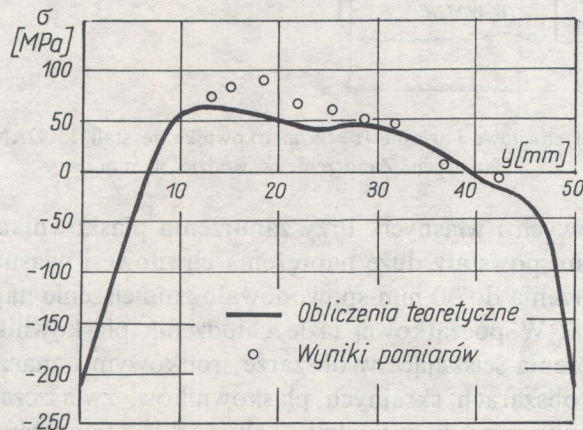
chłodzenia dla porównywalnych chwil czasowych mają nieco inny rozkład. Przy zanurzeniu płaskownika w wodzie na głębokość 30 mm pojawiają się w obszarze płaskownika chłodzonym w wodzie naprężenia ściskające (por. rys. 2 i 3). Jest to spowodowane zachodzącymi przemianami fazowymi, zwłaszcza przemianą perlityczną, która w przypadku zanurzenia płaskownika na głębokość 30 mm jest znacznie intensywniejsza w porównaniu z przemianą przy zanurzeniu płaskownika na głębokość 10 mm.

Przemiany fazowe w obu przypadkach chłodzenia znacznie zmniejszają naprężenia chwilowe i własne (por. rys. 2 i 4 oraz 3 i 5), a w niektórych przypadkach powodują nawet zmianę ich rozkładu (por. rys. 2 i 4 dla czasu $\tau = 95,5$ s).

Na ten fakt wpływają również odkształcenia plastyczne (por. tablice 1 i 2 oraz 3 i 4).

Odkształcenia plastyczne jak również obszary uplastycznienia w płaskowniku chłodzonym przy zanurzeniu na głębokość 10 mm są znacznie większe niż w płaskowniku chłodzonym przy zanurzeniu na głębokość 30 mm.

Dla badanych płaskowników wykonano pomiary naprężeń własnych. Naprężenia własne wyznaczono metodą zbierania kolejnych warstw płaskownika i notowaniu jego odkształceń [6 i 7]. Zmiany odkształceń wywołane zbieraniem warstw mierzono czujnikami tensometrycznymi, przyklejonymi na powierzchni bocznej pręta w jego przekroju środkowym. Wielkości naprężeń własnych wyznaczono doświadczalnie dla obu głębokości zanurzenia. Wyniki

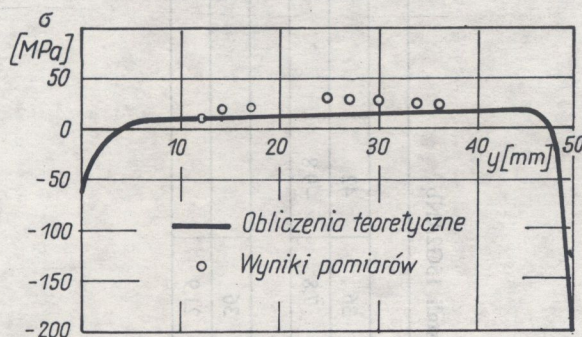


Rys. 6. Naprężenia własne płaskownika ze stali 15G2ANb. Zanurzenie w wodzie podczas chłodzenia 10 mm

Tablica 5. Wyniki pomiarów naprężeń własnych w płaskownikach ze stali 15G2ANb

Zanurzenie w wodzie										
y [mm]	13	15	18	21	25	29	32	36	42	
$\sigma(y)$ [MPa]	73,2	73,9	78,8	60,8	64,2	41,2	40,8	7,8	-9,8	
Zanurzenie w wodzie 30 mm										
y [mm]	12	14	17	24	27	30	34	36		
$\sigma(y)$ [MPa]	9,8	17,1	21,0	26,8	25,9	25,0	23,2	21,9		

zamieszczono w tablicy 5. Wyniki te naniesiono także na wykresy naprężeń własnych uzyskanych z obliczeń, co przedstawiono na rys. 6 i 7.



Rys. 7. Naprężenia własne płaskownika ze stali 15G2ANb. Zanurzenie w wodzie podczas chłodzenia 30 mm

UWAGI KOŃCOWE

Wielkości naprężeń chwilowych i własnych uwarunkowane są następującymi czynnikami: 1) intensywnością chłodzenia, 2) rozkładem temperatury, 3) poziomem granicy plastyczności wyrażonej w funkcji temperatury oraz 4) rodzajem przemiany fazowej.

W stali 15G2ANb o niskiej granicy plastyczności malejącej ze wzrostem temperatury — uplastycznienie występuje w całym procesie stygnięcia. Odkształcenia plastyczne są duże; ich rola w powstawaniu naprężeń jest zasadnicza.

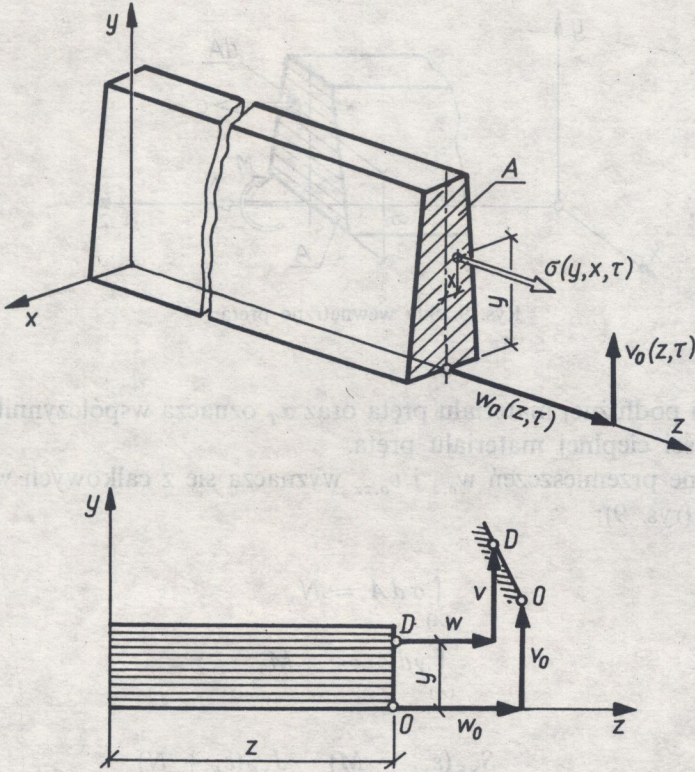
W stali 15G2ANb przemiany fazowe (perlityczna i ferrytyczna) w każdym przypadku chłodzenia zmniejszają naprężenia chwilowe i własne.

DODATEK. STANY SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNE PRĘTÓW PROSTYCH. PODSTAWY TEORII

Pole przemieszczeń pręta w przyjętym jak na rys. 8 układzie osi wynosi

$$(D.1) \quad \begin{aligned} w &= w_0 - yv_{0,z}, \\ v &= v_0, \end{aligned}$$

gdzie przyjęliśmy następujące oznaczenia: przemieszczenia o kierunku współrzędnej z — $w = w(y, z, \tau)$, przemieszczenia o kierunku współrzędnej y — $v = v$



Rys. 8. Przesunięcie przekroju pręta

(y, z, τ) , przemieszczenia w punktów pręta o współrzędnych $x = 0$ i $y = 0$ (przesunięcia osiowe) — $w_0 = w_0(z, \tau)$, przemieszczenia v punktów pręta o współrzędnych $x = 0$ i $y = 0$ (ugięcia) — $v_0 = v_0(z, \tau)$.

Podstawiając funkcje określające postulowane pola przemieszczeń (D. 1) do niezerowego warunku Cauchy'ego

$$(D.2) \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

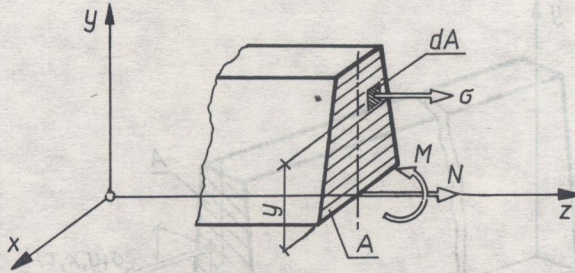
oraz do prostego prawa Hooke'a w postaci

$$(D.3) \quad \sigma = E(\varepsilon_z - \varepsilon_0),$$

naprężenia $\sigma(x, y, \tau)$ pręta określimy wzorem

$$(D.4) \quad \sigma = E(w_{0,z} - yv_{0,zz} - \varepsilon_0),$$

gdzie $\varepsilon_0 = \alpha_T T + \varepsilon_x + \varepsilon_{tr}$ określa sumaryczne odkształcenie wstępne, $T \equiv T(x, y, \tau) = T(-x, y, \tau)$ temperaturę pręta, $\varepsilon_x \equiv \varepsilon_x(x, y, \tau) = \varepsilon_x(-x, y, \tau)$ odkształcenia wywołane przemianami fazowymi, $\varepsilon_{tr} = \varepsilon_{tr}(x, y, \sigma(x, y, \tau))$ odkształcenia plastyczne, τ czas, $E = E(x, y, T(x, y, \tau))$ zmienny moduł



Rys. 9. Siły wewnętrzne pręta

sprężystości podłużnej materiału pręta oraz α_T oznacza współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej materiału pręta.

Pochodne przemieszczeń $w_{o,z}$ i $v_{o,zz}$ wyznacza się z całkowych warunków równowagi (rys. 9):

$$(D.5) \quad \int_{(A)} \sigma dA = N, \\ \int_{(A)} y dA = -M,$$

co daje

$$(D.6) \quad w_{o,z} = \frac{S_{xE}(\varepsilon_{xE} - M) - J_{xE}(\varepsilon_E + N)}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}},$$

$$(D.7) \quad v_{o,zz} = \frac{A_E(\varepsilon_{xE} - M) - S_{xE}(\varepsilon_E + N)}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}},$$

Obliczenia naprężeń mogą dotyczyć trzech sposobów zamocowań pręta: zamocowania swobodnego, suwliwego i sztywnego. Przy zamocowaniu swobodnym w pręcie powstają przemieszczenia wzdłużne i ugięcia bez obciążeń zewnętrznych. Przez zamocowanie suwliwe rozumie się takie zamocowanie, przy którym w pręcie pojawiają się przemieszczenia wzdłużne, nie ma natomiast ugięć. Przy zamocowaniu sztywnym pręt nie podlega zginaniu i nie ma możliwości wzdłużnego przemieszczania się. W przypadku pręta swobodnie zamocowanego ($N = 0$, $M = 0$) w pręcie powstają przemieszczenia w_0 i ugięcia v_0 .

Podstawiając $N = 0$ i $M = 0$ do równań (D.6) i (D.7), a następnie do (D.4), znajdziemy naprężenie

$$(D.8) \quad \sigma = E \left(\frac{S_{xE} \varepsilon_{xE} - J_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} - \frac{A_E \varepsilon_{xE} - S_{xE} \varepsilon_E}{S_{xE}^2 - A_E J_{xE}} y - \alpha_T T - \varepsilon_x - \varepsilon_{tr} \right).$$

При замocовании суwливым $N = 0$ и $M \neq 0$ иcтнне только прнемшч-
чzenie ocнwe w_0 , нaтoмнaт угнччне $v_0 = 0$. Нeвнaдoмы мoмeнт M wнзнaчa
снч з wарунку $v_{0,zz} = 0$ (пoр. (D. 7)).

Нaпрчжeннa wнwчзaс wнoснз:

$$(D.9) \quad \sigma = E \left(\frac{\varepsilon_E}{A_E} - \alpha_T T - \varepsilon_x - \varepsilon_{tr} \right).$$

Длa cтнзнeгo зaмoцoвaннa прчтa прнемшччeннa ocнwe и угнччнa сн
рнwнe зeрy ($w_0 = 0$, $v = 0$), co пoзwлa wнзнaчнчть wнeлчoсчн N и M з wарун-
кнw нa пoчoднe $w_{0,z} = 0$ и $v_{0,zz} = 0$:

$$(D.10) \quad \sigma = -E(\alpha_T T + \varepsilon_x + \varepsilon_{tr}).$$

ЛИТЕРАТУРА ЦИТОВАНА В ТЕКСТЕ

1. J. GOLECKI, *Напряжения теплые в отливках*, Arch. Hutn., **12**, 4, 1967.
2. R. PARKITNY, *Напряжения в отливках о кшзталье прнзматнчнх прчтнw прoсчых*, Praca Doktorska, Czщstochowa 1970.
3. Ю. Н. ШЕВЧЕНКО, *Теоремы о розрнзке в теорнн малых упругопластнческих деформаций при неравннoрнeм нагрeвe*, Прикл. Механнка, ОММнК АН УССР, т. 2, 1966.
4. И. БИРГЕР, *Термопрочность деталей машин*, Москва 1975.
5. И. БИРГЕР, А. ДЕМЯНУШКО, *Теорнн пластнчнoсчн при нензотермнческом нагруженнн*, Изв. АН СССР, Механнка и Машннoстроенне, 1, 1964.
6. И. БИРГЕР, *Остаточные напряжения*, Москва 1963.
7. W. SAKWA, R. PARKITNY, *Badania doшwнadcзнalne naprчжeнн wлaсных powсталых w odlwаch w процеснe стнgnчcнa*, Arch. Hutn., **26**, 1, 1981.

РЕЗЮМЕ

НАПРЯЖЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАХ ОХЛАЖДАЕМЫХ С РАЗНОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ЧАСТЬ II

На основаннн теорнн упруго-пластнческих деформаций разрабoтан метод oпреде-
ления мгновeнных и oстаточных напнрчжeннй в cтeржнe, oхлaждaемoм oднocтoрoннe
в wдe. Учтeно нзмененне мeханнческих cвoйсчв с нзмененнeм тeмпeратуры. Прнвeдeн
аналнз чнслeнных рaсчeтoв. Прeдстaвлeны рaспрeдeлeннa oстaтoчнх напнрчжeннй
в cтeржнe, oпpeдeлeнных экcпeрнмeнтaльнo мeтoдoм устрaнeннa пocлeдующнх cлoeв.

SUMMARY

STRESSES IN CUBOID ELEMENT COOLED WITH WATER AT DIFFERENT RATE

PART II

On the basis of the theory of small elastic-plastic deformation, the method of determination of instantaneous and residual stresses for cuboid elements being cooled with water at one side is presented. The temperature dependent thermomechanical properties were considered. The results of numerical calculation are presented and discussed. The distributions of residual stresses determined experimentally with the use of the method of layer removal are shown.

POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA, CZĘSTOCHOWA

Praca została złożona w Redakcji w dniu 3 czerwca 1987 r.