

## DYNAMIKA CYLINDRYCZNEJ WARSTWY CIECZY NIEŚCISLIWEJ NAPĘDZANEJ WYBUCHOWO W POWIETRZU

ANDRZEJ PAPLIŃSKI I EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

W pracy rozpatrzono napędzanie produktami wybuchu cylindrycznej warstwy cieczy. Ciecz traktowano jako ośrodek nieściśliwy. Rozprężanie produktów detonacji opisano procesem adiabatycznym, a ich fizyko-gazodynamiczne właściwości — równaniem stanu Jonesa–Wilkin-  
sa–Lee. Określono ruch warstwy cieczy łącznie z polem zaburzeń generowanym w otaczającym powietrzu. Wyznaczono parametry charakteryzujące warstwę i strefę zaburzeń w powietrzu, w chwili ustania działania napędzającego produktów detonacji (zrównanie ciśnień na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy). Ustalono, że w chwili wyrównania się ciśnień zmiana parametrów stanu powietrza w strefie zaburzonej jest niewielka i dla praktycznych oszacowań można przyjmować, że są one równe parametrom na granicy kontaktowej z warstwą.

### 1. WSTĘP

Wybuchowe napędzanie warstwy ośrodka inercyjnego, otaczającej ładunek materiału wybuchowego (MW), rozpatrywane było w literaturze technicznej głównie w aspekcie napędzania powłok metalowych. Badanie tego typu zagadnień miało na celu przede wszystkim określenie prędkości końcowej odłamków powstających przy fragmentacji powłoki. Zagadnienie to należy do klasycznych zadań fizyki wybuchu, ogólną charakterystykę tego problemu oraz szereg odnośnych pozycji literaturowych znaleźć można w monografii [1]. Dwuwymiarowe ujęcie zagadnienia, z uwzględnieniem wpływu produktów detonacji z czoła ładunku MW przedstawione zostało w pracy [2].

W szeregu prac rozpatrywane były również cylindryczne układy warstwowe. Prace z tego zakresu prowadzono głównie w celu określenia warunków oraz optymalizacji procesu wybuchowego łączenia rur (por np. [3]). Stosowane są przy tym różne geometrie i modyfikacje układu wyjściowego. Na przykład w pracy [4] potwierdzono przydatność stosowania warstwy pośredniej z materiału inercyjnego (piasek, parafina itp.). W wyniku przejęcia energii wybuchu przez warstwę pośrednią następuje obniżenie wielkości naprężeń maksymalnych w łączonych elementach oraz wydłużenie czasu działania impulsu obciążającego dany układ. Poprawia to jakość uzyskiwanego połączenia.

Prowadzone dotychczas badania oddziaływania wybuchu na cylindryczne

układy warstwowe dotyczyły przede wszystkim warstw relatywnie mało różniących się fizyko-mechanicznymi właściwościami, w szczególności gęstością. Nie ma natomiast w literaturze, przynajmniej w zakresie dostępnym autorom, wyników prac poświęconych wybuchowi w cylindrycznych układach warstwowych, w których jedna z warstw jest ośrodkiem gazowym. Wynika to niewątpliwie z wymienionych uprzednio zastosowań praktycznych, które określały ramy i zakres prowadzonych dotychczas badań. W przypadku napędzania powłok metalowych, ruch powietrza otaczającego powłokę nie wywiera bowiem dużego wpływu na ruch powłoki. Energia fali uderzeniowej generowanej w powietrzu ruchem powłoki nie przekracza 1% energii wybuchu [1]. Podobnie, stan ruchu powietrza nie wywiera również wpływu na zasięg i tor lotu powstających w wyniku fragmentacji odłamków. W przypadku wybuchowego łączenia rur, zagadnieniem zasadniczym jest przede wszystkim oddziaływanie na siebie łączonych warstw.

Wraz z rozwojem zastosowań techniki wybuchowej powstaje jednak coraz więcej problemów praktycznych, w których ważną staje się również znajomość pola zaburzeń generowanego ruchem napędzanej wybuchowo warstwy ośrodka inercyjnego w otaczającej atmosferze gazowej. W szczególności ma to miejsce wówczas, gdy napędzana warstwa doznaje fragmentacji na bardzo drobne odłamki bądź krople (w przypadku, gdy materiałem wypełniającym warstwę jest ciecz). Dla kropeł o wymiarach rzędu ułamków milimetra jakie mogą powstawać w wyniku wybuchowego rozpraszania, stan gazodynamiczny powietrza w którym krople te będą się następnie poruszać, odgrywa istotną rolę. Siła oporu aerodynamicznego, zależna od różnicy pomiędzy prędkością kropeł a prędkością masową gazu, jest dla małych cząsteczek relatywnie duża i znacząco wpływa na trajektorie lotu oraz zasięg końcowy cząstki. W takim więc przypadku, ponieważ powstałe krople będą poruszać się w ośrodku zaburzonym ruchem warstwy, problem napędzania warstwy rozpatrywać należy łącznie z określeniem strefy zaburzeń powstającej w gazie.

W niniejszej pracy podejmujemy zagadnienie określenia procesu napędzania warstwy cieczy wraz z wyznaczeniem pola zaburzeń generowanego ruchem warstwy w otaczającym ośrodku gazowym (powietrzu). Dla zachowania integralności warstwy w czasie jej ruchu ciecz wypełniająca warstwę traktowana jest jako ośrodek nieściśliwy ( $\rho_{0w} = \text{const}$ ).

Otrzymane przy tych założeniach rozwiązanie określa dynamikę ruchu warstwy jako całości, charakteryzuje działanie napędzające produktów detonacji oraz strefę zaburzeń powstającą w ośrodku gazowym otaczającym napędzaną warstwę.

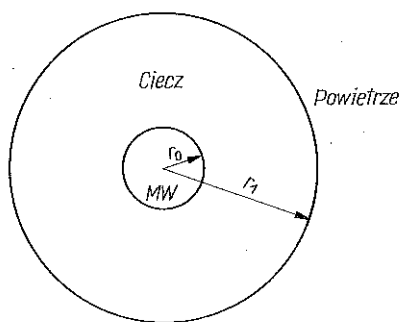
Jednym z potencjalnych obszarów zastosowania otrzymanego w pracy rozwiązania jest wykorzystanie go do opisu pierwszego etapu ruchu warstw, które następnie podlegają fragmentacji. W takim przypadku, rozpatrywany model może być wykorzystywany do chwili gdy nie nastąpi znacząca utrata

spójności przez warstwę oraz wymieszanie materiału warstwy z gazem objętym strefą zaburzeń.

W pracy w p. 2 formułujemy zagadnienie, w p. 3 przedstawiamy algorytm numerycznego rozwiązania problemu, w p. 4 zaś przedstawiamy wyniki. W p. 5 zawarte są wnioski końcowe.

## 2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

Rozważmy ruch cylindrycznej warstwy cieczy napędzanej wybuchem umieszczonego współśrodkowo ładunku MW. Wokół cieczy znajduje się powietrze (rys. 1). Promień wewnętrzny warstwy oznaczmy przez  $r_0$ , zewnętrzny —  $r_1$ .



Rys. 1. Badany układ

ny —  $r_1$ . Rozprężające się produkty detonacji MW będą powodować ruch cieczy otaczającej materiał wybuchowy. Biejącą objętość  $v$ , zajmowaną przez produkty detonacji, przy założeniu adiabatycznego procesu rozprężania, określić możemy z zależności:

$$(2.1) \quad v = v_0 \left[ \frac{R_0(t)}{r_0} \right]^2,$$

gdzie  $R_0(t)$  oznacza bieżącą wartość wewnętrznego promienia warstwy, natomiast  $v_0$  jest początkową objętością zajmowaną przez produkty wybuchu.

Dla cieczy o stałej gęstości

$$(2.2) \quad \rho_{0w} = \text{const}$$

prawo zachowania masy wyprowadzone z zasady zachowania masy pomiędzy dwoma promieniami odpowiadającymi tym samym cząsteczkom przyjmuje postać:

$$(2.3) \quad \int_{r_0}^{r_1} \rho_{0w} L 2\pi r dr = \int_{R_0}^{R_1} \rho_{0w} L 2\pi R dR.$$

Wielkości  $R_0$  i  $R_1$  oznaczają aktualne wartości promienia wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni cieczy (mogą to być również promienie bieżące dwóch dowolnie wybranych kropeł cieczy, których początkowe promienie wynosiły odpowiednio  $r_0$  i  $r_1$ ). Przez  $L$  oznaczona została długość układu. Ponieważ nie wpływa ona na charakter wyprowadzanych zależności, w dalszych rozważaniach będziemy ją przyjmować jako jednostkową ( $L=1$ ).

Z równania (2.3) wynika następująca zależność pomiędzy początkowymi i bieżącymi wartościami rozpatrywanych promieni:

$$(2.4) \quad R_1^2 - R_0^2 = r_1^2 - r_0^2.$$

Stąd otrzymujemy:

$$(2.5) \quad u_1 = \frac{\partial R_1}{\partial t} = \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + r_1^2 - r_0^2}} u_0,$$

gdzie przez  $u_0$  oznaczyliśmy prędkość granicy kontaktowej produkty detonacji/ciecz, tj.

$$(2.6) \quad u_0 = \frac{\partial R_0}{\partial t}.$$

Różniczkując wyrażenie (2.5) otrzymujemy z kolei związek pomiędzy przyspieszeniami uzyskiwanymi przez obydwie powierzchnie graniczne warstwy:

$$(2.7) \quad \frac{\partial^2 R_1}{\partial t^2} = \frac{R_0 R_{0,tt} + (R_{0,t})^2}{\sqrt{R_0^2 + r_1^2 - r_0^2}} - R_0^2 \frac{(R_{0,t})^2}{(\sqrt{R_0^2 + r_1^2 - r_0^2})^3}$$

Ruch warstwy cieczy określamy wychodząc z równania zachowania pędu napisanego w następującej postaci:

$$(2.8) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{0w}} \frac{R}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0.$$

W równaniu (2.8)  $u$  oznacza prędkość,  $p$  — ciśnienie,  $t$  — czas. Natomiast  $r$  i  $R$  oznaczają odpowiednio początkowy (w chwili czasu  $t_0$ ) i bieżący (w danej chwili czasu  $t$ ) promień danej cząsteczki masowej (współrzędne Lagrange'a i Eulera). Z równania (2.8), po przekształceniu otrzymujemy następujące równanie:

$$(2.9) \quad \frac{\partial p}{\partial r} = -\rho_{0w} \frac{r}{R} \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Całkując równanie (2.9) względem zmiennej  $r$  w przedziale od powierzchni

wewnętrznej ( $r_0$ ) do zewnętrznej powierzchni warstwy ( $r_1$ ) otrzymujemy

$$(2.10) \quad p(r_1, t) - p(r_0, t) = - \int_{r_0}^{r_1} \varrho_{0w} \frac{z}{R(z, t)} \frac{\partial^2 R(z, t)}{\partial t^2} dz,$$

gdzie przez  $z$  oznaczyliśmy zmienną całkowania.

Drugą pochodną promienia bieżącego  $R$  względem czasu określa wzór (2.7) ( $R_1 \rightarrow R$ ). Podstawiając wyrażenie (2.7) do równania (2.10) mamy:

$$(2.11) \quad \frac{p(r_0, t) - p(r_1, t)}{\varrho_{0w}} = \int_{r_0}^{r_1} \frac{z}{R(z, t)} \left[ \frac{(R_{0,t})^2 + R_{0,tt} \cdot R_0}{\sqrt{R_0^2 + z^2 - r_0^2}} - \frac{R_0^2 R_{0,t}^2}{(\sqrt{R_0^2 + z^2 - r_0^2})^3} \right] dz.$$

Po wykonaniu całkowania, otrzymujemy następującą zależność pomiędzy ciśnieniem na zewnętrznej powierzchni warstwy, a parametrami na granicy kontaktowej: produkty detonacji – warstwa

$$(2.12) \quad \frac{1}{\varrho_{0w}} [p(r_0, t) - p(r_1, t)] = [R_{0,t}^2 + R_{0,tt} \cdot R_0] \frac{1}{2} \ln \frac{r_1^2 + R_0^2 - r_0^2}{R_0^2} + \\ + R_0^2 (R_{0,t})^2 \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R_0^2 + r_1^2 - r_0^2} - \frac{1}{R_0^2} \right].$$

W szczególności, równanie (2.12) pozwala wyznaczać początkową wartość przyspieszenia wewnętrznej powierzchni warstwy. Biorąc pod uwagę, że w chwili początkowej  $t = t_0$  warstwa znajduje się w spoczynku, tj  $R_{0,t}|_{t=t_0} = 0$  oraz  $R_0(t_0) = r_0$ , otrzymujemy

$$(2.13) \quad R_{0,tt}|_{t=t_0} = \frac{p_s - p_a}{\varrho_{0w} r_0 \ln(r_1/r_0)},$$

gdzie przez  $p_s$  oznaczyliśmy początkowe ciśnienie produktów detonacji, zaś  $p_a$  oznacza ciśnienie otoczenia.

Ruch powietrza znajdującego się wokół napędzanej warstwy cieczy opisują równania gazodynamiki ([6])

$$(2.14) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varrho_a} \frac{R}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \\ \varrho R \frac{\partial R}{\partial r} = \varrho_a r,$$

$$\frac{dS}{dt} = 0,$$

gdzie

$$u = \frac{\partial R}{\partial t}$$

oraz  $p = p(\varrho, S)$  lub  $S = S(p, \varrho)$ .

Oznaczenia stosowane w powyższych wzorach są analogiczne jak wprowadzone wyżej w odniesieniu do warstwy. Mianowicie,  $u$ ,  $p$  i  $q$  oznaczają odpowiednio prędkość, ciśnienie i gęstość, natomiast  $r$  i  $R$  oznaczają współrzędne materialne (Lagrange'a) i przestrzenne (Eulera).  $S$  oznacza entropię zaś przez  $q_a$  oznaczona została początkowa gęstość właściwa powietrza.

W celu rozwiązania sformułowanego zagadnienia, równanie (2.14)<sub>1</sub> i (2.14)<sub>2</sub> zastępujemy związkami:

$$(2.15) \quad \frac{dp}{qc} \pm du + \frac{uc}{R} dt = 0,$$

które zachodzą wzdłuż charakterystyk określonych równaniami

$$(2.16) \quad dr = \pm \frac{qc}{q_a} \frac{R}{r} dt,$$

przy czym przez  $c$  oznaczyliśmy lokalną prędkość dźwięku w powietrzu. Ponadto, wzdłuż trzeciej rodziny charakterystyk

$$(2.17) \quad dr = 0$$

zachodzi

$$(2.18) \quad dS = 0,$$

co w przypadku gazu politropowego o równaniu stanu

$$(2.19) \quad p = A \cdot q^k$$

odpowiada

$$(2.20) \quad d\left(\frac{p}{q^k}\right) = 0.$$

Zależności (2.15)–(2.19) opisują ciągły przepływ powietrza. Przy wybuchowym napędzaniu, przegroda doznaje dużych przyspieszeń i w otaczającej atmosferze generowana jest fala uderzeniowa – silna nieciągłość. Interpretacja praw zachowania na powierzchni silnej nieciągłości prowadzi do zastąpienia układu równań (2.14) zależnościami

$$(2.21) \quad \begin{aligned} q_1(D - u_1) &= q(D - u_2), \\ p_2 - p_1 &= q_1(D - u_1)(u_2 - u_1), \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= \frac{p_1 + p_2}{2} \left( \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2} \right), \end{aligned}$$

gdzie  $D$  oznacza prędkość propagacji powierzchni silnej nieciągłości,  $\varepsilon$  – energię wewnętrzną powietrza odniesioną do jednostki masy. Indeksy 1 i 2 oznaczają odpowiednio parametry powietrza przed i za czołem fali uderzeniowej.

Wypisane zależności po uzupełnieniu ich warunkami początkowymi i brzegowymi na granicach kontaktowych, pozwalają określić ruch warstwy łącznie z polem zaburzeń generowanym przez nią w powietrzu.

### 3. ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA

Rozwiązanie wyznaczmy dla zmiennych bezwymiarowych, które wprowadzamy w następujący sposób:

$$(3.1) \quad X = \frac{R}{r_0}, \quad \xi = \frac{r}{r_0}, \quad G = \frac{\varrho}{\varrho_a}, \quad V = \frac{g}{g_0}, \quad P = \frac{p}{p_a},$$

$$\tau = \frac{c_0 t}{r_0}, \quad U = \frac{u}{c_0}, \quad C = \frac{c}{c_0}, \quad \alpha = \frac{R_a r_0}{c_0^2}$$

gdzie

$$c_0 = \sqrt{\frac{p_a}{\varrho_a}}$$

Ponieważ w czasie napędzania warstwy ciśnienie gazów powybuchowych zmienia się znacznie, od kilkunastu tysięcy MPa do wartości porównywalnych z ciśnieniem atmosferycznym, do opisu procesu rozprężania gazów powybuchowych zastosować należy równanie stanu, które opisuje zmiany ciśnienia w szerokim zakresie. Związkiem odpowiadającym tym wymogom jest równanie stanu JWL (Jonesa–Wilkinsa–Lee) o postaci

$$(3.2) \quad p_{JWL}(V) = Ae^{-R_1 V} + Be^{-R_2 V} + CV^{-(\alpha+1)}$$

gdzie  $V$  jest objętością względną (odniesioną do objętości właściwej wyjściowego MW) produktów detonacji zaś pozostałe parametry są współczynnikami stałymi charakteryzującymi dany materiał wybuchowy. Szerszy opis równania stanu JWL przedstawiony został w pracy [1].

Zależność (2.13) określająca początkową wartość przyspieszenia (w chwili  $\tau_0$ ) wewnętrznej powierzchni warstwy, w wielkościach bezwymiarowych (3.1) przyjmuje następującą postać:

$$(3.3) \quad \alpha_0(\tau_0) = \frac{P_s - 1}{G_{0W} \ln \xi_1},$$

gdzie

$$P_s = p_{JWL}(1)/p_a.$$

Rozwiązanie zagadnienia konstruujemy przez całkowanie równania ruchu warstwy cieczy łącznie z równaniami ruchu powietrza w kolejnych przedziałach czasowych różniących się od siebie o krok  $\Delta\tau$ . W szczególności, znając

rozwiązanie dla czasu  $\tau_n$  (gdzie  $n$  oznacza ilość zrealizowanych kroków czasowych) możemy następująco określić parametry wewnętrznej powierzchni warstwy cieczy dla czasu  $\tau_n + \Delta\tau$ :

$$(3.4) \quad \begin{aligned} U_0(\tau_n + \Delta\tau) &= U_0(\tau_n) + \frac{1}{2}(\alpha_0(\tau_n) + \alpha_0(\tau_n + \Delta\tau)), \\ X_0(\tau_n + \Delta\tau) &= X_0(\tau_n) + \frac{1}{2}(U_0(\tau_n) + U_0(\tau_n + \Delta\tau)). \end{aligned}$$

Jak widać, rozwiązanie wyznaczone jest metodą półjawną, zawiera bowiem nieznaną początkowo wartość przyspieszenia  $\alpha_0$  dla czasu  $\tau_n + \Delta\tau$ . Wartość tę wyznaczamy w drodze iteracji. W pierwszym kroku przyjmujemy  $\alpha_0(\tau_n + \Delta\tau) = \alpha_0(\tau_n)$ . Następnie, po wyznaczeniu  $U_0$  i  $X_0$  zgodnie z zależnościami (3.4), określamy prędkość i przemieszczenie zewnętrznej powierzchni warstwy dla czasu  $\tau_n + \Delta\tau$  posługując się wzorami (2.4) i (2.5), z których otrzymujemy

$$(3.5) \quad U_1 = \frac{X_0}{\sqrt{X_0^2 + \xi_1^2 - 1}} u_0$$

oraz

$$(3.6) \quad X_1 = \sqrt{X_0^2 + \xi_1^2 - 1}.$$

Wielkości te stanowią warunek brzegowy do wyznaczenia rozwiązania dla powietrza. Z rozwiązania tego otrzymujemy ciśnienie  $p_1$  na zewnętrznej powierzchni warstwy. Stąd, wykorzystując zależność (2.12), która w zmiennych bezwymiarowych przyjmuje postać

$$(3.7) \quad \alpha_0 = \frac{\frac{1}{G_{0w}} [P_s - P_1] + \frac{1}{2} \left[ U_0^2 - \frac{X_0^2}{X_1^2} U_0^2 \right]}{X_0 \ln X_1 / X_0} - \frac{1}{X_0} U_0^2$$

możemy wyznaczyć  $\alpha_0(\tau_n + \Delta\tau)$ , za  $P_s$  podstawiamy wartość

$$(3.8) \quad P_s = \frac{p_{JWL}(V)}{p_a},$$

przy czym

$$(3.9) \quad V = X_0^2.$$

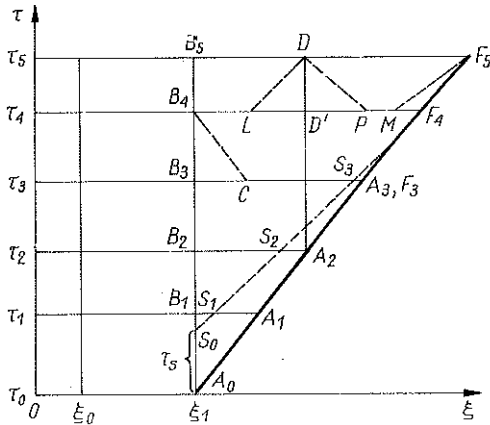
Interacje prowadzimy aż do uzyskania zadowalającej dokładności wyniku. W algorytmie obliczeniowym zrealizowanym w pracy, obliczenia powtarzano do chwili, gdy kolejna wartość ciśnienia na brzegu warstwy  $P_1^{(i)}$  różniła się od poprzednio wyznaczonej o wielkość mniejszą od danej  $|P_1^{(i+1)} - P_1^{(i)}| < \varepsilon_p$ , przy czym przyjmowano  $\varepsilon_p = 0,1 \cdot 10^{-5}$ .

Rozwiązanie w powietrzu otaczającym napędzaną warstwę wyznaczano



metodą charakterystyk. Siatkę charakterystyk wraz z trajektorią czoła fali uderzeniowej przedstawiono na rys. 2.

Jak już wspomnieliśmy, w powietrzu otaczającym napędzaną warstwę będzie formować się czoło fali uderzeniowej. Proces formowania się fali uderzeniowej omówimy w dalszym ciągu rozważań. Obecnie stwierdzimy



Rys. 2. Siatka charakterystyk z trajektorią czoła fali uderzeniowej

tylko, że w rozpatrywanym przypadku początek trajektorii czoła fali uderzeniowej będzie leżał na brzegu obszaru zaburzeń propagujących się w głąb powietrza i uformuje się po upływie skończonego czasu  $\tau_F$ . Dlatego początkowy odcinek trajektorii propagacji czoła tych zaburzeń stanowi granicę słabej nieciągłości.

Dla odróżnienia trajektorii czoła fali słabej nieciągłości od fali uderzeniowej, poszczególne jej odcinki oznaczono literami  $A_i$  ( $A_0, A_1, A_2, \dots$ ), natomiast odcinki trajektorii fali uderzeniowej — literami  $F_i$  (rys. 2).

Punkty położone na granicy kontaktowej: napędzana warstwa — powietrze oznaczono literami  $B_i$ .

Przedstawimy obecnie numeryczny algorytm konstrukcji rozwiązania zagadnienia w punkcie  $D$ , który położony jest wewnątrz obszaru powietrza zaburzonego ruchem napędzanej warstwy. Załóżmy dla przykładu, że punkt ten znajduje się w przedziale czasowym oznaczonym symbolem  $\tau_s$  (rys. 2).

Przyjmując, że gęstość  $G$  i prędkość dźwięku  $C$  są w tym punkcie, w pierwszym przybliżeniu, takie same jak w punkcie  $D'$  z poprzedniego przedziału czasowego  $\tau_n$ , zaś promień  $X_D = X_{D'} + u_{D'} \cdot \Delta\tau$ , prowadzimy przez punkt  $D$  charakterystyki: dodatnią  $LD$  i ujemną  $PD$ . Parametry ośrodka w punktach  $L$  i  $P$  wyznaczamy metodą interpolacji. Stosowano interpolacje liniową, jakkolwiek zrealizowany został również wariant algorytmu obliczeniowego z wykorzystaniem interpolacji kwadratowej. Zastosowanie interpolacji

kwadratowej nie dawało jednakże widocznego wzrostu dokładności obliczeń. Lepsze rezultaty dawało raczej przeznaczenie zwiększonego czasu obliczeń (zastosowanie interpolacji kwadratowej wydłuża nieco czas wykonywania obliczeń) na wykonanie ich ze zmniejszonym krokiem przestrzennym w interpolacji liniowej. Po wyznaczeniu parametrów w punktach  $L$  i  $P$ , wykorzystując związki na charakterystykach (2.15) i wielkości bezwymiarowe (3.1) otrzymujemy:

$$(3.10) \quad \frac{P_D - P_L}{G_{DL} \cdot C_{DL}} + U_D - U_L + \frac{U_{DL} \cdot C_{DL}}{X_{DL}} \Delta t = 0,$$

$$\frac{P_D - P_P}{G_{DP} \cdot C_{DP}} - (U_D - U_P) + \frac{U_{DP} \cdot C_{DP}}{X_{DP}} \cdot \Delta t = 0.$$

Z równań tych określamy wielkości  $U_D$  i  $P_D$ , a następnie pozostałe parametry  $G_D$  i  $C_D$  w punkcie  $D$ , wykorzystując wcześniej podane równania. Po wykonaniu tej czynności poprawiamy położenie punktów  $L$  i  $P$ . Do określenia wartości średnich  $U_{DL}$  i  $U_{DP}$  wykorzystujemy wartość wielkości  $U_D$  z poprzedniego kroku iteracyjnego.

Proces powtarzamy do uzyskania przyjętej dokładności. Stosowano kryterium porównywania wartości  $P_D$  otrzymywanych w kolejnych iteracjach  $(P_D^{(i+1)} - P_D^{(i)}) \leq \varepsilon_p$ . Przyjmowano  $\varepsilon_p = 0,1 \cdot 10^{-5}$ .

Rozwiązanie w punktach brzegowych, tj. na granicy kontaktowej i na czołe zaburzeń konstruujemy w podobny sposób, stosując odpowiednie modyfikacje przedstawionej metodyki. I tak — rozwiązanie w punkcie brzegowym  $B_i$  wyznaczamy wykorzystując związek na jednej tylko charakterystyce, ujemnej. Na rys. 2 zaznaczony został punkt  $C$ , który leży na charakterystyce ujemnej poprowadzonej z punktu  $B_4$ . Ze związku na tej charakterystyce wyznaczamy tylko ciśnienie, ponieważ prędkość powierzchni zewnętrznej warstwy określana jest podczas wyznaczania rozwiązania dla warstwy. Rozwiązanie w punkcie  $B_i$  przy danej prędkości  $U_1$  otrzymywane jest w drodze kolejnych iteracji, w których uściślone jest położenie punktu  $C$  i odpowiednio wartość ciśnienia i pozostałych parametrów (gęstości i prędkości dźwięku) na powierzchni kontaktowej. Pełne rozwiązanie warunku brzegowego na granicy kontaktowej, tj. połączenie rozwiązania dla warstwy cieczy z rozwiązaniem dla ośrodka gazowego uzyskiwane jest w dwóch pętlach iteracyjnych, z których zewnętrzna opisana została uprzednio.

Problem określenia początkowego punktu trajektorii formującej się w gazie fali uderzeniowej był rozpatrywany w pracy [8]. W pracy tej rozpatrywano jeden przypadek szczególnie zagadnienia formowania się fali uderzeniowej w gazie. W sposób ogólny zagadnienie to rozwiązano w pracy [9].

Na podstawie wyników tej pracy określić możemy sposób i miejsce formowania się fali uderzeniowej w rozpatrywanym tutaj problemie. Biorąc pod uwagę charakter oddziaływania gazów powybuchowych na przegrodę możemy stwierdzić, że przyspieszenie warstwy jest największe w chwili począt-

kowej, a następnie monotonicznie maleje. W takich warunkach, zgodnie z wynikami pracy [9], fala uderzeniowa uformuje się na czole obszaru zaburzonego powietrza (a nie w jego wnętrzu). Początek trajektorii czoła powstającej fali uderzeniowej określamy na płaszczyźnie  $(\xi, \tau)$  (rys. 2), wyznaczając punkt przecięcia się dwóch charakterystyk wychodzących z zewnętrznej powierzchni napędzanej warstwy. Charakterystykami tymi są: pierwsza charakterystyka  $A_0, A_1, A_2, \dots$  i charakterystyka  $S_0, S_1, S_2, \dots$  (rys. 2). Czas, po którym jest wyprowadzana druga charakterystyka,  $\tau_s$  był zmieniany tak, aby punkt uformowania się fali uderzeniowej był niezależny od tego czasu. Przy wyznaczaniu położenia kolejnych punktów  $S_{i+1}$  sprawdzany jest warunek, czy punkt  $S_{i+1}$  nie znalazł się na prawo do punktu  $A_{i+1}$  wyznaczającego czoło zaburzeń propagujących się w powietrzu. Jeżeli to nastąpi, tj. gdy  $X_{S_{i+1}} > X_{A_{i+1}}$ , wówczas kolejny odcinek czoła zaburzeń rozpatrywany jest jako odcinek powierzchni silnej nieciągłości, zaś punkt  $A_i$  zostaje przemianowany na  $F_i$  i staje się pierwszym punktem czoła fali uderzeniowej (w sytuacji przedstawionej na rys. 2 dotyczy to punktów  $A_3$  i  $F_3$ ).

Kolejne odcinki czoła fali uderzeniowej określamy wykorzystując związek wzdłuż dodatnich charakterystyk (2.15) oraz warunki na silnej nieciągłości (2.21). Rozwiązanie konstruujemy metodą iteracyjną.

W pierwszym kroku zakładamy, że prędkość  $D_F$  i pozostałe parametry na czole fali uderzeniowej nie ulegają zmianie w przedziale  $\Delta\xi$ . Opierając się na tym założeniu określamy kolejny odcinek fali uderzeniowej

$$(3.11) \quad \xi_{F_{i+1}} = \xi_{F_i} + D_{F_i} \cdot \Delta\tau$$

i prowadzimy charakterystykę dodatnią do punktu  $M$ :

$$(3.12) \quad \xi_M = \xi_{F_{i+1}} - G_{F_i} \cdot C_{F_i} \cdot \Delta\tau.$$

Na rys. 2 zaznaczony został punkt  $M$  odpowiadający wyznaczeniu rozwiązania w punkcie  $F_5$ . W drodze interpolacji wyznaczamy następnie parametry w punkcie  $M$ , po czym ze związku na charakterystyce dodatniej otrzymujemy

$$(3.13) \quad \frac{P_{F_{i+1}} - P_M}{G_{FM} C_{FM}} + U_{F_{i+1}} - U_M + \frac{U_{FM} \cdot C_{FM}}{X_{FM}} \Delta\tau = 0.$$

Drugą zależność wiążącą wyznaczone wielkości  $P_F$  i  $U_F$  otrzymamy ze związków na czole fali silnej nieciągłości (2.21). Po odpowiednich przekształceniach, otrzymać możemy następującą zależność pomiędzy ciśnieniem a prędkością na czole fali uderzeniowej:

$$(3.14) \quad U_F = \frac{P_F - 1}{\sqrt{P_F \frac{k+1}{2} + \frac{k-1}{2}}},$$

gdzie  $k$  jest wykładnikiem politropy dla powietrza.

Podstawiając (3.14) do (3.13) otrzymujemy równanie na  $P_{F_{i+1}}$ , które

rozwiązujemy numerycznie. Po wyznaczeniu ciśnienia  $P_{F_{i+1}}$  określić możemy prędkość

$$(3.15) \quad D_{F_{i+1}} = \sqrt{P_{F_{i+1}} \frac{k+1}{2} + \frac{k-1}{2}}$$

oraz pozostałe parametry fali uderzeniowej

$$(3.16) \quad G_{F_{i+1}} = \frac{(k+1)P_{F_{i+1}} + (k-1)}{(k+1) + (k-1)P_{F_{i+1}}},$$

$$(3.17) \quad C_{F_{i+1}} = \sqrt{k \frac{P_{F_{i+1}}}{G_{F_{i+1}}}}.$$

Dalej, możemy uściślić położenie punktu  $F_{i+1}$

$$(3.18) \quad \xi_{F_{i+1}} = \xi_{F_i} + \frac{1}{2}(D_{F_i} + D_{F_{i+1}}) \cdot \Delta\tau.$$

Następnie, odpowiednio poprawiając położenie punktu  $M$  i powtarzając cykl obliczeniowy, możemy uzyskać rozwiązanie dla kolejnego odcinka fali uderzeniowej. Obliczenia kontynuowano do uzyskania w kolejnych iteracjach zmiany ciśnienia  $P_{F_{i+1}}$  mniejszej od  $\varepsilon_p = 0,1 \cdot 10^{-5}$ .

Krok czasowy  $\Delta\tau$  przy wyznaczaniu rozwiązania dobierany był tak, aby punkty  $L$  i  $P$  oraz odpowiednio punkt  $C$  nie wychodziły poza sąsiednie węzły siatki. Krok przestrzenny był przyjmowany, przy czym po uformowaniu się fali uderzeniowej, gdy zmiany parametrów gazu znajdującego się w strefie zaburzeń stają się mniejsze, krok przestrzenny był zwiększany (stosowano dwukrotne zwiększenie kroku, przez opuszczenie co drugiego węzła obliczeniowego).

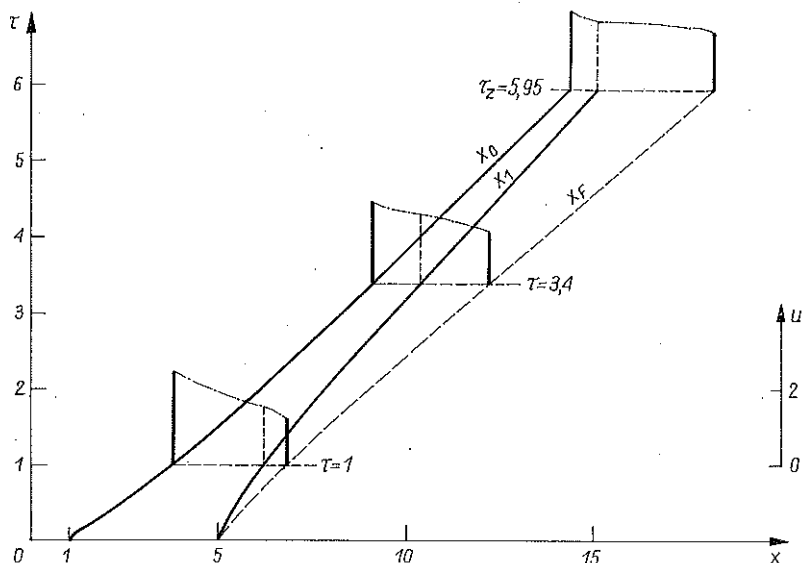
#### 4. DYSKUSJA WYNIKÓW

Do obliczeń liczbowych przyjęto typowy materiał wybuchowy jakim jest trotyl. Współczynniki w równaniu stanu JWL dla trotylu wynoszą [1]:  $A = 373800$  MPa,  $B = 3747$  MPa,  $C = 734$  MPa,  $R_1 = 4,15$ ,  $R_2 = 0,90$ ,  $\gamma = 0,35$ .

Dla powietrza przyjmowano:  $p_a = 0,101325$  MPa oraz  $\rho_a = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>, co odpowiada (w zależności od składu powietrza) temperaturze około 20°C ( $T_0 = 293$  K). Wykładnik politropowy powietrza  $k = 1,4$ .

Obliczenia przeprowadzono dla szeregu wartości gęstości właściwej cieczy  $G_{OW}$  i promienia zewnętrznego warstwy  $\xi_1$ .

Ogólny charakter ruchu warstwy przedstawiono na rys. 3. Na rysunku tym zaznaczono trajektorie ruchu: wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy (linie ciągłe) oraz czoła zaburzeń generowanych w powietrzu ruchem warstwy



Rys. 3. Rozkłady prędkości w napędzanej warstwie i w powietrzu dla różnych chwil czasu

(linia przerywana). Ponadto pokazujemy również rozkłady prędkości w warstwie i w powietrzu dla różnych przekrojów czasowych.

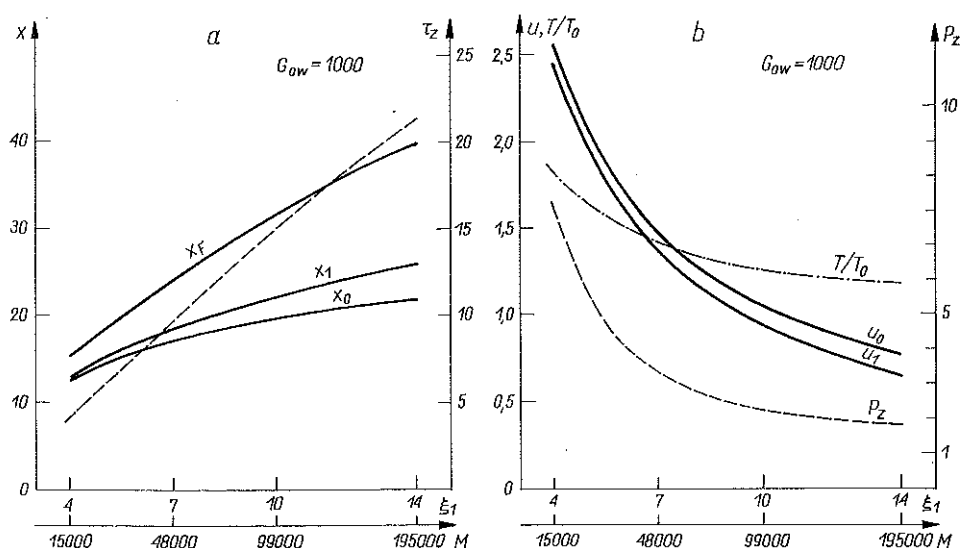
Analizę ruchu warstwy prowadzono do chwili ( $\tau_z$ ) gdy następuje zrównanie ciśnienia gazów powybuchowych, oddziaływających na wewnętrzną powierzchnię warstwy z ciśnieniem powietrza na granicy kontaktowej warstwa-powietrze. W momencie zrównania ciśnień ustaje działanie napędzające gazów powybuchowych. Dalszy ruch warstwy i otaczającego ją powietrza odbywać się będzie na skutek energii kinetycznej nagromadzonej w warstwie i w powietrzu. Czas  $\tau_z$  dla którego ustaje działanie napędzające produktów detonacji jest ważnym parametrem charakteryzującym proces zwłaszcza w odniesieniu do warstw podlegających fragmentacji. Dla czasów mniejszych od  $\tau_z$  działanie napędzające produktów detonacji, oprócz nadawania warstwie przyspieszenia, sprzyja zachowaniu ciągłości materiału warstwy. Nawet bowiem przy częściowej utracie spójności, np. w wyniku oddziaływania fal padających i odbitych, przyspieszane rozprężającymi się produktami detonacji wewnętrzne części warstwy doganiać będą oddzielone części zewnętrzne, pomniejszając w ten sposób stopień fragmentacji warstwy. Natomiast ustanie działania napędzającego produktów detonacji, poczynając od czasu  $\tau_z$ , prowadzi będzie do intensyfikacji procesów rozdrobnienia warstwy.

Jak wynika z przedstawionych na rys. 3 wykresów, w chwili zrównania ciśnień, zmiana prędkości masowej powietrza w strefie zaburzonej jest niewielka. Podobnie zachowują się pozostałe parametry opisujące stan powietrza zaburzonego. Można zatem przy praktycznych oszacowaniach przyjmować, że w chwili zrównania ciśnień (tj. dla  $\tau = \tau_z$  — rys. 3) parametry w całej strefie

zaburzonego powietrza są jednakowe (takie same na granicy kontaktowej jak i na czole strefy).

Na kolejnych rysunkach przedstawiono obszerną analizę wielkości charakteryzujących parametry warstwy oraz stan powietrza w chwili, gdy kończy się działanie napędzające gazów powybuchowych. I tak, na rysunkach 4a i 4b pokazujemy zmianę parametrów warstwy i powietrza w chwili zrównania się ciśnień w zależności od początkowej wartości promienia zewnętrznego warstwy  $\xi_1$ . Gęstość właściwą materiału warstwy przyjmowano stałą i równą  $G_{0w} = 1000$ .

Na rysunku 4a przedstawiono: czas, w którym osiągnane jest zrównanie ciśnień —  $\tau_z$  (linia przerywana), uzyskiwane wartości promienia wewnętrznego warstwy —  $X_0$ , zewnętrznego —  $X_1$  oraz współrzędną czoła zaburzeń w powietrzu —  $X_F$ .



Rys. 4. Parametry ruchu warstwy oraz stan powietrza w chwili ustania działania napędzającego produktów detonacji. Przypadek stałej gęstości materiału warstwy;  $G_{0w} = 1000$

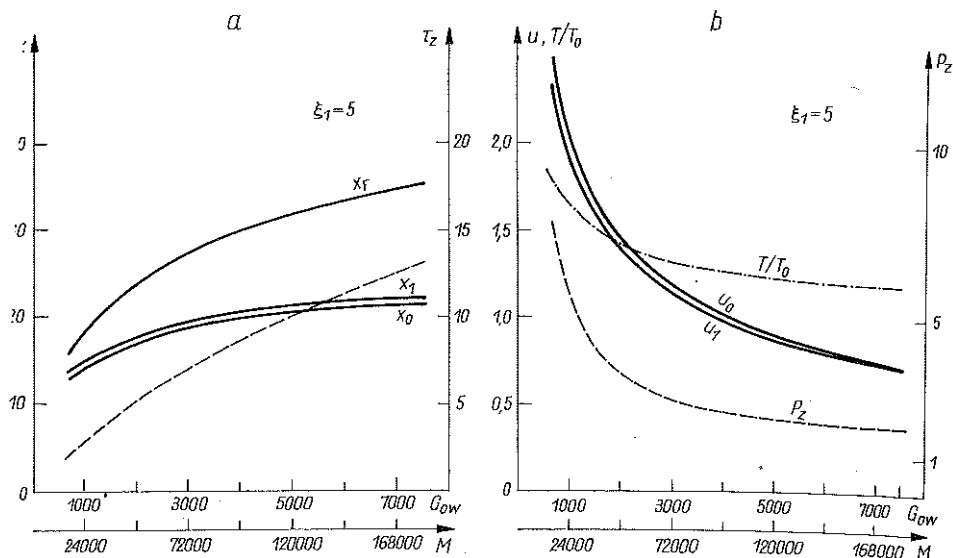
Natomiast na rys. 4b pokazujemy zmianę wartości prędkości ruchu wewnętrznej powierzchni warstwy  $U_0$  oraz wartości parametrów charakteryzujących stan powietrza na granicy kontaktowej (ciśnienie  $P_2$ , prędkość  $U_1$  oraz temperaturę  $T$  — odniesioną do temperatury wyjściowej  $T_0$ ) w funkcji  $\xi_1$  (lub  $M$ ). Wraz ze zmianą promienia zewnętrznego warstwy  $\xi_1$  zmienia się również masa warstwy, która jest ważnym parametrem, charakteryzującym przebieg procesu. W związku z tym, poniżej osi odciętych  $\xi_1$  nanie-siono również wartości współrzędnej masy  $M$  określanej zależnością  $M = G_{0w} \cdot (\xi_1^2 - 1)$ , która charakteryzuje masę ośrodka zawartego w warstwie.

Analizę prowadzono dla  $\xi_1$  z zakresu 4–14, co odpowiada zmianie  $M$  od 15000 do 195000, a więc o rząd wielkości.

Jak widać z zamieszczonych wykresów, znaczne zmiany parametrów dynamicznych powietrza mają miejsce dla mniejszych wartości (cienkie warstwy – do  $\xi_1 = 10$ ). Dalej, wraz ze wzrostem  $\xi_1$ , zmiana parametrów powietrza objętego strefą zaburzeń nie jest już tak znaczna. Wiąże się to niewątpliwie ze znacznym wzrostem masy warstwy jaki odpowiada większym wartościom początkowego promienia warstwy  $\xi_1$ . Osiągane są zarówno mniejsze wartości parametrów charakteryzujących stan powietrza w strefie zaburzeń, jak też relatywnie mniejsze są zmiany tych parametrów wraz ze zmianą promienia warstwy.

Na rysunkach 5a i 5b przedstawiono zmiany parametrów warstwy i powietrza w chwili zrównania ciśnień w zależności od ciężaru właściwego warstwy  $G_{ow}$ . Początkowy promień zewnętrzny warstwy przyjmowany był w tym przypadku jako stały ( $\xi_1 = 5$ ), natomiast gęstość właściwą warstwy zmieniano od  $G_{ow} = 666,67$  (co odpowiada  $\rho_{ow} = 800 \text{ kg/m}^3$ ) do  $G_{ow} = 7500$ . W tym przedziale zmian gęstości właściwych zawiera się większość cieczy, w szczególności również lżejszych od wody, (płynne węglowodory) oraz metale, łącznie z miedzią. Uzyskane wyniki pozwalają więc na interpretację procesu wybuchowego napędzania warstw składających się z większości występujących w praktyce cieczy i ciał stałych.

Mając na uwadze słabą zmienność parametrów w strefie zaburzeń dla czasu  $\tau = \tau_z$  (rys. 3) możemy stwierdzić, że wielkości przedstawione na rysunkach 4b i 5b można odnosić do całej strefy powietrza zaburzonego ruchem warstwy nieściśliwej.



Rys. 5. Parametry ruchu warstwy oraz stan powietrza w chwili ustania działania napędzającego produktów detonacji. Przypadek stałego promienia zewnętrznego warstwy;  $\xi_1 = 5$

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy wyznaczono rozwiązanie dla warstwy cieczy napędzanej wybuchem. Ruch warstwy określano łącznie z wyznaczeniem strefy zaburzeń generowanej przez nią w powietrzu.

Przeprowadzono analizę procesu napędzania warstwy i powstawania oraz rozwoju strefy zaburzeń. Wyznaczono parametry końcowe procesu, odnoszące się do chwili, gdy ustaje działanie napędzające gazów na warstwę. W szczególności stwierdzono, że w tym momencie zmiana parametrów stanu powietrza w strefie zaburzonej jest niewielka i dla praktycznych oszacowań można przyjmować, że są one równe wartościom parametrów na granicy kontaktowej z warstwą. Mogą one stanowić warunki początkowe do badania procesu wybuchowej fragmentacji warstwy cieczy.

Przedstawiona praca stanowi pewien etap na drodze badań zmierzających do zgodnego z rzeczywistością opisu procesu rozpylania warstwy cieczy w atmosferze za pomocą ładunku materiału wybuchowego. W następnej kolejności rozpatrzmy analogiczny problem dla warstwy ściśliwej z uwzględnieniem w niej zjawisk falowych. Z porównania tych dwóch rozwiązań będzie można wyciągnąć istotne dla praktycznych zastosowań wnioski.

Praca została zrealizowana w ramach tematu CPBP 02.02.

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович, В. П. Чельшев, Б. И. Шехтер, *Физика взрыва*. Наука, Москва 1975.
2. А. В. КАШИРСКИЙ, Ю. В. КОРОВИН, В. А. ОДИНЦОВ, Л. А. ЧУДОВ, *Численное решение двумерной нестационарной задачи о движении оболочки под действием продуктов детонации*, ПМТФ, 2, 1972.
3. T. BŁAŻYŃSKI, *Explosive welding, forming and compaction*, Appl. Sc. Publ., London 1972.
4. W. BABUŁ, M. FRUCZEK, A. PAPLIŃSKI, E. WŁODARCZYK, *Propagation of cylindrical stress waves in a layered elastic-viscoplastic body*, Proc. Vib. Probl., 14, 3, 1973.
5. М. Х. ШОРШОРОВ, Ю. А. ХАРЛАМОВ, *Физико-химические основы детонационного газового напыления покрытий*, Наука, Москва 1978.
6. Б. Л. РОЖДЕСТВЕНСКИЙ, Н. Н. ЯНЕНКО, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике*, Наука, Москва 1978.
7. E. WŁODARCZYK, *Plane expansion of real detonation products. Closed form solutions*, J. Tech. Phys., 25, 3-4, 1984.
8. Х. А. РАХМАТУЛИН, Ю. А. ДЕМЬЯНОВ, *Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках*, Физ. Мат. Лит, Москва 1961.
9. E. WŁODARCZYK, *On the problem of formation of shock waves in continuous media*, J. Tech. Phys., 16, 4, 1975.



## РЕЗЮМЕ

ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ  
РАЗГОНЯЕМОЙ ВЗРЫВНЫМ ОБРАЗОМ В ВОЗДУХЕ

В работе рассмотрен разгон продуктами взрыва цилиндрического слоя жидкости. Жидкость трактуется как несжимаемую среду. Распирение продуктов детонации описано адиабатическим процессом, а их физико-газодинамические свойства — уравнением состояния Джонса-Вилкинса-Ли. Определено движение слоя жидкости совместно с полем возмущений, Генерированным в окружающем воздухе. Определены параметры, характеризующие слой у зону возмущений в воздухе, в момент прекращения разгоняемого действия продуктов детонации (сравнение давлений на внутренней и внешней поверхностях слоя). Установлено, что в момент сравнения давлений изменение параметров состояния воздуха в возмущенной зоне небольшое и для практических оценок можно принимать, что они равны параметрам на контактной границе со слоем.

## SUMMARY

DYNAMICS OF A CYLINDRICAL LAYER OF INCOMPRESSIBLE FLUID  
DRIVEN IN AIR BY EXPLOSION

Explosive propulsion of a cylindrical liquid layer is analyzed. The liquid is considered as an incompressible medium. Expansion of the detonation products is described by an adiabatic process, and its physical and gas-dynamical properties by the Jones-Wilkins-Lee process. Motion of the liquid layer and the disturbances produced in the ambient air are determined. The parameters characterizing the layer and the disturbed air zone are evaluated at the instant when the propulsive action of detonation products is stopped (equal pressures at the internal and external surfaces of the layer). It is found that when the pressure become equal to each other, variation of the air state parameters in the distributed zone is small and may be (for practical purposes) assumed to be equal to those occurring at the contact surface.

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 14 marca 1988 r.*