

WPLYW ZLOKALIZOWANEGO WEWNĘTRZNEGO TŁUMIENIA NA STATECZNOŚĆ KOLUMN OBCIĄŻONYCH SIŁĄ CYRKULACYJNĄ

SZYMON IMIEŁOWSKI (WARSZAWA)

Praca poświęcona jest zbadaniu wpływu zlokalizowanego wewnętrznego tłumienia na stateczność kolumn obciążonych siłą styczną do jej swobodnego końca. Umieszczony w kolumnie dyskretny nieważki węzeł, opisany modelem Kelvina–Voigta, powoduje lokalną utratę sztywności w kierunku działania siły poprzecznej. Stwierdzono destabilizujący wpływ tłumienia na stateczność kolumny. Przedstawiono przebieg zależności obciążenia krytycznego i odpowiadającej mu krytycznej częstości drgań jako funkcji położenia węzła. Wyjaśniono w jaki sposób parametry opisujące rozpatrywaną nieciągłość wpływają na zmianę kształtu krzywych charakterystycznych. Wyniki porównano z rezultatami innych prac analizujących wpływ zlokalizowanego wewnętrznego lub zewnętrznego tłumienia na stateczność kolumn obciążonych siłą cyrkulacyjną.

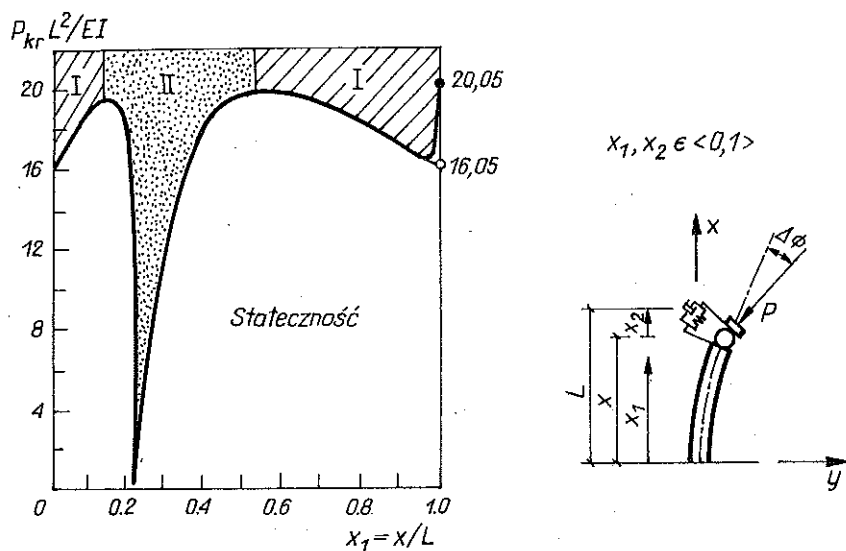
1. WSTĘP

Zjawisko destabilizacji układów obciążonych niekonserwatywnie, w których uwzględniono działanie sił zależnych od prędkości przemieszczenia, zaobserwowane po raz pierwszy przez Zieglera [1], było tematem zainteresowania wielu badaczy. Obszerny przegląd zagadnień stateczności kolumn z uwzględnieniem tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego można znaleźć w pracy [2].

Niniejsze opracowanie jest kontynuacją badań poświęconych analizie modelu kolumny, w której tłumienie zostało uwzględnione w postaci dyskretnych tłumików stanowiących integralną część rozpatrywanego układu. Takie podejście pozwala na otrzymanie ścisłego rozwiązania problemu.

W przypadku kolumny z podporą lepkosprężystą obciążonej siłą śledzącą, wartość siły krytycznej zmienia się wraz ze zmianą sztywności sprężystej podpory [5]. Natomiast, gdy podporę stanowi jedynie element lepki wrażliwy na prędkość translacji lub prędkość obrotu, obciążenie krytyczne zależy wyłącznie od położenia tłumika [3–4]. W obydwu przypadkach podparcia stwierdzono destabilizację układu oraz zaobserwowano znany wcześniej paradoks braku przejścia granicznego do układu sprężystego przy intensywności tłumienia dążącej do zera.

Badaniom stateczności kolumny Becka zawierającej przegub lepkosprężysty poświęcona jest praca [6]. Umieszczenie dyskretnego tłumika w przegubie sprężystym powoduje istotne osłabienie układu zwłaszcza dla małych sztywności przegubu. Obciążenie krytyczne również i w tym przypadku zależy jedynie od lokalizacji przegubu, co ilustruje Rys. 1.



Rys. 1. Zależność siły krytycznej od lokalizacji przegubu lepkosprężystego

W obszarach I i II układ traci stateczność, oscylując odpowiednio z pierwszą i drugą formą własną. Około czterokrotny wzrost siły krytycznej w kolumnie z przegubem sprężystym umieszczony centralnie [5] znika po uwzględnieniu w przegubie nieskończenie małego tłumika.

Celem obecnej pracy jest analiza wpływu zlokalizowanej nieciągłości przemieszczeń na wartość siły krytycznej stycznej do jej swobodnego końca oraz porównanie tych wyników z rezultatami otrzymanymi w [3–8]. Modelowana lepkosprężystość nieciągłości przemieszczeń jest spowodowana utratą sztywności w kierunku działania siły poprzecznej, Rys. 2.

W części drugiej opracowania podano sformułowanie problemu, następnie zamieszczono rezultaty analizy numerycznej dla kolumny z węzłem lepkosprężystym i lepkiem. Pracę kończy podsumowanie uzyskanych wyników.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

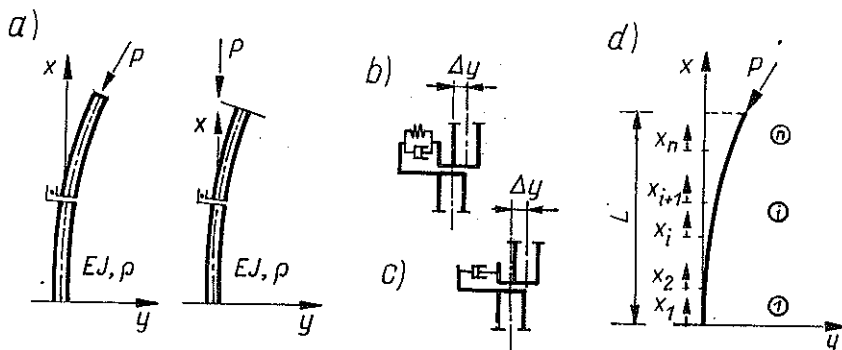
Do analizy zagadnienia wykorzystano technikę macierzy przeniesienia [9], stosowaną poprzednio w pracach [3–8] ze względu na możliwość uzyskania

rozwiązania w postaci analitycznej dla kolumn wielosegmentowych lub wieloprzęsłowych z dowolnymi warunkami podparcia.

W metodzie macierzy przeniesienia wielkości charakteryzujące dowolny przekrój i , tzn.: przemieszczenie y , kąt obrotu ϕ , moment gnący M i siłę poprzeczną Q grupuje się w wektor stanu G_i

$$(2.1) \quad G_i = [y, \phi, M, Q]^T = [y, y', EJy'', -EJy''']^T.$$

Rozpatrywany układ jest podzielony na segmenty (Rys. 2d), dla których



Rys. 2. a) kolumna Becka–Reuta ze zlokalizowaną nieciągłością przemieszczeń, b) model Kelvina–Voigta węzła przesuwnego, c) model lepki węzła przesuwnego, d) układ współrzędnych i sposób numeracji segmentów

bezpośrednio można uzyskać zależności pomiędzy składowymi wektorów G_{i+1} oraz G_i w postaci

$$(2.2) \quad G_{i+1} = T_i G_i,$$

gdzie T_i jest macierzą przeniesienia elementu i .

Wykorzystując (2.2), otrzymuje się układ równań charakteryzujących całą kolumnę

$$(2.3) \quad G_{n+1}^0 = T_n T_{n-1} \dots T_2 T_1 G_1^0 = T G_1^0,$$

w którym składowe wektorów G_1^0 , G_{n+1}^0 spełniają warunki brzegowe

$$(2.4) \quad \begin{aligned} G_1^0 &= [0 \ 0 \ M_1^0 \ Q_1^0]^T && \text{dla końca utwierdzonego,} \\ G_{n+1}^0 &= [y_{n+1}^0 \ \phi_{n+1}^0 \ 0 \ 0]^T && \text{dla końca swobodnego.} \end{aligned}$$

Uwzględnienie warunków (2.4) w układzie równań (2.3) prowadzi do równania charakterystycznego, które w przypadku kolumny z węzłem lepko-sprężystym ma postać zespoloną

$$(2.5) \quad \det \begin{vmatrix} t_{33} & t_{34} \\ t_{43} & t_{44} \end{vmatrix} = \Phi(P, \omega) = \Phi_{\text{Re}}(P, \omega) + i\Phi_{\text{Im}}(P, \omega) = 0.$$

Punktem wyjścia dla otrzymania macierzy przeniesienia T_i dla jednorod-

nego przeszła jest równanie różniczkowe ruchu odkształcalnej belki ciągłej poddanej działaniu siły śledzącej

$$(2.6) \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \varrho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$

Przyjmuje ona postać podaną w [9].

Rozpatrywana w pracy nieciągłość przemieszczeń (Rys. 2 b, c) wywołana utratą sztywności w kierunku działania siły poprzecznej jest opisana przez parametry κ_j lub γ_j

$$(2.7) \quad \Delta y(x_j) = Q(x_j)/\kappa_j = \gamma_j Q(x_j),$$

gdzie κ_j , γ_j są odpowiednio sztywnością i podatnością węzła j .

Lepkosprężysty model węzła opisano równaniem Kelvina-Voigta

$$(2.8) \quad \sigma = \varepsilon \kappa_{js} + \frac{d\varepsilon}{dt} \kappa_{jt},$$

gdzie ε jest wielkością odkształcenia, κ_{js} sztywnością elementu sprężystego oraz κ_{jt} współczynnikiem tłumienia. Ponieważ w rozwiązaniu zakłada się harmoniczną postać rozwiązania

$$(2.9) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 e^{i\omega t},$$

w którym ε_0 jest amplitudą a ω częstością drgań układu, równanie (2.8) można zapisać następująco

$$(2.10) \quad \sigma = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \kappa_j = \varepsilon \kappa_j,$$

gdzie sztywność węzła κ zapisano jako sumę

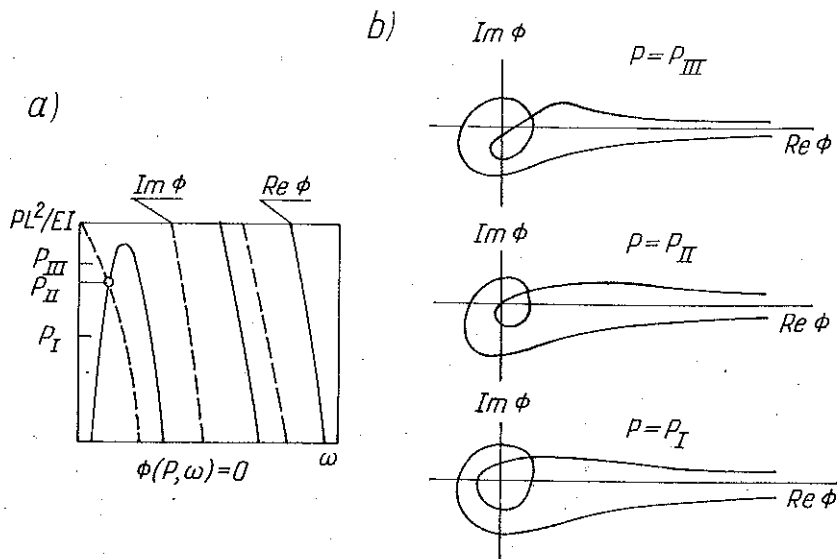
$$(2.11) \quad \kappa_j = \kappa_{js} + i\omega \kappa_{jt}.$$

W przypadku nieważkiego sprężystego węzła o charakterystyce liniowej [7-8], $\kappa = \kappa_s$, natomiast sztywność węzła zawierającego jedynie dyskretny tłumik wyraża związek

$$(2.12) \quad \kappa_j = i\omega \kappa_{jt}.$$

Przy wyznaczaniu wartości siły krytycznej zastosowano uogólnione kryterium Michajłowa.

Typowa konfiguracja krzywych na płaszczyźnie P , ω jest pokazana na Rys. 3 a. Linie ciągłe i kreskowane reprezentują odpowiednio część rzeczywistą i urojoną równania charakterystycznego. Punkty przecięcia wyznaczają wartości krytyczne $P_{kr} = P_{II}$, jak zilustrowano na Rys. 3 b przedstawiającym hodograf $\Phi(P, i\omega)$ przy zmianie ω od 0 do ∞ . Dla $P = P_{II}$ hodograf przechodzi przez punkt zerowy, co reprezentuje stan krytyczny. W przypadku $P = P_I$



Rys. 3. a) Kształt krzywych charakterystycznych dla układu z tłumieniem, b) krzywe Michajłowa przedstawiające stan stateczny ($P = P_I$), krytyczny ($P = P_{II}$) i niestateczny ($P = P_{III}$)

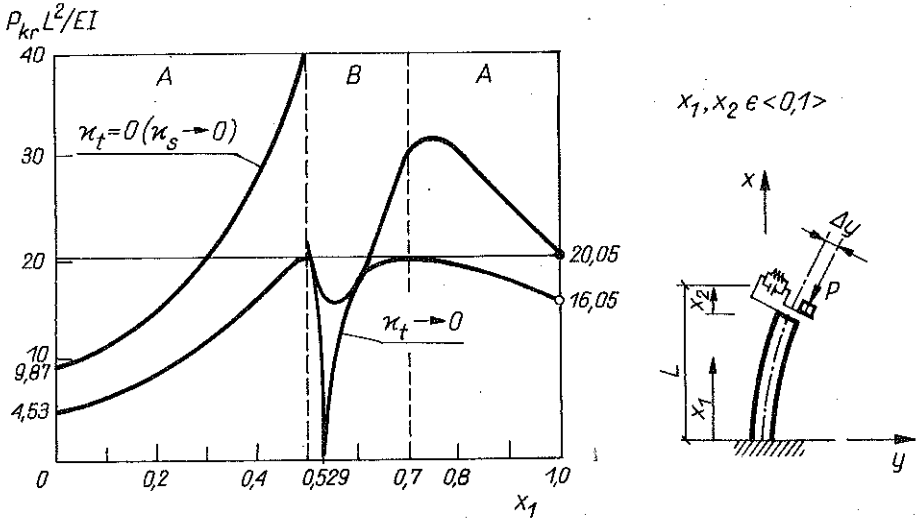
kolumna jest stateczna, obserwujemy naprzemienne zmiany części rzeczywistej i urojonej równania charakterystycznego. Dla $P = P_{III}$ ta regularność zostaje zaburzona, co charakteryzuje ustrój niestateczny.

3. ANALIZA UKŁADU Z WĘZŁEM LEPKOSPĘŻYSTYM

Szczegółowe badania numeryczne przeprowadzono dla kolumny złożonej z dwóch prętów odkształcalnych o sztywności EJ , gęstości ρ i przekroju poprzecznego A , połączonych nieważkim węzłem charakteryzującym się nieciągłością przemieszczeń, modelowanym lepkospężystością (Rys. 2 b) i opisanym zależnościami (2.7) i (2.8).

Dla sztywności węzła określonych parametrami κ_s, κ_t zmieniającymi się od 0 do ∞ stwierdzono, że zarówno obciążenie krytyczne jak i odpowiadająca mu krytyczna częstość drgań ω_{kr} zależą wyłącznie od lokalizacji rozpatrywanej nieciągłości przemieszczeń. Zmiany siły krytycznej w funkcji położenia węzła lepkospężystego pokazano na Rys. 4, na którym dla porównania naniesiono wykres zależności $P_{kr} = P_{kr}(x_1)$, $x_1 = x/l$, dla przypadku sprężystego ($\kappa_t = 0, \kappa_s \rightarrow 0$). Rysunek 5 ilustruje natomiast zmiany krytycznej częstości drgań w funkcji współrzędnej x_1 . Linia przerywaną oznaczono analogiczny wykres dla kolumny z przegubem lepkospężystym [6]. Na rysunkach linie poziome oznaczają rzędne obciążenia krytycznego i częstości drgań krytycznych kolumny jednorodnej.

Umieszczenie w kolumnie węzła o charakterystyce lepkosprężystej (Rys. 2 b) działa na układ destabilizująco. Maksymalne obciążenie krytyczne takiego układu (Rys. 4) nie przekracza wartości krytycznej dla jednorodnej kolumny sprężystej a jedynie jest jej równe ($P_{kr} = 20.05 EJ/l^2$), w przypadku umieszczenia węzła w połowie długości kolumny, na jej swobodnym końcu lub

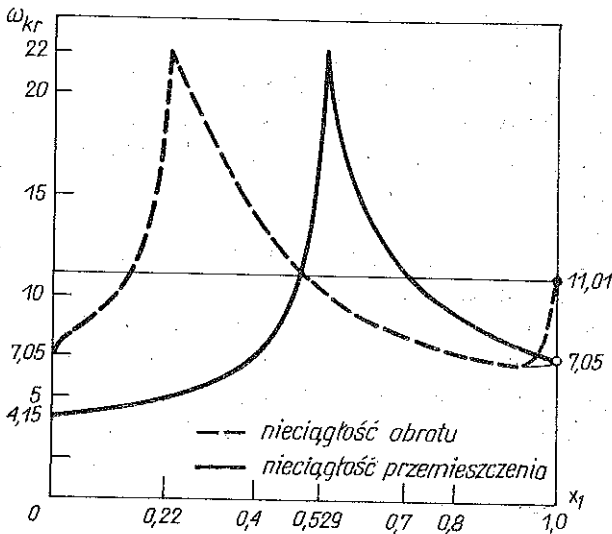


Rys. 4. Zależność siły krytycznej od położenia węzła lepkosprężystego wywołującego nieciągłość przemieszczeń

w przekroju o współrzędnej $x = 0.7 l$. Destabilizacja jest największa dla węzła umieszczonego w przekroju $x_1 = 0.5294$, kiedy siła krytyczna przyjmuje minimalną wartość $P_{kr} = 0.11 EJ/l^2$.

Częstość krytyczna odpowiadająca maksymalnemu osłabieniu kolumny wynosi $\omega_{kr} = 22.0 \sqrt{EJ/\mu l^4}$, $\mu = \rho A$. Interesującym wydaje się być fakt, że wartość ta jest równa wartości odpowiadającej minimalnej sile krytycznej kolumny z przegubem lepkosprężystym [6] (Rys. 5). W obu przypadkach nieciągłości minimalne obciążenie krytyczne występuje przy różnych lokalizacjach węzła.

Porównując wyniki uzyskane dla układu ze zlokalizowaną nieciągłością przemieszczeń modelowaną sprężystości [7] i lepkosprężystości można stwierdzić, że destabilizacja, wywołana dodaniem do węzła dyskretnego tłumika, jest największa w przypadku sztywności sprężystych bliskich zero. Wtedy około dwukrotny wzrost wartości siły krytycznej uzyskany w kolumnie z umieszczonym centralnie elementem sprężystym znika po uwzględnieniu nieskończenie małego tłumienia. Dodanie tłumienia likwiduje również efekt stabilizacji obserwowany przy umieszczeniu węzła sprężystego w przedziale $x_1 \in (0,31, 0,5) \cup (0,65, 1,0)$ (Rys. 4). Obciążenie krytyczne kolumny z węzłem



Rys. 5. Zależność ω_{kr} od lokalizacji węzła wywołującego nieciągłość sztywności

lepkosprężystym jest mniejsze od odpowiedniej wartości dla układu z węzłem sprężystym niezależnie od położenia węzła.

Przy kolejnych, bliższych swobodnego końca położeniach węzła lepkosprężystego $x_2 \rightarrow 0$, $x_2 \neq 0$, (Rys. 4), siła krytyczna maleje, dążąc do wartości $P_{kr} = 16.05 EJ/l^2$, a odpowiadająca jej krytyczna częstość drgań ω_{kr} do wartości $7.05 \sqrt{EJ/\mu l^4}$. Natomiast umieszczenie nieciągłości na swobodnym końcu kolumny nie wpływa na jej stateczność. Siła krytyczna przyjmuje wartość $P_{kr} = 20.05 EJ/l^2$, przy $\omega_{kr} = 11.05 \sqrt{EJ/\mu l^4}$, a na płaszczyźnie P, ω obserwujemy układ krzywych, typowy dla kolumny jednorodnej.

Skokowa zmiana P_{kr} i odpowiadający jej skok ω_{kr} jest skutkiem dodania do węzła elementu lepkiego.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że umieszczenie rozpatrywanej nieciągłości na swobodnym końcu kolumny nie wpływa na jej stateczność. Na płaszczyźnie P, ω obserwujemy układ krzywych, charakterystyczny dla kolumny jednorodnej.

W przypadku $x_2 \rightarrow 0$, $x_2 \neq 0$ (Rys. 4), gdy węzeł uaktywni się, nieciągłość przemieszczenia Δy przyjmuje wartość różną od zera. Dopiero teraz kolumna zachowuje się jak konstrukcja lepkosprężysta i na płaszczyźnie P, ω pojawiają się dodatkowo krzywe odpowiedzialne za urojoną część równania charakterystycznego. Skok siły krytycznej w pobliżu swobodnego końca kolumny wynika z faktu, że maximum na wykresie P, ω dla kolumny jednorodnej (punkt krytyczny kolumny Becka-Reuta) nie pokrywa się z punktem przecięcia krzywej rzeczywistej i krzywej urojonej wyznaczającym, zgodnie z kryterium Michajłowa, obciążenie krytyczne ciała modelowanego lepkosprężysto.

Analogiczne zjawisko skoku P_{kr} występuje w przypadku kolumny ze zlokalizowaną nieciągłością obrotu (Rys. 1⁽¹⁾).

Na płaszczyźnie P, ω krzywe reprezentujące urojoną i rzeczywistą część równania charakterystycznego, dla małych wartości parametrów κ_s i κ_t , ($\kappa_t \rightarrow 0, \kappa_s \rightarrow 0$), leżą bardzo blisko siebie, niemalże pokrywając się. Wraz ze wzrostem sztywności sprężystej lub intensywności tłumienia, krzywe te zmieniają swój kształt oraz wzajemnie przemieszczają się względem siebie.

Zmiana parametru κ_s przy stałym κ_t wywołuje zmiany układu krzywych rzeczywistych, podobne do zmian jakie występują w przypadku kolumny z węzłem sprężystym [7-8], przy prawie niezmienionym układzie krzywych odpowiadających za urojoną część równania charakterystycznego.

Wzrost współczynnika tłumienia κ_t w granicach $(0, \infty)$ przy stałym κ_s powoduje natomiast, że charakterystyki rzeczywiste oddalają się od urojonych i dla $\kappa_t \rightarrow \infty$ przyjmują układ odpowiadający sprężystej kolumnie jednorodnej. Należy zwrócić uwagę na fakt, że w tym przypadku (zmiana κ_t przy stałym κ_s) układ krzywych reprezentujących urojoną część równania charakterystycznego jest stały a zmianie ulega tylko kształt krzywych rzeczywistych.

Na Rys. 6 pokazano jak układają się krzywe charakterystyczne dla kolejnych wartości $\kappa_t = 0.0, 0.106, 0.11, \infty \sqrt{\mu EJ/l^2}$ przy stałym $\kappa_s = 0.1 EJ/l^3$. Można zauważyć, że punkty, w których przecinają się krzywe rzeczywiste i urojone kolejnych częstości drgań nie zmieniają swego położenia ze zmianą parametrów κ_s, κ_t . Najniższy z tych punktów wyznacza krytyczną wartość siły i częstości układu i w danym przekroju ($x_1 = \text{const}$) niezależnie od proporcji współczynników κ_s i κ_t pozostaje stały. Wartości obciążenia i częstości krytycznej zmieniają się jedynie ze zmianą położenia węzła.

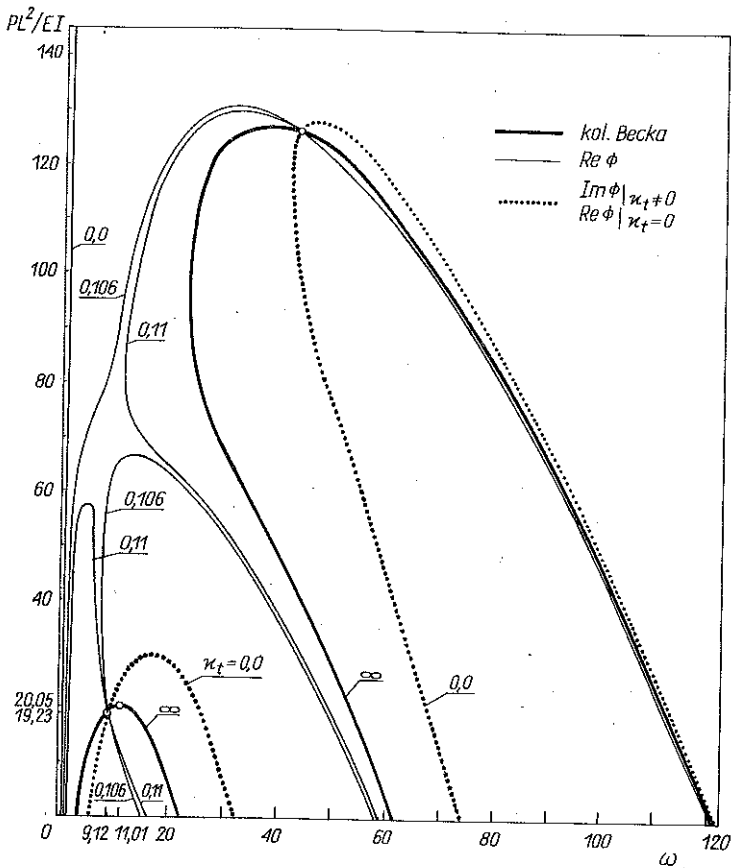
Rozpatrywany układ może utracić stateczność oscylując z pierwszą lub drugą formą własną.

Stwierdzono, że kolumna z węzłem umieszczonym w przedziale $x_1 \in (0.5, 0.7)$ traci stateczność oscylując z drugą formą własną (obszar B na Rys. 4), niezależnie od intensywności tłumienia. Umieszczenie węzła poza tym przedziałem powoduje, że postać drgań krytycznych zmienia się zależnie od wartości κ_t, κ_s . Dla $\kappa_t \rightarrow 0$ utrata stateczności nastąpi przy drugiej postaci drgań, a dla $\kappa_t \rightarrow \infty$ przy pierwszej postaci drgań układu.

Wzrost sztywności sprężystej wpływa natomiast na zmianę krytycznej postaci drgań (z drugiej dla $\kappa_s \rightarrow 0$ na pierwszą dla $\kappa_s \rightarrow \infty$) tylko w przypadku nieciągłości umieszczonej poniżej połowy wysokości kolumny.

Na Rys. 6 pokazano, że w przypadku umieszczenia węzła na wysokości $x = 0.8l$ siła krytyczna wystąpi przy drugiej postaci dla $\kappa_t = 0.106, 0.11 \sqrt{\mu EJ/l^2}$ natomiast dla $\kappa_t \rightarrow \infty$ przy pierwszej postaci drgań układu.

⁽¹⁾ Cienką linią na Rys. 1 i Rys. 5 zaznaczono poprawny (wg autora) przebieg wykresów dla kolumny z przegubem lepkosprężystym umieszczonym w pobliżu swobodnego końca.

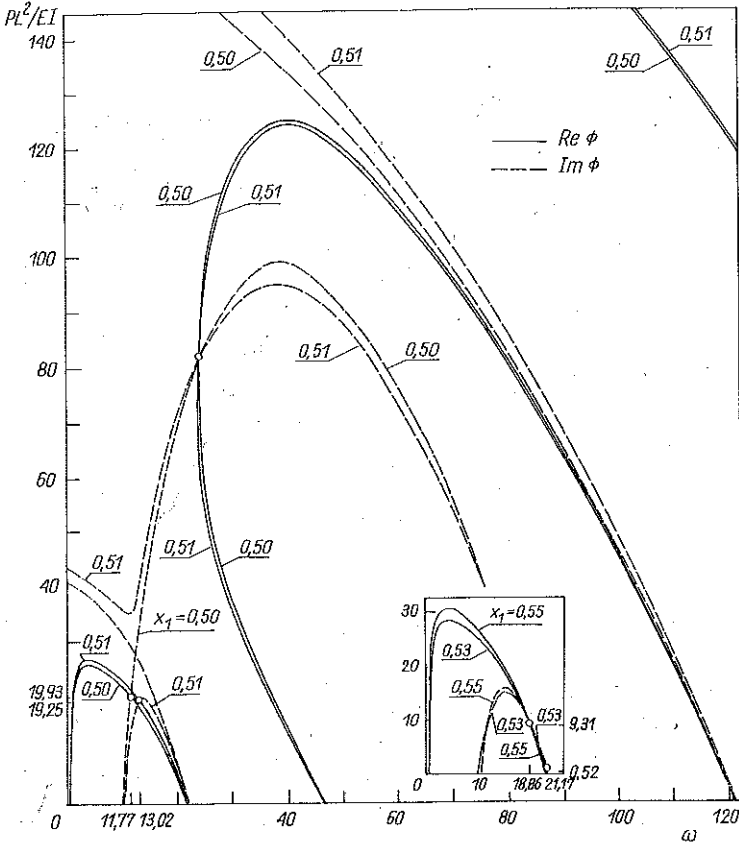


Rys. 6. Ukształtowanie linii charakterystycznych dla $x = 0.8 l$ ($\kappa_s = 0.1 EJ/l^3$, $\kappa_t = 0.0, 0.106, 0.11$, $\infty \sqrt{\mu EJ/l^2}$)

Jakościowe zmiany układu części urojonych krzywych charakterystycznych występują jedynie przy zmianie pozycji lepkosprężystego węzła z nieciągłością przemieszczeń — Rys. 7. Na rysunku tym zaznaczono krzywe charakterystyczne przy kolejnych położeniach węzła $x = 0.5, 0.51, 0.53, 0.55 l$ ($\kappa_t = 0.1 \sqrt{\mu EJ/l^2}$, $\kappa_s = 0.1 EJ/l^3$). Rysunek uwzględnia sytuację destabilizacji dla $x = 0.53 l$, kiedy siła krytyczna jest bliska wartości minimalnej i wynosi $P_{kr} = 0.52 EJ/l^2$.

4. ANALIZA UKŁADU Z WĘZŁEM LEPKIM

W tej części pracy rozpatrywana będzie kolumna Becka–Reuta (Rys. 2a) z węzłem lepkim modelowanym tłumikiem (Rys. 2 c), którego sztywność wyraża zależność (2.12).



Rys. 7. Zmiany krzywych charakterystycznych dla lepkosprężystego węzła zlokalizowanego w przekrojach $x = 0.5, 0.51, 0.53, 0.55$ ($\alpha_1 = 0.1 \sqrt{\mu EJ/l^2}$, $\alpha_2 = 0.1 EJ/l^3$)

Analiza stateczności takiego układu dała wyniki podobne do rezultatów uzyskanych dla kolumny z węzłem o charakterystyce lepkosprężystej. Wartość siły, jak również krytyczna częstość drgań i w tym przypadku zależy wyłącznie od położenia węzła. Dla każdego przekroju kolumny P_{kr} i ω_{kr} przyjmują wartości takie same jak dla układu z węzłem lepkosprężystym. Wykresy zależności $P_{kr} = P_{kr}(x_1)$ (Rys. 4) oraz $\omega_{kr} = \omega_{kr}(x_1)$ (Rys. 5) są ważne również dla kolumny z węzłem zawierającym jedynie dyskretny tłumik. W obszarze A i B kolumna traci stateczność oscylując odpowiednio z I i II formą własną, niezależnie od intensywności tłumienia.

Analiza krzywych na płaszczyźnie P, ω wykazała, że niezależnie od przyjętej intensywności tłumienia układ krzywych reprezentujących zarówno część urojoną równania charakterystycznego jak i jego część rzeczywistą pozostaje niezmienny dla danego przekroju, $x_1 = \text{const}$, $\alpha_i \in (0, \infty)$.

Stwierdzono również, że krzywe rzeczywiste mają kształt identyczny

z kształtem, który przyjmują krzywe charakterystyczne dla kolumny jednorodnej i układ ten pozostaje stały bez względu na położenie węzła, podczas gdy układ krzywych urojonych doznaje tylko nieznacznych zmian kształtu w porównaniu z układem otrzymanym dla kolumny zawierającej węzeł lepkosprężysty.

5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona w niniejszej pracy analiza wykazała, że umieszczenie w kolumnie nieważkiego lepkosprężystego węzła, wywołującego lokalną utratę sztywności w kierunku działania siły poprzecznej, powoduje istotne obniżenie siły krytycznej stycznej do swobodnego końca kolumny. Destabilizacja jest największa w przypadku umieszczenia rozpatrywanej nieciągłości przemieszczeń w przekroju o współrzędnej $x = 0,5294 l$, kiedy to obciążenie krytyczne osiąga minimalną wartość $P_{kr} = 0,11 EJ/l^2$.

Stwierdzono, że decydującym ze względu na stateczność jest fakt umieszczenia dyskretnego tłumika w węźle wywołującym nieciągłość przemieszczenia. Zmiany intensywności tłumienia czy dodanie sztywności sprężystej w modelu Kelvina-Voigta nie wpływa na zmianę siły krytycznej.

Rezultaty te są jakościowo zgodne z wynikami uzyskanymi dla układu z przegubem lepkosprężystym [6], Rys. 1. Należy zwrócić uwagę na fakt, że w przypadku lepkosprężystej podpory [5] wartość siły krytycznej, choć niezależna od intensywności tłumienia, zmienia się wraz ze zmianą sztywności sprężystej. Interesujące wydaje się zbadanie równoczesnego wpływu zlokalizowanego tłumienia wewnętrznego i zewnętrznego na stateczność kolumn obciążonych siłą śledzącą, jak również wpływu równomiernie rozłożonego tłumienia zewnętrznego na układ rozpatrywany w pracy. Wiadomo bowiem, że uwzględnienie nieskończonego małego równomiernie rozłożonego tłumienia zewnętrznego może zlikwidować efekt destabilizacji [10–13]. Zagadnienie to będzie przedmiotem dalszych badań.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. H. ZIEGLER, *On the concept of elastic stability*, Advances in Appl. Mech., 4, Acad. Press Inc., New York 1956.
2. Р. БОГАЧ, Р. ЯНИШЕВСКИЙ, *Анализ и синтез колонн, нагруженных следящими силами с точки зрения устойчивости*, Успехи Механики, 3, 1985.
3. R. BOGACZ, O. MAHRENHOLTZ, *On the optimal desing of viscoelastic structures subjected to circulatory loading*, Optimization methods in structural desing, Wissenschaftsverlag, 281–288, 1983.
4. R. BOGACZ, O. MAHRENHOLTZ, *Modal analysis in application to desing of inelastic structures*

- subjected to circulatory loading*, Proc. Euromech 174 Colloquim on Inelastic Structures under Variable Loads, Palermo, Italy 1983.
5. R. BOGACZ, O. MAHRENHOLTZ, *On stability of column under circulatory load*, Arch. Mech., **38**, 3, 281–287, 1986.
 6. A. NIESPODZIANA, *Obszary niestateczności hybrydowych modeli kolumn obciążonych siłą śledzącą*, Materiały XII Sympozjum „Drgania w układach fizycznych”, Poznań-Błażejewko 1986.
 7. R. BOGACZ, SZ. IMIEŁOWSKI, *Stateczność kolumn ze zlokalizowaną nieciągłością przemieszczeń obciążonych siłą cyrkulacyjną*, Prace IPPT PAN, 1–15, 6/1988.
 8. R. BOGACZ, SZ. IMIEŁOWSKI, *Stateczność kolumn z węzłem obrotowym lub przesuwnym poddanych obciążeniom cyrkulacyjnym*, Materiały XXVIII Sympozjum PTMTIS „Modelowanie w mechanice”, Beskid Śląski 1989.
 9. E. C. PESTEL, F. A. LECKIE, *Matrix methods in elastomechanics*, Mc. Graw-Hill Book Company, New York 1963.
 10. A. GAJEWSKI, *On the destabilizing effect in a non-conservative system with slight internal and external damping*, Proc. Vibr. Probl., **13**, 2, 187–190, 1972.
 11. A. GAJEWSKI, M. ŻYCZKOWSKI, *Wpływ jednoczesnego niejednorodnego tarcia wewnętrznego i zewnętrznego na stateczność układów niekonserwatywnych*, Mech. Teor. Stos., **10**, 1, 127–142, 1972.
 12. А. П. СЕИРАНИАН, *Парадокс дестабилизации и критерии колебательной устойчивости*, Инст. Пробл. Мех. АН СССР, Препринт No. 301, Москва 1987.
 13. Н. В. БАНИЧУК, А. С. БРАТУСЬ, А. Д. МЫШКИС, *Анализ стабилизирующих эффектов малого демасфирования в неконсервативных системах с конечным числом степеней свободы*, Инст. Пробл. Мех. АН СССР, Препринт 312, Москва 1987.

РЕЗЮМЕ

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛИЗИРОВАННОГО ВНУТРЕННЕГО ЗАТУХАНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛОНН НАГРУЖЕННЫХ ЦИРКУЛЯЦИОННОЙ СИЛОЙ

Работа посвящена исследованию влияния локализованного внутреннего затухания на устойчивость колонн, нагруженных касательной силой к ее свободному концу. Помещенный в колонне дискретный невесомый узел, описанный моделью Кельвина-Фойста, вызывает локальную потерю жесткости в направлении действия поперечной силы. Констатируется дестабилизирующее влияние затухания на устойчивость колонны. Представлен ход зависимости критического нагружения и отвечающей ему критической частоты колебаний, как функции положения узла. Выяснено каким образом параметры, описывающие рассматриваемый разрыв, влияют на изменение формы характеристических кривых. Результаты сравнены с результатами других работ, анализирующих влияние локализованного внутреннего или внешнего затуханий на устойчивость колонн, нагруженных циркуляционной силой.

SUMMARY

INFLUENCE OF LOCALIZED INTERNAL DAMPING ON THE
STABILITY OF A COLUMN SUBJECT TO CIRCULATING LOADS.

Influence of a localized internal damping upon the stability of a column loaded by a force tangent to its free end is considered. A discrete, weightless joint located in the column and described by a Kelvin-Voigt model produces a local stability loss in the direction of the force applied. A destabilizing effect of damping upon the column stability is established. The relation between the critical load and the critical vibration frequency is presented. The effects of the discontinuity parameters upon the shape of the characteristic curves are explained. The results are compared with those found in other papers.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 13 marca 1989 r.
